



**Институт экономики переходного периода**  
103918, Россия, Москва, Газетный переулок д.  
5 Тел./ факс 229 6596, [www.iet.ru](http://www.iet.ru)

---

**Внешний долг и денежно-кредитная политика**

***Трофимов Г. Ю.***

**Москва**

**Март 2001 г.**

Оглавление

1) Введение	3
2) Денежная политика как инструмент управления внешним долгом	6
3) Модель управления внешним долгом	12
4) Полные рынки	15
5) Неполные рынки	23
6) Сравнение случаев полных и неполных рынков	30
7) Учет корреляции между процентом и дефицитом	32
8) Численные расчеты оптимальной политики	36
9) Стабилизационный фонд и нагрузка на будущие поколения	45
10) Заключение	52
11) Приложения	58

## **Введение**

Финансовый кризис обусловил существенные сдвиги в характере денежно-кредитной политики российских монетарных властей. В III квартале 1998 г. резко увеличились размеры внутреннего кредитования в связи с кризисом банковской системы, а с 1999 г. осуществляется прямое кредитование правительства. Необходимость денежной эмиссии для покрытия дефицита федерального бюджета была продиктована требованиями по исполнению обязательств по внешним долгам и приостановкой кредитования МВФ. В 1999 г. выплаты по внешнему долгу на сумму 6,4 млрд. долл. были профинансираны Банком России.

В 2000 г., благодаря чрезвычайно благоприятной ситуации удалось избежать продолжения такой политики. Определенную роль сыграла несклонность действующего кабинета к инфляционистским шагам. Однако проблема долгового навеса для России пока еще не снята, о чем свидетельствуют беспокойства политиков и экономистов по поводу пиковых выплат 2003 и 2005 гг. Как признают многие специалисты, проблема долговых выплат будет оставаться среди наиболее острых вплоть до конца текущего десятилетия.

Инфляционное финансирование бюджета может стать реалией при ухудшении внешнеэкономической конъюнктуры. Отношение внешнего долга к ВВП было уменьшено с 86% в 1999 г. до 65% к началу 2001г. Однако это было связано, прежде всего, с увеличением реального курса рубля на 21%, и лишь во вторую очередь - с ростом ВВП на 11.3% за два года после кризиса. Кроме того, надо учитывать и

обязательства государства по внутреннему долгу, которые на конец 2000 г. составили 8.6% ВВП.

С точки зрения краткосрочной и среднесрочной перспективы основной проблемой является не столько снижения долговой нагрузки в смысле отношение госдолга к ВВП, сколько обеспечение всех выплат по базовому долгу, либо их реструктуризация. Как показал неудачный опыт использования «силового давления» в переговорах с Парижским Клубом в начале 2001 г., рассчитывать на смягчение позиции стран-кредиторов можно будет только при резком ухудшении внешнеэкономической конъюнктуры и платежного баланса России. Однако даже если удастся добиться новой реструктуризации суверенных обязательств России, то их погашение отодвинется на более отдаленную перспективу, что автоматически удлинит период существования долгового "навеса".

Отметим также, что от решения долговой проблемы напрямую зависит статус России как суверенного заемщика. Чтобы как можно быстрее вернуться на мировой рынок капитала, необходимо с крайней осторожностью вновь поднимать вопросы о возможном списании или реструктуризации долга. С этой точки зрения, при ухудшении внешнеэкономической ситуации вполне оправданным вариантом действий властей может стать допущение умеренной денежной эмиссии вместо новой игры в дефолт<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> По нашему мнению, умеренная инфляция в пределах 30% годовых не является серьезным препятствием для инвестиций в реальный сектор. Реформы «микроуровня», т.е. в области прав собственности, организации рынков труда и капитала, судебной системы и т.д. на данном этапе гораздо важнее, чем усилия по дальнейшему подавлению инфляции. Инфляция в 2000-2001 г. происходит при полной обеспеченности денежной базы валютными активами и имеет объективные причины (огромное сальдо торгового баланса и рост базовых цен). Государство в таких условиях должно не допускать лишь серьезных макроэкономических дисбалансов, которые могут возникнуть, если темпы инфляции выше указанной цифры. Финансовый кризис в России показал, насколько опасны слишком амбициозные обязательства государства, касающиеся мероприятий денежно-

С долговременной точки зрения контроль над отношением долга к ВВП может стать ключевым направлением макроэкономической политики. Пока Россия практически не использовала возможности новых заимствований из-за их высокой стоимости и из-за «посткризисного синдрома» властей, объясняющего чрезмерно осторожное их отношение к подобной практике рефинансирования государственных обязательств. Однако перезаимствования являются стандартной техникой управления государственным долгом, и Российской власть вряд ли сможет воздерживаться от такой практики сколь угодно долго. Но именно по этой причине необходимо разработать долговременную стратегию управления внешним долгом, позволяющую ограничить его соотношение с ВВП.

Вопрос в том, в какой мере новые заимствования можно сочетать с использованием эмиссионного механизма для ограничения наращивания долга. Означает ли возможное (по крайней мере, при резком ухудшении экономической ситуации) возобновление эмиссионного финансирования дефицита возврат к инфляционной бюджетной политике, проводившейся в России до начала макроэкономической стабилизации в 1995 г.? Если инфляционного финансирования избежать не удастся, то на каких принципах должна основываться оптимальная денежно-кредитная политика, согласованная с принятием мер по снижению долгового бремени?

В настоящей работе мы попытаемся дать ответ на эти вопросы, анализируя взаимосвязь долговой и денежно-кредитной политики

---

кредитной и валютной политики. Проведение жестких антиинфляционных мер в условиях хронического кризиса государственных финансов должно согласовываться с началом фискальной реформы, а не опережать ее в расчете на неизбежность последующих радикальных шагов в налогово-бюджетной сфере. Стремясь в такой ситуации к подавлению инфляции любой ценой,

государства в долгосрочной перспективе. Для этого мы предлагаем и анализируем формальную модель управления долгом, позволяющую получить ряд качественных выводов об оптимальной денежно-кредитной политике в условиях долгового навеса. Целевой функцией в данной модели является минимизация инфляционной нагрузки на долговременном временном интервале, а требование к снижению долговой нагрузки на экономику учитывается с помощью терминального ограничения на отношение долга к ВВП.

Наибольший интерес при рассмотрении этой модели представляет, во-первых, анализ условий, при которых инфляционное финансирование долговых выплат является целесообразным и, во-вторых, анализ действий государства в ответ на непредвиденные изменения (шоки) бюджетного дефицита. Кроме того, модель представляет собой удобный инструмент для анализа долговой политики при различных вариантах развития экономики. В данном отчете мы приводим различные сценарные прогнозы долговой и денежно-кредитной политики для периода 2001-2010 г., рассчитанные на основе реальных данных о графике погашения внешнего долга России.

## **Денежная эмиссия как инструмент управления внешним долгом**

Известно, что инфляция выполняет следующие фискальные функции. Во-первых, она обеспечивает прямое или косвенное финансирование бюджетного дефицита или реальные доходы

---

государство отказывается от более рациональных вариантов макроэкономической политики и, что

государства в форме инфляционного налога (сенюоража). Во-вторых, благодаря инфляции достигается прирост номинальных поступлений от регулярных налогов, что дает фискальный выигрыш при неполной индексации государственных расходов. В-третьих, инфляция обесценивает номинальную стоимость внутреннего долга. Очевидно, что к управлению номинированным в отечественной валюте долгом имеют отношение все перечисленные функции. Управление же внешним долгом допускает инфляционное финансирование выплат по обязательствам государства, но исключает возможность их инфляционного обесценения.

Классическая модель управления государственным долгом не затрагивает вопроса о связи долговой и денежно-кредитной политики. Она описывает процесс оптимального динамического налогообложения, когда с помощью заимствований и вложений в активы государство перераспределяет регулярные налоги во времени<sup>2</sup>. Такая постановка правомочна, если у фискальной власти есть реальная возможность выбора налоговой нагрузки. В действительности, причем не только в переходных экономиках, уровень регулярного налогообложения вряд ли может быть объектом эффективного воздействия со стороны фискальной власти. Это, скорее, показатель, который характеризует политico-экономическое равновесие, определяемое действием механизмов общественного выбора, либо являющееся результатом игры групп лоббистских интересов. В значительной мере подобное относится и к формированию уровня государственных расходов. Поэтому уровень налоговой нагрузки лишь

---

более важно, усиливает волатильность уровня цен в среднесрочном и долгосрочном периоде.

<sup>2</sup> Barro R. On Determination of the Public Debt. – Journal of Political Economy, 1979, vol. 87, p. 940-947; Barro R. Optimal Debt Management. NBER Working Paper No 5327, 1995.

с большой степенью условности можно рассматривать в качестве инструмента макроэкономической политики государства<sup>3</sup>.

В этой связи более адекватной представляется постановка задачи управления долгом, в которой экзогенно задана последовательность показателей бюджетного профицита. При этом государство выбирает политику долговой эмиссии, допускающую инфляционное финансирование дефицита, но минимизирующую долговременные потери от инфляции.

Такой подход к анализу управления государственным долгом акцентирует внимание на взаимосвязи инфляции и долга. Мы абстрагируемся от проблемы выбора временной и валютной структуры долга, поэтому можем рассматривать денежную эмиссию как основной инструмент фискальной политики. Если не принимать в расчет другие направления инфляционной экспансии, например, попытки стимулирования производства или поддержку банковского сектора, то такой подход к инфляции представляется правомерным.

В статическом аспекте эмиссия долга и инфляция взаимозаменямы: при заданном дефиците бюджета увеличение заимствований уменьшает денежную эмиссию, и наоборот. Примером может служить стабилизационная попытка в России. Эмиссия государственного долга в 1995 г. позволила уменьшить инфляцию в условиях обострения налогово-бюджетного кризиса. В то же время

<sup>3</sup> Бюджетный кризис в России показал, что увеличение собираемости налогов требует значительных усилий исполнительной власти в области налогового администрирования. Попытки непосредственного увеличения налоговой нагрузки на предприятия вызывают ожесточенное сопротивление различных групп интересов и нереализуемы в качестве налоговых законов. Предложения о радикальном снижении налоговой нагрузки, напротив, находят поддержку среди популистских партий и лоббистских групп. Однако реализация подобных предложений без соответствующего снижения бюджетных расходов (либо усиления мер налогового контроля) невозможна. Снижение же расходов, как и увеличение налоговой нагрузки, не находит достаточной политической поддержки.

невозможность осуществления новых заимствований во втором полугодии 1998 г. привела к инфляционному скачку.

В динамике связь между эмиссией долга и эмиссией денежной массы сложнее, она отражает в значительной мере взаимодополняемость инфляции и государственного долга. Россия здесь также может служить хорошей иллюстрацией: увеличение экспансии ГКО в 1995-1996 гг. позволило отложить инфляцию, но привело в результате долгового кризиса к инфляционному всплеску в 1998-1999 гг. Именно комплементарность долга и инфляции представляет наибольший интерес с точки зрения динамического анализа этих показателей.

Интересный взгляд на взаимосвязь динамики инфляции и государственного долга предлагает так называемая фискальная теория инфляции. Суть этой теории заключается в том, что уровень цен выравнивает в каждом периоде времени номинальные обязательства государства и ожидаемый реальный поток бюджетного профицита. Формально это условие выражается соотношением:

$$B_t/P_t = v_t + w_t,$$

где  $B_t$  – рыночная оценка долга в номинальном выражении,  $P_t$  – уровень цен,  $v_t$  – ожидаемый поток первичного профицита в реальном выражении  $w_t$  – ожидаемый поток сеньоража в реальном выражении.<sup>4</sup> При этом долг зависит от текущего и будущих уровней цен, так как их

---

<sup>4</sup> Это сравнительно новое направление макроэкономики, развитие которого связано с работами американских экономистов Вудфорда, Кохрэйна и некоторых других. [Woodford M., "Price Level Determinacy Without Control of a Monetary Aggregate", *Carnegie-Rochester Conference on Public Policy* 43, 1995; Cochrane J., "Long-term Debt and Optimal Policy in the Fiscal Theory of the Price Level", *NBER Working Paper # 6771*, 1998.]

соотношения определяют цены облигаций с различными сроками до погашения.

В неявной форме фискальная теория инфляции соотносит номинальные обязательства государства с его реальными активами. Ожидаемый профицит бюджета отражает реальную отдачу от активов государства, включая его способность обеспечивать будущие налоговые поступления. Поэтому уровень инфляции определяется на основе обеспеченности номинальных обязательств государства его реальными активами.<sup>5</sup> Как видно из приведенного выше соотношения, имеется положительная связь между величиной номинального долга и уровнем цен: увеличение  $B_t$  при заданном потоке реального профицита ведет к пропорциональному увеличению уровня цен  $P_t$ .

Слабость данной теории заключается в том, что государственный долг может быть номинирован в иностранной валюте (либо индексирован относительно инфляции). В таком случае фискальная теория не может объяснить уровень цен, так как необходимо задавать экзогенную динамику номинального курса национальной валюты. Но тогда номинальные переменные оказываются необъяснимыми в рамках модели, претендующей на их описание. Кроме того, приведенное выше соотношение не позволяет определить уровень сеньоража, который считается экзогенно заданным. Однако именно вопрос об определении сеньоража в контексте управления государственным долгом представляет для нас наибольший интерес.

Для нас эти изъяны фискальной теории инфляции имеют существенное значение, так как мы рассматриваем управление

---

<sup>5</sup> В этом смысле фискальная теория инфляции представляет собой альтернативу монетаристской теории. Согласно последней, феномен инфляции обусловлен ценностью денег как средства

внешним долгом государства. В данной работе речь идет о следующей ситуации. Имеется базовый внешний долг, по которому государство обязуется осуществлять основные и процентные платежи в рамках конечного временного периода. При этом задан график его обслуживания и погашения, который предполагается выполнить без проведения реструктуризации или объявления дефолта.

Задача государства заключается, во-первых, в том, чтобы обеспечить на заданном временном интервале все платежи при минимальной инфляционной нагрузке на экономику. Размеры выплат по графику варьируют по годам, однако они известны с самого начала. Во-вторых, необходимо обеспечить к концу заданного периода, скажем к 2010 или 2015 г., определенное соотношение долга и ВВП. Второе требование отражает долговременную целевую установку государства в отношении долговой политики, отвечающую допустимому уровню долговой нагрузки на экономику.

Если государство не может делать дополнительных заимствований для обеспечения выплат по базовому долгу, то размер денежной эмиссии определяется текущим дефицитом бюджета, а не целевой установкой по снижению долговой нагрузки. В подобной ситуации Россия оказалась после августовского кризиса. Если же власти могут прибегать к дополнительным заимствованиям на внешнем рынке, то оптимальный размер эмиссии в каждом периоде должен зависеть от долговременной целевой установки на сокращение долговых обязательств. В таком случае важно не только обеспечить минимальные размеры денежной эмиссии, но и учитывать ограничение на новые заимствования, вытекающее из долговременной цели. Этим

---

трансакций, а уровень инфляции определяется на основе инфляционных ожиданий и условия

обстоятельством обусловлена взаимная дополняемость долговой и денежной экспансии: при оптимальной политике управления долгом увеличение заимствований должно сопровождаться определенным инфляционным финансированием бюджетного дефицита.

### **Модель управления внешним долгом**

Для построения формальной модели рассмотрим следующую ситуацию. Пусть у страны есть некоторый базовый долг  $D_0$ , номинированный в иностранной валюте. По данному долгу установлен график ежегодных выплат, включая проценты и погашение основной части. В каждый год, начиная с нулевого периода времени  $t = 0$  и до конечного периода  $T$ , размер выплат составляет  $\delta_t$  долл. Существует орган фискальной власти, занимающийся управлением долгом. В каждый период он осуществляет дополнительные заимствования на рынке либо пользуется ресурсами монетарной власти. Задача фискальной власти заключается в том, чтобы обеспечить все выплаты по графику при минимальной инфляционной нагрузке на экономику.

Формально речь должна идти о минимизации ожидаемой дисконтированной функции потерь. В качестве таковой рассматривается квадратичная функция, а задача управления долгом имеет вид:

$$\min_{\{m_t, b_t\}} E_0 \sum_{t=1}^T \beta^t m_t^2, \quad (1)$$

$$m_t + b_t = d_t + (R_t / G_t) b_{t-1}, \quad (2)$$

---

равновесия на денежном рынке.

для  $t = 1, \dots, T$ ;

$$b_T \leq b^*, \quad (3)$$

где  $m_t$  – реальный прирост денежной базы или сеньораж<sup>6</sup>,  $\beta$  – дисконтирующий множитель,  $R_t$  – реальный процент,  $G_t$  – темп роста ВВП,  $b_t$  – дополнительные чистые заимствования к концу периода  $t$  в реальном выражении (причем  $b_0 = 0$ );  $d_t$  – дефицит бюджета в периоде  $t$ , связанный с обслуживанием начального долга.<sup>7</sup> Все количественные переменные заданы в долях ВВП соответствующего года. Реальный дефицит бюджета представляет собой разность  $d_t = x_t \delta_t - s_t$ , где  $x_t$  – реальный курс доллара<sup>8</sup>,  $s_t$  – первичный профицит бюджета.

Выражение (1) – это целевая функция фискальной власти, отражающая ожидаемые дисконтированные потери от инфляционного финансирования дефицита. Квадратичная функция потерь характеризует негативное влияние денежной эмиссии в долях ВВП. Такое влияние обусловлено, прежде всего, искажающим влиянием инфляционного налога, как налога на трансакции. Символ  $E_0$  в данном выражении обозначает математическое ожидание, обусловленное начальной информацией. Уравнения (2) характеризуют последовательность динамических бюджетных ограничений, связывающих выплаты по долгу в различные периоды времени. Реальный процент  $R_t$  корректируется на темп экономического роста  $G_t$ ,

---

<sup>6</sup> Формально сеньораж определяется как  $m_t = (M_t - M_{t-1})/P_t$ , где  $M_t$  – номинальная денежная масса на конец периода  $t$ , а  $P_t$  – уровень внутренних цен.

<sup>7</sup> Речь идет о сумме первичного дефицита и всех расходов по обслуживанию базового внешнего долга. Мы используем в данном случае термин «дефицит» для удобства, понимая его неадекватность с точки зрения стандартной бюджетной терминологии.

<sup>8</sup> Строго говоря,  $x_t$  – это отношение реального курса доллара к темпу инфляции в США, которую мы здесь игнорируем.

так как долг измеряется в долях ВВП. Дополнительные заимствования  $b_t$  осуществляются на внешнем либо внутреннем рынке с целью обслуживания и погашения начального долга. Если  $b_t < 0$ , то дополнительные активы государства превышают обязательства. Неравенство (3) ограничивает предельную величину государственных обязательств на конечный момент  $T$ .

Наша цель состоит в том, чтобы получить качественные выводы об оптимальном управлении долгом. Поэтому для упрощения анализа сделаем некоторые допущения. В частности, мы абстрагируемся от временной и валютной структуры долга, поэтому дополнительные чистые заимствования можно понимать как однопериодные. Далее, мы предполагаем, что отношение реального процента к Темпу роста ВВП обратно пропорционален дисконтирующему множителю,  $R_t/G_t = 1/\beta$ . Такое предположение вытекает из уравнения Эйлера для динамической модели общего равновесия и характеризует стационарной режим роста. В дальнейшем мы ослабляем данное предположение, вводя случайный множитель в соотношение, связывающее процент, темп роста и дисконтирующий коэффициент.

Как отмечалось выше, график выплат по долгу считается заданным, поэтому все значения  $\delta_t$  считаются известными в начальный период времени. Величина долга на конец периода  $b^*$  также известна. Этот параметр отражает допустимую долговую нагрузку без учета остающихся на момент  $T$  непогашенных обязательств по базовому долгу  $D_0$ . Терминалный долг  $b^*$  можно рассматривать в качестве целевого ориентира долгосрочной долговой политики государства. Величины  $x_t$  и  $s_t$  рассматриваются как экзогенные случайные, что вполне соответствует природе реального обменного курса и

первичного профицита. Ниже мы остановимся более подробно на анализе динамики этих величин.

Для упрощения анализа мы также абстрагируемся от изменений скорости денежного обращения и не вводим ограничение на неотрицательность сеньоража,  $m_t \geq 0$ . Такое ограничение означало бы, что фискальная власть не погашает свою задолженность перед Центральным банком. Однако его формальный учет не меняет существа дальнейших выводов, поскольку, как показано ниже, в оптимальном режиме власти нет смысла прибегать к денежному сжатию.

## **Полные рынки**

Рассмотрим вначале ситуацию, когда финансовые рынки настолько развиты, что орган управления государственным долгом может полностью оградиться от всех рисков, влияющих на реальные выплаты. Микроэкономика и теория финансов предлагают модель подобной финансовой системы. Набор рынков, охватывающий все возможные в будущем случайные события и позволяющий инвестору при реализации любого из них получать гарантированный доход, называется полным<sup>9</sup>. Предположение о полноте рынков соответствует идеальной модели развитой финансовой системы, включающей широкий спектр производных инструментов. Если их набор достаточно разнообразен, то можно обеспечить запланированные финансовые потоки в реальном выражении для любого периода

---

<sup>9</sup> Понятия полных и неполных рынков ввел в экономический анализ К. Эрроу (Arrow K. The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk-bearing. – Review of Economic Studies, 1964, vol. 29, p. 91-96.,

времени и при любом состоянии. Теоретически полнота рынков достигается, например, при формировании портфеля опционных контрактов "put" и "call" с всевозможными ценами исполнения.

*Бокс 1. Активы Эрроу-Дебре и актуарная справедливость.*

*Рассмотрим двухпериодную экономику, в которой индивиды в момент 1 принимают решения об инвестировании, а в периоде 2 получают доходы от вложенных средств. При этом во втором периоде реализуется одно из возможных состояний  $s = 1, \dots, S$ . Системой активов Эрроу-Дебре или системой полных рынков называется набор из  $S$  ценных бумаг, каждая из которых соответствует определенному состоянию. В каждом состоянии реализуется определенное значение первичного дохода индивида. Актив, соответствующий состоянию  $s$ , приносит в периоде 2 доход, равный 1, если реализовано именно это состояние и 0 во всех остальных случаях.*

*При полной системе рынков оказывается излишним любой другой финансовый инструмент, не входящий в набор бумаг Эрроу-Дебре, например, облигации с фиксированной доходностью  $r$ . Использование облигаций ничего не меняет в решениях индивидов о сбережениях и потреблении. Пусть состояний только два,  $s = 1, 2$ . Тогда купив в первом периоде каждого из активов Эрроу-Дебре в количестве  $1+r$ , индивид гарантирует себе во втором периоде доходность на вложенные средства  $1+r$  при любом состоянии. Поэтому облигации с фиксированным уровнем дохода могут быть repliцированы с помощью инструментов Эрроу-Дебре. То же относится и к любым другим, более сложным инструментам,*

например, акциям, опционам, конвертируемым облигациям и др. Именно поэтому система рынков Эрроу-Дебре называется полной.

Предположим, что в первом периоде инструменты Эрроу-Дебре торгуются на рынке, и цена каждого из них равняется  $p(s)$ . Тогда потребление индивида в первом и втором периоде определяется для каждого  $s = 1, \dots, S$  из соотношений

$$p(s)u'(C_1) = \pi(s)(1+r)\beta u'[C_2(s)], \quad (B1)$$

где  $C_1$  – потребление в первом периоде,  $C_2(s)$  - потребление во втором периоде в состоянии  $s$ ,  $\pi(s)$  – вероятность наступления события  $s$ ,  $\beta$  – дисконтирующий множитель,  $u(\cdot)$  – функция полезности. Количество уравнений (B1) равняется количеству состояний  $S$ , поэтому в первом периоде времени определяется полный контингентный набор потребления в зависимости от состояния  $\{C(1), \dots, C(S)\}$ .

Активы Эрроу-Дебре называются актуарно справедливыми, если их цены пропорциональны вероятностям соответствующих событий:

$$\frac{p(s_i)}{p(s_j)} = \frac{\pi(s_i)}{\pi(s_j)}$$

для любых  $s_1$  и  $s_2$  из множества возможных состояний. Как видно из (B1), в этом случае потребление второго периода выравнивается по состояниям, то есть  $C_2(s_i) = C_2(s_j)$  для любых  $i$  и  $j$ . В этом смысле можно говорить о полном страховании потребления во втором периоде жизни.

Цену актива Эрроу-Дебре в состоянии  $s$  можно трактовать и как цену предмета потребления в данном состоянии. Поэтому при

полных рынках бюджетное ограничение индивида выражается единственным ограничением в виде неравенства

$$\sum_{s=1}^S p(s)C(s) \leq \sum_{s=1}^S p(s)Y(s),$$

где  $Y(s)$  – доход индивида в состоянии  $s$ . При актуарно справедливых ценах данное ограничение может быть сформулировано в терминах математических ожиданий:

$$EC(s) = EY(s).$$

Таким образом, при полной системе рынков индивид решает статическую задачу на максимум полезности при единственном бюджетном ограничении, охватывающем контингентный набор потребления  $\{C(1), \dots, C(S)\}$ .

Управление рисками важно не только для инвестора, планирующего будущее потребление, но и для заемщика, стремящегося оградить от рисков свои выплаты. В условиях полной системы рынков орган управления долгом может застраховать будущие финансовые потоки, и, в первую очередь, выплаты по долговым обязательствам. Полное страхование от всех рисков в некотором смысле позволяет устраниТЬ фактор неопределенности. В контексте рассматриваемой здесь модели речь идет о рисках, связанных с динамикой реального курса доллара и первичного профицита. К примеру, повышение курса в каком-то периоде времени приводит к увеличению реальных выплат по базовому долгу и как

следствие увеличению дефицита и потребностей в его финансировании.

При полной системе рынков и актуарно справедливых активах Эрроу-Дебре последовательность бюджетных ограничений (2) трансформируется в единственное межвременное бюджетное ограничение:

$$E_0 \sum_{t=1}^T \beta^t m_t = E_0 \sum_{t=1}^T \beta^t d_t - \beta^T b_T. \quad (4)$$

Это ограничение связывает ожидаемый дефицит с денежной эмиссией на всем рассматриваемом периоде. Левая часть межвременного бюджетного ограничения – дисконтированный поток сеньоража, правая – дисконтированный поток дефицита за вычетом приведенного терминального долга.

Таким образом, в случае полных рынков орган управления долгом решает статическую задачу, заключающуюся в выборе последовательности сеньоража  $m_1, m_2, \dots, m_T$ , минимизирующей целевую функцию (1) при единственном бюджетном ограничении (4). Эта задача имеет достаточно простое решение, а именно в каждый момент времени выбирается одно и то же значение сеньоража:

$$m_1 = m_2 = \dots = m_T \equiv m^{opt}. \quad (5)$$

Подставляя  $m^{opt}$  в бюджетное ограничение (4), и учитывая ограничение на терминальный долг (3), получаем решение задачи (1), (3), (4):

$$m^{opt} = \max[0, d^e - \mu_T b^*],$$

(6)

где  $d^e$  – средний ожидаемый дефицит по всему периоду планирования  $(1, T)$ :

$$d^e = E_0 \sum_{t=1}^T \mu_t d_t,$$

причем весами служат нормированные дисконтирующие множители:

$$\mu_t = \beta^t / \sum_{k=1}^T \beta^k,$$

которые обеспечивают приведение выплат в периоде  $t+\tau$  к текущему периоду  $t$ .

Согласно (6), сеньораж в каждом периоде  $t = 1, \dots, T$  равен нулю, если целевое значение терминального долга удовлетворяет условию:

$$d^e / \mu_T < b^* \quad (7)$$

Такая ситуация отвечает неинфляционному режиму управления долгом. В противном случае ограничение на терминальный долг (3) является связывающим, и поэтому возникает необходимость в инфляционном финансировании бюджета. В этом случае  $b_T = b^*$ , и оптимальный сеньораж составляет:  $m^{opt} = d^e - \mu_T b^*$ . Будем называть ситуацию, когда терминальное ограничение является связывающим, инфляционным режимом долговой политики.

Приведем числовой пример, иллюстрирующий условие (7). Пусть горизонт планирования составляет 10 лет, дисконтирующий множитель  $\beta = 0.9$ , средний ожидаемый дефицит составляет 1% ВВП начального периода. Предположим, также, что темп роста ВВП постоянен и равен 3% в год. Тогда  $\mu_t = 0.0595$ , а правая часть (7) составляет  $1\%/0.0595 \times 1.03^{10} = 12.5\%$  ВВП терминального периода. Если терминальное ограничение является связывающим, то влияние терминального ограничения на выбор текущей политики может быть значимым. Допустим, что терминальный долг составляет 20% ВВП терминального периода. Тогда приведенный к начальному моменту времени с дисконтом  $\mu_T$  терминальный долг равен  $\mu_T b^* = 0.0595 \times 20\% \times 1.03^{10} = 1.6\%$  ВВП в начальном периоде. Именно на эту величину уменьшается оптимальный сеньораж в инфляционном режиме по сравнению с ожидаемым приведенным дефицитом  $d^e$ .

Подставляя  $m^{opt}$  в бюджетное ограничение (2), получаем величину оптимальных заимствований для периода  $t$ :

$$\Delta b_t^{opt} = d_t - d^e + \mu_T b^* + rb_{t-1}, \quad (8)$$

если условие (7) не выполнено и

$$\Delta b_t^{opt} = d_t + rb_{t-1}, \quad (9)$$

в противном случае. Здесь  $r = R_t/G_t - 1 = 1/\beta - 1$  обозначает нормированную разность нетто-реального процента и темпа прироста ВВП, равную (по предположению) норме дисконта.

Итак, оптимальное управление долгом в системе полных рынков характеризуется следующими свойствами. Во-первых, согласно (5) реальные приrostы денежной базы выравниваются во времени, то есть оптимальным является стабильный уровень сеньоража. Это – следствие ограждения от рисков благодаря полной системе рынков. Во-вторых, инфляционный режим управления долгом реализуется только если целевая установка на его терминальный уровень достаточно жесткая, то есть условие (7) не выполнено. В-третьих, при инфляционном режиме оптимальный сеньораж (6) определяется как разность ожидаемого среднего дефицита и дисконтированного терминального долга. В-четвёртых, денежное сжатие не является оптимальной политикой, поскольку при неинфляционном режиме выгоднее нулевое значение сеньоража. В-пятых, прирост заимствований (8) включает три слагаемых: отклонение текущего дефицита от среднего за весь период планирования, приведенный терминальный долг и обслуживание дополнительных заимствований.

Принципиальная особенность управления долгом при полных рынках заключается в том, что страхование выплат ликвидирует неопределенность размеров будущей денежной эмиссии. В таких условиях политика эмиссионного финансирования бюджета принимает устойчивый, долгосрочный характер. Так, фискальная власть может задать стационарный прирост денежной базы в реальном выражении, который фиксируется изначально, например, в рамках долговременной программы по управлению внешним долгом.

Предположение о полноте рынков идеализирует реальные возможности финансовых рынков. Однако, как показывает практика использования механизмов хеджирования государственных

обязательств в ряде стран, нельзя целиком отвергать возможности страхования в системе управления государственным долгом. С точки зрения рассматриваемой здесь задачи главную роль на практике может играть страхование потоков выплат по долгу от неблагоприятных изменений реального курса рубля. Это в какой-то мере осуществимо с помощью своповых соглашений и фьючерсных контрактов<sup>10</sup>. Если рассматривать страхование первичного дефицита, то здесь встают проблема выбора инструментов и, что более важно, проблема морального риска. Однако, теоретически возможно создание механизмов, смягчающих их остроту.<sup>11</sup>

### **Неполные рынки**

Система рынков называется неполной, если инструменты страхования отсутствуют либо их число недостаточно для охвата всех факторов неопределенности. Предположение о неполноте финансовых рынков в наибольшей мере отвечает реальному уровню развития рынка государственных обязательств многих стран. Поэтому случай неполных рынков представляет наибольший интерес как с теоретической, так и практической точки зрения.

Рассмотрим режим оптимального управления государственным долгом, когда изменения бюджетного дефицита  $d_t$  нельзя застраховать

<sup>10</sup> Эти меры не имеют ничего общего с практикой хеджирования рисков нерезидентов, использовавшейся Российской монетарной властью до кризиса, когда выплаты по внутреннему долгу привязывались к твердой валюте. Данный вопрос обсуждался нами в статье: Трофимов Г.Ю. Был ли Российский Государственный Долг Финансовой Пирамидой? – Вопросы Экономики, 1999, № 5.

<sup>11</sup> Классическим примером сферы, где данная проблема стоит очень остро, является медицинское страхование. Однако даже в этой области проблема отрицательных стимулов не является непреодолимой. Страхование на всем жизненном цикле индивида можно обеспечить за счет

с помощью финансовых контрактов. Необходимым условием оптимальности для задачи управления долгом (1)–(3) являются в таком случае следующие соотношения:

$$m_t = E_t m_{t+1}, \quad (10)$$

причем  $t = 0, \dots, T$ . Символ условного математического ожидания  $E_t$  означает, что прогноз делается на основе всей доступной в момент  $t$  информации. При оптимальной политике сеньораж в текущем периоде равен ожидаемой денежной эмиссии в следующем периоде. Распространение условия (10) на дальнейшие периоды дает цепочку равенств:

$$m_t = E_t m_{t+1} = E_t m_{t+2} = \dots = E_t m_T.$$

Эти требования соответствуют стратегии сглаживания инфляционной нагрузки во времени в условиях неопределенности, то есть в терминах ожиданий будущих потребностей бюджета в эмиссионном финансировании.

Используя соотношения (10), можно решить задачу управления долгом (1)–(3) по принципу динамического программирования, то есть с помощью обратной рекурсии. Решение имеет следующий вид:

$$m_t^{opt} = \max[0, d_t^e + (\mu_{t,0} / \beta) b_{t-1} - \mu_{t,T-t} b^*], \quad (11)$$

где  $t = 1, \dots, T$ ,  $d_t^e$  – средний дефицит, ожидаемый на период  $(t, T)$ :

---

последовательности краткосрочных контрактов и специальной системы компенсационных выплат

$$d_t^e = E_t \sum_{\tau=0}^{T-t} \mu_{t,\tau} d_{t+\tau},$$

причем весовыми коэффициентами служат нормированные дисконтирующие множители:

$$\mu_{t,\tau} = \beta^\tau / \sum_{k=0}^{T-t} \beta^k,$$

которые обеспечивают приведение выплат в периоде  $t+\tau$  к текущему периоду  $t$ .

Согласно (11), оптимальный сеньораж равен 0, если терминальное ограничение (3) в период  $t$  ожидается связывающим, и положителен в противном случае. Как и выше, будем называть ситуацию, когда терминальное ограничение является связывающим, инфляционным режимом долговой политики. Из (11) также следует, что сеньораж в периоде  $t$  равен нулю, если средний дефицит, ожидаемый на остающийся период  $t, \dots, T$ , удовлетворяет условию:

$$d_t^e / \mu_{t,T-t} + (R_t/G_t)^{T-t+1} b_{t-1} < b^*. \quad (12)$$

Такая ситуация отвечает неинфляционному режиму управления долгом.

Если сеньораж отличен от нуля, то, как видно из (11), он равен сумме двух слагаемых. Первое – средний дефицит  $d_t^e$ , ожидаемый за период  $(t, T)$  и взвешенный с помощью нормированных дисконтирующих множителей  $\mu_{t,\tau}$ . Второе равняется разности

---

(Cochrane J. Time-Consistent Health Insurance. – Journal of Political Economy, 1995, vol. 103, p.445-73).

приведенного текущего и терминального долга  $(R_t/G_t)^{T-t+1} b_{t-1} - b^*$ , умноженной на весовой коэффициент  $\mu_{t,T-t}$ . Коэффициенты приведения  $\mu_{t,T-t}$  пересматриваются в каждом периоде  $t$ , увеличиваясь по мере приближения к конечному моменту  $T$ .

Заметим, что как при полных, так и при неполных рынках в оптимальном режиме власти нет смысла прибегать к денежному сжатию. Это видно из формул (6) и (11), где неотрицательность сеньоража гарантируется условием максимума. Такой результат вытекает из предполагаемой в модели формы целевой функции. Если терминальное ограничение не является связывающим, то оптимальным является неинфляционный режим без денежного сжатия. Иначе значение функции потерь не достигает своего максимума. Содержательно это может означать, что дезинфляция, как и инфляция, оказывает искажающее воздействие на поведение экономических агентов.

Изменение финансовой позиции правительства определяется подстановкой (11) в бюджетное ограничение (2). Если терминальное ограничение (3) ожидается связывающим, то прирост чистой задолженности правительства составляет

$$\Delta b_t^{opt} = d_t - d_t^e + \mu_{t,T-t} (b^* - b_{t-1}). \quad (13)$$

При этом ожидаемый уровень терминального долга равен  $b^*$ .

Если же ограничение (3) не ожидается в период  $t$  связывающим, то сеньораж в этом периоде равен 0, а прирост чистой задолженности составляет:

$$\Delta b_t^{opt} = d_t + r b_{t-1}.$$

(14)

При этом ожидаемый уровень терминального долга равен выражению, стоящему в правой части (12). Вывод соотношений (11)-(14) приводится в приложении.

Согласно (13), оптимальные заимствования в инфляционном режиме равны сумме двух слагаемых. Первое слагаемое – разность текущего и ожидаемого дефицита,  $d_t - d_t^e$ . Второе – разность терминального и текущего долга, умноженная на весовой коэффициент  $\mu_{t,T-t}$ . Согласно (14), прирост чистых заимствований в неинфляционном режиме равен сумме дефицита и расходов по их обслуживанию. Иными словами, общий дефицит бюджета финансируется за счет дополнительных заимствований.

В общем случае прирост заимствований составляет:

$$\Delta b_t^{opt} = d_t + \min[rb_{t-1}, \mu_{t,T-t}(b^* - b_{t-1}) - d_t^e]. \quad (13)$$

Таким образом, оптимальный сеньораж в инфляционном режиме зависит от всего ожидаемого дефицита, а оптимальное изменение позиции правительства – от разности текущего и ожидаемого значений этого показателя. В частности, возможно накопление чистых активов, а не дополнительных долгов. Это должно происходить в том случае, если текущий дефицит  $d_t$  существенно меньше ожидаемого среднего дефицита  $d_t^e$ .

Отсюда вытекает, что выбор политики рефинансирования долга в существенной мере определяется характером случайного шока: важно является ли он перманентным или краткосрочным. Мы

называем шок перманентным, если он является инерционным, то есть вызывает сонаправленное и медленно угасающее изменение последовательности будущих дефицитов. Шок является краткосрочным, если его влияние на будущие дефициты быстро угасает и поэтому незначительно.

Чтобы продемонстрировать различия перманентных и краткосрочных шоков на политику рефинансирования долга, представим ожидаемый дефицит в следующем виде

$$d_t^e = \mu_{t,0} d_t + E_t \sum_{\tau=1}^{T-t} \mu_{t,\tau} d_{T+\tau} = \mu_{t,0} d_t + (1 - \mu_{t,0}) E_t d_{t+1}^e. \quad (15)$$

Средний дефицит, ожидаемый на период  $(t, T)$ , является выпуклой комбинацией текущего дефицита с весом  $\mu_{t,0}$  и ожидания (на момент  $t$ ) среднего дефицита для периода  $(t+1, T)$  с весом  $(1 - \mu_{t,0})$ .

Разность текущего и ожидаемого дефицита составляет

$$d_t - d_t^e = (1 - \mu_{t,0}) d_t - E_t \sum_{\tau=1}^{T-t} \mu_{t,\tau} d_{T+\tau} = (1 - \mu_{t,0})(d_t - E_t d_{t+1}^e). \quad (16)$$

то есть пропорциональна величине  $(d_t - E_t d_{t+1}^e)$  – отклонению текущего дефицита в периоде  $t$  от среднего ожидаемого дефицита в периоде  $(t+1, T)$  с коэффициентом  $(1 - \mu_{t,0})$ .

Сравнивая формулы (15), (16) и считая, что горизонт планирования  $T-t$  достаточно велик, можно сделать два вывода. Оптимальный сенюраж чувствителен к перманентным шокам дефицита и нечувствителен к краткосрочным шокам. Наоборот,

оптимальное изменение позиции правительства реагирует на кратковременные шоки, и слабо реагирует на перманентные шоки.

Это так, поскольку для достаточно большого горизонта планирования  $T-t$  коэффициент  $\mu_{t,0}$  существенно меньше  $1-\mu_{t,0}$ . Действительно,

$$\mu_{t,0} = 1 / \sum_{k=0}^{T-t} \beta^k = (1 - \beta) / (1 - \beta^{T-t+1}).$$

При большом периоде  $T-t$  коэффициент  $\mu_{t,0}$  приближенно равен  $1-\beta$ . Таким образом, при правдоподобных значениях дисконтирующего множителя  $\beta$ , то есть достаточно близких к 1, коэффициент  $\mu_{t,0}$  близок к нулю. Поэтому из (15) и (16) следует, что финансовая позиция правительства реагирует на краткосрочный шок и не реагирует на перманентный шок. Наоборот, сеньораж слабо реагирует на краткосрочный шок и чувствителен к перманентным шокам.

Почему дефицит может испытывать как краткосрочные, так и перманентные шоки? Потому что дефицит можно представить в виде комбинации различных случайных переменных, с различной степенью инерционности. Например, динамика реального курса рубля может существенно отличаться от динамики первичного профицита. При этом неожиданные изменения в различных статьях доходов и расходов могут также по-разному отражаться на дальнейших изменениях этих показателей.

Различные сдвиги в структуре расходов и доходов бюджета могут иметь разные последствия. Например, увеличение бюджетных расходов, вызванное непредвиденными событиями, может не иметь последствий. Снижение доходов из-за падения цен на продукцию

экспорта зависит от того, насколько инерционен ценовой шок. В то же время, увеличение или снижение налогов благодаря изменениям в налоговом кодексе должно, скорее всего, иметь долговременные последствия.

### **Отличия случаев полных и неполных рынков**

Нетрудно увидеть различия в эмиссионной политике в условиях полных и неполных рынков, выраженные соотношениями (6) и (11) соответственно. В первом случае прирост денежной базы нулевой, либо равен ожидаемому среднему дефициту на весь период планирования  $(1, T)$  за вычетом приведенных терминальных обязательств. При этом размер денежной эмиссии устанавливается на весь этот период на основе информации, доступной в начальный момент. Благодаря полной системе рынков государство застраховано от неожиданных изменений дефицита.

Во втором случае оптимальный сеньораж также нулевой, либо положительный, однако его значение может меняться в зависимости от изменения ожиданий. Размеры денежной эмиссии пересматриваются ежегодно на основе новой информации об ожидаемом среднем дефиците на остающийся период. В инфляционном режиме сеньораж покрывает не только приведенный ожидаемый дефицит, но и накопленный к текущему периоду  $t$  новый долг  $b_t$ . По мере приближения к конечному периоду все больший “вес” приобретает терминальный долг. Это так, поскольку коэффициент приведения  $\mu_{t,T-t}$  со временем увеличивается. Заметим, что в обоих случаях размеры сеньоража одинаковы для начального периода, поскольку  $b_0 = 0$ , и

прогноз дефицита строится на основе информации, доступной к начальному моменту времени 0.

Еще одно важное отличие случаев полных и неполных рынков выявляется для большого горизонта планирования. Для случая полных рынков получаем величину сенюра и оптимальных заимствований при большом  $T$ :

$$m^{opt} = \max[0, d^e], \quad (6')$$

$$\nabla P_{obj}^t = Q^t - \max[0, Q_e] + rP^{t-1}. \quad (7')$$

где  $d^e$  - дефицит, ожидаемый на период  $(0, \infty)$ .

Аналогично, для случая неполных рынков получаем:

$$m_t^{opt} = \max[0, d_t^e + rb_{t-1}], \quad (11')$$

$$\Delta b_t^{opt} = d_t - \max[0, d_t^e + rb_{t-1}] + rb_{t-1}, \quad (13')$$

где  $d_t^e$  – в данном случае средний дефицит, ожидаемый на период  $(t, \infty)$ . Вывод соотношений (6'), (7') и (11'), (13') дан в приложении.

Из приведенных выражений видно, что в случае полных рынков долг обслуживается и погашается только за счет новых заимствований. В случае неполных рынков ситуация аналогичная только при неинфляционном режиме. Если же используется сенюраж, то, как видно из выражения (13'), долг погашается за счет новых заимствований, а процентные выплаты финансируются за счет денежной эмиссии. Это связано с тем, что при полных рынках должна

обеспечиваться неизменность сеньоража во времени. При неполных рынках сеньораж учитывает финансовую позицию к текущему периоду времени и включает процентные выплаты, которые варьируют в зависимости от величины чистых заимствований.

Формулы (6'),(7') и (11'),(13') легко интерпретируются для случая сбалансированного бюджета в долговременном периоде. Предположим, что ожидаемый дефицит бюджета равен нулю в любом периоде времени, то есть

$$d^e = d_t^e = 0.$$

В этом случае сеньораж не используется при полных рынках, так как  $m_t^{opt} = 0$ . При неполных рынках сеньораж также не используется, то есть  $m_t^{opt} = 0$ , если чистые активы положительны, то есть  $b_{t-1} < 0$ , и сеньораж равен сальдо процентных расходов,  $m_t^{opt} = rb_{t-1}$ , если чистые активы отрицательны,  $b_{t-1} < 0$ .

### **Учет корреляции процента и дефицита**

Мы предполагали до сих пор, что отношение реального процента и темпа роста ВВП постоянно и обратно пропорционально дисконтирующему множителю,  $R_t/G_t = 1/\beta$ . Мы можем ослабить данное предположение, вводя случайный сомножитель в данную зависимость, то есть, считая, что

$$R_t/G_t = \theta_t/\beta.$$

где  $\theta_t$  – неотрицательная случайная переменная с единичным условным математическим ожиданием,  $E_t = 1$ . Мы будем называть эту величину коэффициентом отклонения процента от темпа роста ВВП. В периоде  $t$  известна реализация  $\theta_t$ , но неизвестно точное значение  $\theta_{t+1}$ .

Рассмотрим случай неполных рынков. Нетрудно показать, что необходимые условия оптимальности для задачи управления долгом (1)–(3) выражаются следующим образом:

$$m_t = E_t m_{t+1} + \text{cov}_t(\theta_{t+1}, d_{t+1}), \quad (17)$$

для  $t = 0, \dots, T$ . Отличие данного выражения от аналогичного условия (10) заключается в том, что реальная денежная эмиссия определяется не только ожидаемым сеньоражем в следующем периоде, но также условной ковариацией между коэффициентом отклонения и дефицитом в периоде.

Отсюда следует важный вывод. Если терминальное ограничение (3) является в период  $t$  связывающим, то отсюда не следует, что эмиссия в периоде  $t$  и ожидаемая эмиссия в последующие периоды должны быть положительными. При отрицательной условной корреляции коэффициента отклонения и дефицита вполне возможно денежное сжатие в периоде  $t$ , то есть  $m_t^{opt} < 0$ . Это видно из соотношения (17). Таким образом, при случайному соотношении «процент/рост» учет связывающего терминального ограничения не обязательно влечет инфляционное финансирование долга. Если условная ковариация  $\text{cov}_t(\theta_{t+1}, d_{t+1})$  сама подчиняется случайному процессу (например, с возвращением к среднему), то режим эмиссионной политики (денежное расширение либо сжатие)

определяется лишь в периоде  $t$ , когда наблюдается реализованное значение ковариации.

Как и в случае постоянного соотношения процента и темпа роста, из соотношений (17) можно получить правила оптимальной политики в явном виде. Опять используя технику динамического программирования, можно показать, что оптимальный сенюораж вычисляется следующим образом

$$m_t^{opt} = \max[ 0, d_t^e + \mu_{t,0} \theta_t \beta^{-1} b_{t-1} - \mu_{t,T-t} b^* + E_t \sum_{i=0}^{T-t-1} g_{t,i} \sigma_{t+i} ]. \quad (18)$$

где

$$\sigma_{t+i} = cov_{t+i}(\theta_{t+i+1}, d_{t+i+1}),$$

$$g_{t,i} = \sum_{k=i+1}^{T-t} \beta^k / \sum_{k=0}^{T-t} \beta^k.$$

Вывод формулы (18) приводится в приложении.

Таким образом, аналогия сохраняется и для явного решения задачи: существенное отличие данного выражения от (11) лишь в том, что в инфляционном режиме должно учитываться ожидаемая взвешенная сумма ковариаций. Если ковариация отношения процент/рост и дефицита ожидается положительной, то оптимальный сенюораж увеличивается (по сравнению со случаем постоянного отношения процент/рост); в противном случае он уменьшается. Этот результат достаточно прозрачен: положительная корреляция первичного дефицита и расходов по долгам может резко усиливать

нагрузку на бюджет. При отрицательной корреляции происходит ослабление этой нагрузки за счет того, что негативное влияние одного из факторов компенсируется позитивным влиянием другого.

Если двумерный процесс  $(\theta_t, d_t)$  стационарен, то условные ковариации этих переменных постоянны во времени, то есть  $\sigma_t = \sigma$ . В этом случае ковариационное слагаемое в формуле (18) принимает следующий вид:

$$E_t \sum_{i=0}^{T-t-1} \vartheta_{t,i} \sigma_{t+i} = \sigma \sum_{i=0}^{T-t-1} \vartheta_{t,i} = \sigma \sum_{k=0}^{T-t} \mu_{t,k} k.$$

то есть оно заведомо выше  $\sigma$ -значения ковариации в одном периоде.

Положительная и отрицательная корреляции отношения процент/рост и дефицита обусловлены двумя типами связей. Первая – это зависимость между отношением реального процента к темпу роста и реальным курсом рубля, влияющим на реальные размеры выплат по базовому внешнему долгу. Положительная связь между этими показателями интерпретируется в том смысле, что улучшение экономической ситуации (снижение процента либо ускорение роста ВВП) укрепляет рубль. Такая зависимость отражает изменение фундаментальных факторов, отражающих перспективы развития экономики. Отрицательная связь возникает, например, вследствие того, что увеличение реального процента приводит к притоку капитала в экономику и росту реального курса рубля. Такой механизм реализуется в результате краткосрочных изменений конъюнктуры на мировых финансовых рынках.

Второй тип взаимосвязи – между отношением процент/рост и первичным профицитом – интерпретируются в терминах про-

антициклической фискальной политики. Антицикличность политики означает, что если экономическая ситуация, например, ухудшается, то есть отношение процент/рост возрастает, то первичный дефицит уменьшается. При проциклической политике эти показатели изменяются в противоположных направлениях: ухудшение экономической ситуации влечет расширение экспансии либо снижение налогового бремени. Как видно из (18), ожидание в будущем антициклической фискальной политики снижает потребность в инфляционном финансировании бюджета. Наоборот, ожидания проциклической политики усиливают эту потребность.

В обоих описанных случаях изменения состояния экономики, выражаемые отношением реального процента к темпу роста, приводит к отклонениям дефицита бюджета  $d_t$  от ожидаемого уровня. Ковариационное слагаемое в формуле оптимального сенюоража (18) отражает влияние непредвиденных шоков отношения процент/дефицит на непредвиденные изменения будущего потока дефицита.

### **Численные расчеты оптимальной политики**

Рассмотрим, как можно использовать приведенные выше результаты для расчета оптимальной денежной эмиссии. Для этого необходимо специфицировать случайные процессы для реального обменного курса доллара и первичного профицита бюджета. Будем считать, что реальный обменный курс доллара является процессом с возвращением к среднему:

$$x_t = a_x x_{t-1} + (1 - a_x)x^* + \varepsilon_{xt},$$

где  $a_x$  – авторегрессионный коэффициент,  $x^*$  - долговременный уровень реального курса рубля,  $\varepsilon_{xt}$  – случайная переменная с математическим ожиданием 0. Для начального периода времени используется условие нормирования  $x_0 = 1$ , поэтому ожидаемые в начальный момент выплаты по базовому долгу в году  $t$  равны:

$$E_0 \delta_t x_t = \delta_t [a_x^t + (1 - a_x^t)x^*].$$

Будем считать, что динамика первичного профицита подчиняется процессу, для которого известны начальные ожидания  $E_0 s_t$ ,  $t = 1, \dots, T$ . Эти значения мы задаем в виде сценариев: благоприятного, умеренно-неблагоприятного и неблагоприятного. При этом мы используем фактический график погашения и обслуживания внешнего долга. Мы предполагаем постоянный и равный 3% годовой темп роста ВВП. Мы исходим из оценки ВВП в базовом 2000 г. в долларовом выражении 245 млрд. долл. Наконец, долговременное значение реального курса доллара  $x^*$  принимается равным 0.59, а коэффициент авторегрессии  $a = 0.8$ . Все исходные и расчетные значения даны в процентах ВВП соответствующего года.

Расчеты по благоприятному сценарию представлены в таблице 1, по умеренно-неблагоприятному – в таблице 2, а по неблагоприятному – в таблице 3. По третьему сценарию предполагается, что первичный профицит – нулевой, начиная с 2003 г. Норма дисконта (отношение темпа роста ВВП к валовому проценту) по всем трем сценариям принимается равной 0.9, а корреляция процента и дефицита не учитывается. Терминальный долг равен 9% ВВП.

Таблица 1.

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
$x_t \delta_t$	5,00	4,54	6,05	4,53	5,05	4,46	4,15	4,71	3,35	2,97
$s_t$	4,00	4,00	4,00	3,50	3,50	3,50	3,00	3,00	3,00	3,00
$d_t$	1,00	0,54	2,05	1,03	1,55	0,96	1,15	1,71	0,35	-0,03
$d_t^e$	1,08	1,10	1,20	1,02	1,02	0,88	0,86	0,74	0,17	-0,03
$m_t^{opt}$	0,49	0,50	0,50	0,53	0,55	0,58	0,59	0,62	0,69	0,64
$\Delta b_t^{opt}$	0,51	0,10	1,62	0,74	1,34	0,86	1,13	1,79	0,56	0,29
$b_t^{opt}$	0,51	0,61	2,23	2,97	4,31	5,16	6,30	8,09	8,65	8,93

Таблица 2.

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
$x_t \delta_t$	5,00	4,54	6,05	4,53	5,05	4,46	4,15	4,71	3,35	2,97
$s_t$	4,00	3,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00	1,00	1,00
$d_t$	1,00	1,54	4,05	2,53	3,05	2,46	2,15	3,71	2,35	1,97
$d_t^e$	2,40	2,66	2,87	2,62	2,65	2,54	2,57	2,74	2,17	1,97
$m_t^{opt}$	1,81	1,79	1,79	1,84	1,86	1,89	1,91	1,92	2,04	2,08
$\Delta b_t^{opt}$	-0,81	-0,34	2,13	0,80	1,39	0,91	0,69	2,32	1,09	0,80
$b_t^{opt}$	-0,81	-1,15	0,98	1,78	3,17	4,09	4,78	7,09	8,19	8,99

Таблица 3.

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
$x_t \delta_t$	5,00	4,54	6,05	4,53	5,05	4,46	4,15	4,71	3,35	2,97
$s_t$	4,00	3,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$d_t$	1,00	1,54	6,05	4,53	5,05	4,46	4,15	4,71	3,35	2,97
$d_t^e$	3,62	4,09	4,59	4,28	4,23	4,00	3,86	3,74	3,17	2,97
$m_t^{opt}$	3,02	2,98	2,95	3,03	3,07	3,13	3,17	3,22	3,32	3,32
$\Delta b_t^{opt}$	-2,02	-1,67	2,68	1,39	2,03	1,60	1,42	2,10	0,87	0,58
$b_t^{opt}$	-2,02	-3,70	-1,01	0,38	2,40	4,00	5,42	7,52	8,38	8,97

Ожидаемый в первом периоде средний дефицит  $d_t^e$  по первому сценарию составляет 1.08% ВВП, по второму сценарию – 2.4% ВВП, а по третьему сценарию – 3.62% ВВП. Как показывают расчеты, такое различие сценариев приводит к существенным отличиям в эмиссионной политике. Значения сеньоража колеблются в диапазоне 0.5-0.6% ВВП по первому сценарию и 1.8-1.9% ВВП по второму сценарию. Если в первом случае можно считать, что без денежной эмиссии можно обойтись, то по второму сценарию – ее размеры достаточно велики. По третьему сценарию денежная эмиссия выше 3% ВВП, что на практике означает политику высокой инфляции. Тем не менее, во всех трех случаях эмиссия ненулевая, а значения сеньоража в процентах ВВП достаточно стабильны во времени, что обусловлено политикой сглаживания инфляционного налога. Заметим также, что наиболее значительное увеличение чистых активов государства (на 2% ВВП) происходит в первые годы по неблагоприятному варианту.

В таблицах 4-6 приведены результаты расчетов по данным сценариям, но значение терминального долга в два раза выше – 18% ВВП. Как видно, благодаря смягчению требования на уровень долговой нагрузки по первому сценарию потребность в эмиссионном финансировании отсутствует, а по второму и третьему она существенно ниже.

Таблица 4.

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
$x_t \delta_t$	5,00	4,54	6,05	4,53	5,05	4,46	4,15	4,71	3,35	2,97
$s_t$	4,00	4,00	4,00	3,50	3,50	3,50	3,00	3,00	3,00	3,00
$d_t$	1,00	0,54	2,05	1,03	1,55	0,96	1,15	1,71	0,35	-0,03
$d_t^e$	1,08	1,10	1,20	1,02	1,02	0,88	0,86	0,74	0,17	-0,03
$m_t^{opt}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,07	0,10
$\Delta b_t^{opt}$	1,00	0,65	2,23	1,46	2,15	1,79	2,18	2,98	1,88	1,68
$b_t^{opt}$	1,00	1,65	3,88	5,34	7,48	9,27	11,45	14,43	16,31	17,99

Таблица 5.

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
$x_t \delta_t$	5,00	4,54	6,05	4,53	5,05	4,46	4,15	4,71	3,35	2,97
$s_t$	4,00	3,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00	1,00	1,00
$d_t$	1,00	1,54	4,05	2,53	3,05	2,46	2,15	3,71	2,35	1,97
$d_t^e$	2,40	2,66	2,87	2,62	2,65	2,54	2,57	2,74	2,17	1,97
$m_t^{opt}$	1,21	1,21	1,22	1,28	1,32	1,37	1,41	1,44	1,59	1,68
$\Delta b_t^{opt}$	-0,21	0,31	2,84	1,57	2,24	1,84	1,70	3,41	2,28	2,06
$b_t^{opt}$	-0,21	0,09	2,94	4,51	6,74	8,58	10,28	13,69	15,97	18,03

Таблица 6.

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
$x_t \delta_t$	5,00	4,54	6,05	4,53	5,05	4,46	4,15	4,71	3,35	2,97
$s_t$	4,00	3,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$d_t$	1,00	1,54	6,05	4,53	5,05	4,46	4,15	4,71	3,35	2,97
$d_t^e$	3,62	4,09	4,59	4,28	4,23	4,00	3,86	3,74	3,17	2,97
$m_t^{opt}$	2,43	2,40	2,38	2,47	2,52	2,60	2,67	2,73	2,86	2,92
$\Delta b_t^{opt}$	-1,43	-1,02	3,39	2,16	2,87	2,52	2,43	3,19	2,05	1,84
$b_t^{opt}$	-1,43	-2,45	0,94	3,10	5,98	8,49	10,92	14,11	16,16	18,01

Еще три варианта расчетов проведены для дисконтирующего множителя 0.95 и терминального долга 9% ВВП. Все эти варианты, представленные в таблицах 7-9, отличаются несколько более неравномерным распределением сеньоража во времени. К началу планового периода значения сеньоража ниже, чем в аналогичных вариантах для дисконтирующего множителя 0.9, а к концу планового периода происходит их увеличение.

Таблица 7.

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
$x_t \delta_t$	5,00	4,54	6,05	4,53	5,05	4,46	4,15	4,71	3,35	2,97
$s_t$	4,00	4,00	4,00	3,50	3,50	3,50	3,00	3,00	3,00	3,00
$d_t$	1,00	0,54	2,05	1,03	1,55	0,96	1,15	1,71	0,35	-0,03
$d_t^e$	1,06	1,07	1,15	0,99	0,99	0,85	0,82	0,70	0,16	-0,03
$m_t^{opt}$	0,27	0,29	0,30	0,37	0,43	0,54	0,67	0,86	1,22	1,74
$\Delta b_t^{opt}$	0,73	0,33	1,86	0,98	1,55	1,02	1,20	1,70	0,16	-0,71
$b_t^{opt}$	0,73	1,05	2,91	3,89	5,45	6,47	7,67	9,37	9,53	8,82

Таблица 8.

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
$x_t \delta_t$	5,00	4,54	6,05	4,53	5,05	4,46	4,15	4,71	3,35	2,97
$s_t$	4,00	3,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00	1,00	1,00
$d_t$	1,00	1,54	4,05	2,53	3,05	2,46	2,15	3,71	2,35	1,97
$d_t^e$	3,71	4,10	4,50	4,23	4,17	3,96	3,82	3,70	3,16	2,97
$m_t^{opt}$	1,66	1,64	1,63	1,70	1,75	1,84	1,95	2,09	2,46	3,03
$\Delta b_t^{opt}$	-0,66	-0,18	2,32	0,99	1,58	1,07	0,77	2,27	0,79	-0,06
$b_t^{opt}$	-0,66	-0,84	1,48	2,47	4,05	5,12	5,89	8,16	8,96	8,90

Таблица 9.

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
$x_t \delta_t$	5,00	4,54	6,05	4,53	5,05	4,46	4,15	4,71	3,35	2,97
$s_t$	4,00	3,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$d_t$	1,00	1,54	6,05	4,53	5,05	4,46	4,15	4,71	3,35	2,97
$d_t^e$	3,62	3,96	4,33	3,92	3,76	3,45	3,23	3,04	2,50	2,28
$m_t^{opt}$	2,93	2,88	2,82	2,88	2,93	3,03	3,16	3,35	3,71	4,26
$\Delta b_t^{opt}$	-1,93	-1,56	2,84	1,58	2,23	1,78	1,54	2,08	0,58	-0,28
$b_t^{opt}$	-1,93	-3,48	-0,65	0,93	3,16	4,94	6,48	8,56	9,15	8,87

Как видно, ужесточение ограничения на накопление долга связано с существенно более высоким среднегодовым значением сеньоража. Жесткое ограничение на дополнительные заимствования вполне отвечает той долговой нагрузке, которая ожидается на конец рассматриваемого периода, то есть на 2010 год. По нашим оценкам при темпе роста ВВП 3% в год и норме процента 10% годовых приведенная стоимость базового внешнего долга составит 28,8% ВВП 2010 г. При норме процента 7% и прочих равных величина приведенного базового долга будет равняться 34.3% ВВП того же года. Поэтому выход на режим связывающего терминального ограничения является вполне возможным вариантом долговой политики при реализации неблагоприятного сценария.

Сравнение различных сценариев демонстрирует решающее влияние на эмиссионную политику вариантов первичного профицита и ограничения на терминальный долг. При благоприятном сценарии оптимальный сеньораж нулевой либо порядка 0.5% ВВП, что можно

считать практически близким к 0. Поэтому, полностью отказаться от политики эмиссионного финансирования возможно, если в рассматриваемом периоде удастся поддерживать бюджетный профицит не ниже 3-4% ВВП. Этот вывод имеет место даже при достаточно жестком ограничении на дополнительные чистые заимствования порядка 10% ВВП. При менее благоприятных вариантах фискальной политики использование сеньоража может оказаться необходимым для достижения терминального ограничения по долгу.

Как показывают приведенные выше расчеты, в периоде 2001–2002 г. должно происходить увеличение чистых активов правительства. Причем для неблагоприятного сценария при жесткой нагрузке на терминальный долг, прирост активов должен составить более 2% ВВП, а в 2002 г. – 1.7% ВВП (таблица 3). Для умеренно неблагоприятного сценария эти цифры ниже – 0.8% и 0.3% ВВП, соответственно (таблица 2). При благоприятном сценарии в увеличении чистых активов нет необходимости ни в одном из рассмотренных вариантов терминальной долговой нагрузки или нормы дисконта.

Ниже мы затронем вопрос о так называемом стабилизационном фонде в контексте нашей модели. Отметим здесь, что приведенные оценки вполне отвечают тому уровню, который может дать сложившаяся в настоящее время внешнеэкономическая конъюнктура. Накопление данного фонда в пределах 1-2% ВВП в 2001-2002 гг. отвечает консервативным прогнозам первичного профицита бюджета на ближайшие 10 лет. Если бы мы исходили из полной недопустимости привлечения сеньоража для решения долговой проблемы, то такой прирост чистых активов имел бы смысл при существенно более жесткой терминальной долговой нагрузке.

## **Стабилизационный фонд и нагрузка на будущие поколения**

С 2002 г. предполагается начать формирование стабилизационного фонда РФ, предназначенного для эффективного перераспределения во времени доходов федерального бюджета. Данный фонд должен будет формироваться за счет дополнительных доходов, получаемых при более высоких мировых ценах на энергоносители, и служит для сглаживания шоков, вызванных колебаниями внешнеэкономической конъюнктуры. Предлагаемый механизм аккумуляции дополнительных доходов достаточно прост: если цена нефти превышает некоторый уровень *базовой цены* или *цены отсечения*, то доходы от внешнеэкономической деятельности сверх этого уровня перечисляются в стабилизационный фонд. При этом норматив дополнительных отчислений пропорционален отклонению текущей цены от базовой.<sup>12</sup>

С теоретической точки зрения интересен вопрос, насколько задуманная бюджетная система действительно отвечает задачам долгосрочного развития. Рассмотрим вначале, в какой мере идея стабилизационного фонда согласуется с рассмотренным выше теоретическим режимом оптимального управления государственным долгом. В рамках рассмотренной выше модели вопрос о влиянии долговой нагрузки связан не только с размерами оптимального сеньоража, но и с динамикой чистых активов правительства.

Оптимальный режим управления государственным долгом и активами, как было показано, характеризуется следующими

---

<sup>12</sup> Федеральный закон «О стабилизационном фонде РФ», Проект, 2001.

свойствами. Во-первых, чистые активы правительства в долях ВВП должны увеличиваться, если, при прочих равных, текущий дефицит в долях ВВП меньше средневзвешенного, ожидаемого в долговременной перспективе. Иначе говоря, финансовая позиция правительства должна реагировать на краткосрочные шоки бюджетного дефицита и не должна реагировать на перманентные шоки. Конъюнктурные сдвиги относятся скорее к краткосрочным, а не перманентным шокам. В этом смысле увеличение валовых активов правительства отвечает выводам теории, если понимать под нормальным уровнем бюджетных доходов ожидаемую среднюю величину, а под шоком конъюнктуры – изменения налоговых поступлений или расходов в долях ВВП.

Во-вторых, изменение чистых активов правительства зависит от ожидаемой корреляции между отношением реального процента к темпу роста экономики, с одной стороны, и бюджетным дефицитом, с другой стороны. Положительная и отрицательная корреляции отношения процент/рост и дефицита интерпретируются в терминах про- и антициклической фискальной политики. Эти факторы отражают так называемый «мотив предосторожности» известный из теории сбережений на жизненном цикле. Имеются и другие факторы, влияющие на решения о накоплении чистых активов, например, оценка терминального ограничения на долг, о чем говорилось выше.

В-третьих, простая формула для отчислений в стабилизационный фонд, основанная на отклонении цены нефти от прогнозного уровня, не учитывает, что динамика первичного профицита зависит не только от цены на нефть. Можно представить такую ситуацию, когда цена на нефть несколько снизится относительно базового значения, но вырастут поступления в бюджет от других экспортаемых товаров,

либо от производства внутри страны. Согласно предлагаемой в проекте закона о стабилизационном фонде методологии, его величина в таком случае остается неизменной, тогда как теория рекомендует увеличение чистых активов. В некотором смысле привязка к нефти, как главному фактору накопления активов, аналогична привязке курса отечественной валюты к доллару, а не к корзине твердых валют. Принимая во внимание, что стоимостные объемы экспорта нефти в 10–15 раз превышают стоимостные объемы экспорта других биржевых товаров (в первую очередь, цветных металлов), влиянием цен последних на колебания доходов бюджета по сравнению с влиянием от изменений цен на нефть можно пренебречь. Цены на другие крупнейшие товарные российского экспорта (газ, черные металлы и изделия из них) не являются биржевыми, и экспортёры имеют возможность манипулировать ценами для целей налоговой и таможенной отчетности.

Вся эта аргументация свидетельствует о том, что выводы теории о влиянии конъюнктуры на изменение финансовой позиции государства далеко не однозначны. В то же время надо учитывать, что разрабатываемые для практики рекомендации по формированию стабилизационного фонда должен быть максимально простыми и прозрачными. По этой причине вполне оправданы и неизбежны определенные упрощения теоретических выводов. К примеру, привязка механизма формирования стабилизационного фонда только к колебаниям цены на нефть может ограничивать доходную базу для его накопления, но предельно упрощает бюджетную конструкцию.

Необходимо также отметить, что создание стабилизационного фонда является лишь одним из возможных вариантов увеличения

чистых активов государства при благоприятной конъюнктуре. Теоретически, правительство может направлять дополнительные средства на дополнительное (сверх графика долговых выплат) сокращение своих обязательств, прибегая к новым заимствованиям при дальнейшем ухудшении конъюнктуры. Идея увеличения чистых активов только за счет аккумуляции стабилизационного фонда исходит из невозможности либо невыгодности новых заимствований в перспективе. В таких условиях пополнение будущих доходов бюджета может быть достигнуто только за счет использования накопленных ранее активов. Это вполне обоснованное предположение, если исходить из существующих суверенных рейтингов России и стоимости новых займов. В будущем, однако, эта ситуация может измениться, и станет возможным пополнение доходов за счет дополнительных заимствований. Тем не менее, вырабатывая достаточно осторожную стратегию долговой политики, лучше исходить из консервативной оценки будущего статуса России как суверенного заемщика.

Создание стабилизационного фонда диктуется также политико-экономическими соображениями, в частности усилением давления групп интересов на фискальные власти. В сложившейся благоприятной для России ситуации чрезвычайно важен контроль за непроцентными расходами, прежде всего, из-за угрозы дальнейшего роста реального курса рубля при значительном положительном сальдо текущего счета. Увеличение непроцентных расходных статей способно резко усилить потребительский спрос и инфляционные ожидания. В условиях, когда денежная масса выросла в 2000 г. почти на 50% в основном из-за пополнения официальных валютных резервов это будет опасным шагом. Поэтому с точки зрения текущей ситуации создание

стабилизационного фонда оправдано необходимостью жесткого контроля за ростом зарплат и других бюджетных расходов.

С долговременной точки зрения речь должна идти не столько о сглаживании пиковых выплат по долгу и дефицитов бюджета, сколько о перераспределении фискальной нагрузки между ныне живущими и будущими поколениями. Когда идея аккумуляции дополнительных доходов бюджета только начала обсуждаться в прессе, то говорилось о «фонде будущих поколений», аналогичном фондам, использовавшимся в Норвегии, Кувейте и других нефтедобывающих странах. Эти страны, получавшие в отдельные периоды сверхвысокие доходы от экспорта энергоносителей, смогли накопить немалые активы. Тем самым, они застраховались от неблагоприятных конъюнктурных шоков на достаточно длительных временных горизонтах.

Возникающий фискальный дисбаланс между нынешними и будущими поколениями обусловлен неравномерностью налоговой нагрузки, а фонд будущих поколений является средством аккумуляции резервов с целью выравнивания дисбаланса в пользу будущих поколений. Насколько реально использование стабилизационного фонда для реализации такой действительно долговременной задачи как устранение фискального дисбаланса между поколениями?

Как показывают имеющиеся у нас данные о графике погашения внешнего долга, выплаты в ближайшие 8 лет составят от 4.5% до 5% ВВП, причем на пиковый 2003 г. придется 6% ВВП. После 2008 г. долговая нагрузка снизится примерно до 3-3.5% ВВП. На наш взгляд, допустимый для бюджета уровень долговых выплат не должен превышать как раз 3-3.5% ВВП. Поэтому аккумуляция дополнительных

доходов должна обеспечить, прежде всего, снижение долговой нагрузки в ближайшие 5-8 лет. В то же время, при сохранении благоприятной внешнеэкономической ситуации можно рассчитывать на дополнительные бюджетные доходы в размере не более 2% ВВП. (примерно такому значению соответствует прирост чистых активов в наших сценарных расчетах для неблагоприятного варианта). Таким образом, практически все полученные в данном периоде дополнительные доходы будут потрачены на обслуживание внешнего долга в ближайшие 5-8 лет, если правительство не добьется новой реструктуризации долга (что маловероятно при сохранении благоприятной внешнеэкономической ситуации).

Имеющийся у Российского правительства опыт аккумуляции дополнительных доходов подтверждает подобные опасения. За 2000 г. федеральная власть накопила около 77 млрд. руб. в качестве остатков на счетах в Центробанке. Из этой достаточно весомой суммы уже за первые два месяца было израсходовано 34 млрд. руб., главным образом в связи с выплатами Парижскому клубу, не предусмотренными в бюджете<sup>13</sup>. На наш взгляд, вряд ли подобное положение в дальнейшем радикально изменится. Поэтому главная функция стабилизационного фонда должна заключаться в обеспечении определенной финансовой независимости правительства и создании возможности краткосрочного маневра.

Таким образом, хотя мы не говорим о решении проблем будущих поколений с помощью стабилизационного фонда, вопрос о

---

<sup>13</sup> Согласно официальным данным ЦБР, средства Правительства РФ снизились к 1 марта 2001 г. лишь на 4 млрд. руб. по сравнению с 1 декабря 2000 г. (с 123 млрд. руб. до 119 млрд. руб.: «Бюллетень банковской статистики» № 4, 2001 г., с. 27). Поддержание остатка средств правительства могло произойти за счет недофинансирования ряда статей непроцентных расходов, которое было достаточно ощутимым в 1 квартале 2001 г.

перераспределении фискальной нагрузки между поколениями стоит достаточно остро, причем не только для России. Разработанная американскими экономистами Л. Котликоффым, А. Ауэрбахом и другими методология «счетоводства для поколений»<sup>14</sup> исходит из того, что налоговая нагрузка на поколения должна измеряться как ожидаемая приведенная стоимость чистых налоговых платежей. Чистые налоговые платежи учитывают трансферты и государственные расходы, бенефициантами которых являются представители данного поколения. О дисбалансах в налоговой нагрузке на разные поколения можно говорить, сравнивая ожидаемые приведенные стоимости чистых налоговых выплат.

При таком подходе выявляется, что текущий государственный долг и дефицит бюджета не являются адекватными индикаторами фискальной несбалансированности. Проведенные упомянутыми экономистами расчеты для ряда стран демонстрируют, что во многих из них фискальная нагрузка между поколениями распределена неравномерно. Крайняя степень несбалансированности характерна для Германии, Японии, Италии, Нидерландов и Бразилии. Ряд других стран, например, США, Португалия, Франция и Австралия имеют значительные дисбалансы в пользу ныне живущих поколений. Лишь небольшая доля стран, среди которых Швеция и Таиланд, имеют дисбалансы в пользу будущих поколений. Для Швеции это связано с очень высоким уровнем существующих налогов, а для Таиланда – с отсутствием в этой стране распределительной пенсионной системы.

Подобные примеры показывают, что расчеты налоговой нагрузки по принципу счетоводства для поколений позволяют делать весьма

---

<sup>14</sup> См., например, Kotlikoff L., Leibfritz W. (1998), “An International Comparison of Generational

неожиданные выводы о реальном состоянии и перспективах развития государственных финансов. Согласно данному подходу, выделяются два основных фактора несбалансированности. Во-первых, это накопленные государственные обязательства волях ВВП и, во-вторых, неблагоприятные тенденции в демографической структуре. Как показывают расчеты, наибольшие дисбалансы в развитых странах связаны, главным образом, с демографическими процессами, прежде всего старением населения, а не с долговыми нагрузками.

Эти выводы чрезвычайно важны для России. С проблемой старения наше общество столкнется уже в следующем десятилетии, из-за чего сейчас и начинается пенсионная реформа. При ее успешной реализации устраняется основной фактор неравномерности фискальной нагрузки. Что же касается других аспектов распределения налоговой нагрузки, то при увеличении собираемости налогов и сокращении неоправданных бюджетных расходов, фискальный дисбаланс может сложиться в пользу будущих, а не ныне живущих поколений.

## **Заключение**

Мы попытались рассмотреть взаимосвязь внешнего долга и денежной эмиссии в долговременном аспекте. Этот вопрос важен не только с теоретической точки зрения. Предложенная модель управления внешним долгом, на наш взгляд, имеет непосредственное отношение к выработке стратегии долгосрочного развития российской экономики, а именно к проблеме выхода страны из долгового кризиса.

В ситуации долгового кризиса инфляционное финансирование дефицита может быть необходимо, с одной стороны, для обеспечения выплат по базовому долгу, а с другой – для реализации целевой установки на определенный уровень долговой нагрузки (терминального долга). С точки зрения рассмотренной здесь модели режим инфляционного финансирования означает ситуацию, когда терминальное ограничение на дополнительные заимствования является связывающим. В то же время, чтобы не допустить усиления инфляционных “аппетитов” правительства, необходимо, во-первых, определить границу экономически безопасной инфляции (на наш взгляд, это 25-30% в год). Во-вторых, следует изначально задать максимально допустимый прирост денежной базы в процентах ВВП (с учетом прогнозируемой динамики скорости денежного обращения). Обозначенный таким образом верхний предел эмиссионного финансирования мог бы стать одним из ключевых параметров, например, при разработке долгосрочной программы выхода России из долгового кризиса. Выбор целевой установки по долгу (в нашей модели – экзогенное ограничение на терминальный долг) должен на практике согласовываться с данной величиной.

Как показывает формальный анализ поставленной в данной работе задачи управления долгом, оптимальная денежная эмиссия определяется как разность ожидаемого потока дефицита и приведенного терминального долга. Соответственно, чем более жесткие требования предъявляются к долговременной долговой нагрузке на экономику, тем выше должен быть размер сеньоража в каждом периоде. Принципиальный вывод заключается в том, что при доступности новых заимствований оптимальный уровень инфляции

устанавливается исходя из долговременных стратегических ограничений, а не диктуется текущими потребностями бюджета.

Кроме того, как показал анализ оптимальной политики, финансовая позиция правительства реагирует на краткосрочный шок и не реагирует на перманентный шок. Наоборот, сеньораж слабо реагирует на краткосрочный шок и чувствителен к перманентным шокам. Дефицит может испытывать как краткосрочные, так и перманентные шоки, потому что его можно представить в виде комбинации различных случайных переменных, с различной степенью инерционности. Например, динамика реального курса рубля может существенно отличаться от динамики первичного профицита. При этом неожиданные изменения в различных статьях доходов и расходов могут также по-разному отражаться на дальнейших изменениях этих показателей.

Это означает, что различные сдвиги в структуре расходов и доходов бюджета могут иметь разные последствия. Например, увеличение бюджетных расходов, вызванное непредвиденными событиями, может не иметь последствий. Снижение доходов из-за падения цен на продукцию экспорта зависит от того, насколько инерционен ценовой шок. В то же время, увеличение или снижение налогов, например, благодаря изменениям в налоговом кодексе должно, скорее всего, иметь долговременные последствия. В связи с этим решение о переходе к эмиссионному финансированию должно носить стратегический характер. При благоприятной текущей ситуации такие действия оправданы, только если с большой вероятностью ожидается долговременное ухудшение финансового положения государства.

Мы также показали, что изменение чистых активов правительства зависит от ожидаемой корреляции между отношением реального процента к темпу роста экономики, с одной стороны, и бюджетным дефицитом, с другой стороны. Указанное отношение является индикатором негативных тенденций в экономическом развитии. Положительная и отрицательная корреляции отношения процент/рост и дефицита интерпретируются в терминах про- и антициклической фискальной политики. Антицикличность политики означает, что если, например, экономическая ситуация ухудшается, то есть отношение процент/рост возрастает, то первичный дефицит уменьшается. При проциклической политике эти показатели изменяются в противоположных направлениях: ухудшение экономической ситуации влечет расширение экспансии либо снижение налогового бремени. Как показывает наш анализ, ожидание в будущем антициклической фискальной политики должно, при прочих равных, снижать прирост чистых активов. Наоборот, ожидания проциклической политики ускоряют их накопление.

Еще одним важным требованием к оптимальному режиму инфляционного финансирования долговых выплат является условие стабильности. Формально оно выражается как сглаживание размеров сеньоража во времени. Однако из-за ограниченности финансовых инструментов для страхования потоков выплат по долгам (неполноты рынков) изначально можно зафиксировать лишь ожидаемые размеры денежной эмиссии. Ее конкретный уровень зависит от непредсказуемых факторов и варьируется во времени. Это связано с тем, что при неполных финансовых рынках сохраняется неопределенность динамики реального курса рубля и первичного

профицита. В перспективе фискальная власть может принять меры к снижению фактора неопределенности и устраниению колебаний сеньоража, используя различные схемы страхования долговых выплат в реальном или долларовом выражении.

Проведенные на основе модели вариантные расчеты позволяют анализировать варианты долговой и денежно кредитной политики для параметров близких к реально существующим в России. Мы рассматривали базовый фактический вариант обслуживания и погашения внешнего долга, не предполагая дальнейшее ослабление долговой нагрузки. Далее, мы задавались умеренным прогнозом динамики ВВП (3% в год) и варьировали отношение «процент/температура роста ВВП». Кроме того, была экзогенно задана динамика ожидаемого реального обменного курса рубля: мы предполагали, что к концу десятилетия он вырастет на 70% (курса доллара снизится в реальном выражении на 41%). В среднегодовом выражении это означает «утяжеление» рубля с темпом 5.5%.

При сделанных предположениях основными сценарными параметрами оказались динамика первичного профицита и величина терминального ограничения на долг. Влияние отношения процента к темпу росту не оказало существенного влияния на результаты расчетов. Сравнение различных сценариев позволяет сделать вывод, что отказ от политики эмиссионного финансирования возможен при бюджетном профиците 3-4% ВВП. Этот вывод имеет место даже при достаточно жестком ограничении на дополнительные чистые заимствования (около 10% ВВП). При неблагоприятном сценарии (нулевой первичный профицит начиная с 2003 г.) возникает угроза новой инфляционной ловушки, когда оптимальная потребность в

эмиссии составит 3-4% ВВП. Если терминальное ограничение на дополнительные заимствования более мягкое (около 20% ВВП), то эмиссия при неблагоприятном варианте несколько ниже, 2.5-3% ВВП. Но очевидно, что даже допущение умеренной долговой экспансии не устраняет при данном варианте угрозы потери контроля над инфляцией. Поэтому ключевую роль в определении вариантов долговой и денежно-кредитной политики играет прогнозирование динамики первичного профицита. Важнейшим условием сохранения макроэкономической стабильности при неизменном графике погашения внешнего долга в периоде 2001-2010 гг. является предотвращение снижения первичного профицита ниже критического уровня 1.5-2% ВВП, что соответствует умеренно благоприятному варианту в наших расчетах.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение А. Оптимальная политика при полных рынках.

Рассмотрим статическую задачу минимизации потерь (1), (4), (3). Лагранжиан для этой задачи:

$$L = E_0 \sum_{t=1}^T \beta^t m_t^2 + \lambda E_0 \left( \sum_{t=1}^T \beta^t m_t - \sum_{t=1}^T \beta^t d_t + \mu^T b_T \right) + \eta(b_T - b^*),$$

где  $\lambda$  - двойственная оценка бюджетного ограничения (4).

Условия первого порядка для этой задачи имеют вид:

$$m_t = \lambda,$$

для  $t = 1, \dots, T$ .

Отсюда следует, что

$$m_1 = m_2 = \dots = m_T \equiv m^{opt}.$$

Подставляя  $m^{opt}$  в бюджетное ограничение (4), и предполагая, что ограничение на терминальный долг (3) не является связывающим, получаем решение задачи (1), (3), (4):

$$m^{opt} = 0.$$

Если же ограничение на терминальный долг (3) является связывающим, то есть  $b_T = b^*$ , то подстановка  $m^{opt}$  в бюджетное ограничение (4) дает

$$m^{opt} \sum_{t=1}^T \beta^t = E_0 \sum_{t=1}^T \beta^t d_t - \beta^T b^*,$$

или

$$m^{opt} = E_0 \sum_{t=1}^T \mu_t d_t - \beta^T b^*,$$

Таким образом, ограничение (3), является связывающим, тогда и только тогда, когда  $m^{opt} > 0$ , а оптимальный сеньораж равен

$$m^{opt} = \max[0, d^e - \mu_T b^*].$$

## Приложение В. Оптимальная политика при неполных рынках.

Докажем правильность выражения (11) для оптимальной политики при неполных рынках.

Вначале покажем, что

$$m_t = E_t m_{t+1} = E_t m_{t+2} = \dots = E_t m_T. \quad (\text{A1})$$

Подставляя  $m_t$  из бюджетных ограничений (2) в целевую функцию (1), получаем выражение

$$E_0 \sum_{t=1}^T \beta^t ((R_t / G_t) b_{t-1} + d_t - b_t)^2.$$

В момент  $t$  ожидаемые дисконтированные потери составляют

$$E_t \sum_{k=0}^{T-t} \beta^k (\beta^{-1} b_{t+k-1} + d_{t+k} - b_{t+k})^2.$$

Дифференцируя по  $b_t$ , получаем условие первого порядка

$$m_t = E_t m_{t+1}.$$

Итерируя данное условие на периоды  $t, \dots, T$ , получаем (A1).

Теперь найдем оптимальное правило в явном виде. Используя соотношения (A1), решим задачу управления долгом (1)–(3) по принципу динамического программирования, то есть с помощью обратной рекурсии. Вначале рассмотрим решение о финансировании дефицита в терминальный период  $T$ . Если терминальное ограничение (3) в этом периоде не является связывающим, то  $m_T^{opt} = 0$ . Если данное ограничение – связывающее, то  $b_T^{opt} = b^*$ , и

$$m_T^{opt} = d_T + \beta^{-1} b_{T-1} - b^*,$$

Таким образом, для терминального периода имеем правило оптимальной политики:

$$m_T^{opt} = \max[0, d_T + \beta^{-1}b_{T-1} - b^*].$$

При этом режим инфляционного финансирования реализуется, если

$$d_T + \beta^{-1}b_{T-1} < b^*.$$

Рассмотрим теперь период  $T-1$ . Если терминальное ограничение (3) в этом периоде не является связывающим, то

$$m_{T-1}^{opt} = E_{T-1}m_T^{opt} = 0.$$

В противном случае ожидаемое значение терминального долга равняется  $b^*$ , а сеньораж рассчитывается на основе соотношений (A1):

$$m_{T-1} = E_{T-1}m_T^{opt} = d_T^e + \beta^{-1}b_{T-1} - b^* \quad (\text{A2})$$

В правую часть данного выражения входит величина  $b_{T-1}$  – долг на конец периода  $T-1$ . Она, в свою очередь, вычисляется из бюджетного ограничения данного периода как

$$b_{T-1} = d_{T-1} + \beta^{-1}b_{T-2} - m_{T-1}$$

(A3)

Подставляя  $b_{T-1}$  из (A3) в (A2), получаем

$$\begin{aligned} m_{T-1}^{opt} &= (1 + \beta^{-1})^{-1} (E_{T-1} d_T + \beta^{-1} d_{T-1} + \beta^{-2} b_{T-2} - b^*) = \\ &= (1 + \beta)^{-1} (\beta E_{T-1} d_T + d_{T-1} + \beta^{-1} b_{T-2} - \beta b^*) = \\ &= d_{T-1}^e + \mu_{T-1,0} \beta^{-1} b_{T-2} - \mu_{T-1,1} b^*. \end{aligned}$$

Таким образом, получаем выражение для оптимального сеньоража в периоде  $T-1$ :

$$m_{T-1}^{opt} = \max[0, d_{T-1}^e + \mu_{T-1,0} \beta^{-1} b_{T-2} - \mu_{T-1,1} b^*], \quad (A4)$$

Теперь покажем, что если соотношение (A4) выполнено для некоторого периода  $t$ , то оно выполнено для периода  $t-1$ . Итак, пусть

$$m_t^{opt} = \max[0, d_t^e + \mu_{t,0} \beta^{-1} b_{t-1} - \mu_{t,T-t} b^*], \quad (A5)$$

Рассмотрим период  $t-1$ . Если терминальное ограничение (3) в этом периоде не является связывающим, то

$$m_{t-1}^{opt} = E_{t-1} m_t^{opt} = \dots = 0.$$

В противном случае ожидаемое значение терминального долга равняется  $b^*$ . Используя (A1), имеем:

$$m_{t-1} = E_{t-1} m_t^{opt} = E_{t-1} d_t^e + \mu_{t,0} \beta^{-1} b_{t-1} - \mu_{t,T-t} b^* \quad (\text{A6})$$

Долг на конец периода  $t-1$ ,  $b_{t-1}$ , вычисляется из бюджетного ограничения данного периода как

$$b_{t-1} = d_{t-1} + \beta^{-1} b_{t-2} - m_{t-1}. \quad (\text{A7})$$

Подставляя  $b_{t-1}$  из (A7) в (A6), получаем

$$m_{t-1} = E_{t-1} d_t^e + \mu_{t,0} \beta^{-1} (d_{t-1} + \beta^{-1} b_{t-2} - m_{t-1}) - \mu_{t,T-t} b^*.$$

Преобразуя это соотношение, имеем

$$(1 + \mu_{t,0} \beta^{-1}) m_{t-1} = E_{t-1} d_t^e + \mu_{t,0} \beta^{-1} d_{t-1} + \mu_{t,0} \beta^{-2} b_{t-2} - \mu_{t,T-t} b^*.$$

Поскольку

$$\mu_{t,\tau} = \beta^\tau / \sum_{k=0}^{T-t} \beta^k,$$

получаем:

$$\frac{\sum_{k=0}^{T-t+1} \beta^k}{\beta \sum_{k=0}^{T-t} \beta^k} m_{t-1} = E_{t-1} \sum_{i=0}^{T-t} \frac{\beta^i d_{t+i}}{\sum_{k=0}^{T-t} \beta^k} + \frac{d_{t-1}}{\beta \sum_{k=0}^{T-t} \beta^k} + \frac{\beta^{-1} b_{t-2}}{\beta \sum_{k=0}^{T-t} \beta^k} - \frac{\beta^{T-t}}{\sum_{k=0}^{T-t} \beta^k} b^*$$

или

$$m_{t-1} = E_{t-1} \sum_{i=0}^{T-t} \frac{\beta^{i+1} d_{t+i}}{\sum_{k=0}^{T-t+1} \beta^k} + \frac{d_{t-1}}{\sum_{k=0}^{T-t+1} \beta^k} + \frac{\beta^{-1} b_{t-2}}{\sum_{k=0}^{T-t+1} \beta^k} - \frac{\beta^{T-t+1}}{\sum_{k=0}^{T-t+1} \beta^k} b^* =$$

$$d_{t-1}^e + \mu_{t-1,0} \beta^{-1} b_{t-2} - \mu_{t-1,T-t+1} b^*.$$

Таким образом, решение для периода  $t-1$  имеет следующий вид:

$$m_{t-1}^{opt} = \max[0, d_{t-1}^e + \mu_{t-1,0} \beta^{-1} b_{t-2} - \mu_{t-1,T-t+1} b^*],$$

что доказывает (11) для  $t = 1, \dots, T$ .

Подставляя (11) в бюджетное ограничение (2), получаем выражения для оптимальных заимствований (13), (14).

Приложение С. Правила политики для большого временного горизонта

Докажем выражения (6'),(7') и (11'),(12') для оптимальной политики при большом горизонте планирования. Для случая полных рынков из (6), (8)-(9) получаем величину сеньоража и заимствований при  $T \rightarrow \infty$ :

$$m^{opt} = \max[0, d^e - \mu_T b^*] \approx \max[0, d^e],$$

$$\Delta b_t^{opt} = d_t - m_t + rb_{t-1} \approx d_t - \max[0, d^e] + rb_{t-1}.$$

Аналогично, для случая неполных рынков получаем из (11):

$$\begin{aligned} m_t^{opt} &= \max[0, d_t^e + \mu_{t,0} \beta^{-1} b_{t-1} - \mu_{t,T-t} b^*] \approx \\ &\max[0, d_t^e + (1-\beta) \beta^{-1} b_{t-1} - (1-\beta) \beta^{T-t} b^*] = \max[0, d_t^e + rb_{t-1}], \end{aligned}$$

где  $d_t^e$  – средний дефицит, ожидаемый на период  $(t, \infty)$ .

Отсюда и из (13) следует, что

$$\Delta b_t^{opt} = d_t - \max[0, d_t^e + rb_{t-1}] + rb_{t-1}.$$

Приложение D. Оптимальная политика с учетом корреляции процента и дефицита

Рассмотрим решение в периоде  $T-1$ . Если терминальное ограничение (3) в этом периоде не является связывающим, то

$$m_{T-1}^{opt} = E_{T-1} m_T^{opt} = 0.$$

Если терминальное ограничение связывающее, то ожидаемое значение терминального долга равняется  $b^*$ , а сеньораж рассчитывается на основе соотношения (17):

$$\begin{aligned} m_{T-1} &= E_{T-1} m_T^{opt} + \text{cov}_{T-1}(\theta_T, d_T) = \\ d_T^e + \beta^{-1} b_{T-1} - b^* + \sigma_{T-1} \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

Величина  $b_{T-1}$  – долг на конец периода  $T-1$  вычисляется из бюджетного ограничения данного периода как

$$b_{T-1} = d_{T-1} + \theta_t \beta^{-1} b_{T-2} - m_{T-1} \quad (\text{A9})$$

Подставляя  $b_{T-1}$  из (A9) в (A8), получаем

$$\begin{aligned} m_{T-1}^{opt} &= (1 + \beta^{-1})^{-1} [E_{T-1} d_T + \beta^{-1} d_{T-1} + \theta_t \beta^{-2} b_{T-2} - b^* + \sigma_{T-1}] = \\ (1 + \beta)^{-1} [\beta E_{T-1} d_T + d_{T-1} + \theta_t \beta^{-1} b_{T-2} - \beta b^* + \beta \sigma_{T-1}] &= \\ d_{T-1}^e + \mu_{T-1,0} \theta_{T-1} \beta^{-1} b_{T-2} - \mu_{T-1,1} b^* + \vartheta_{T-1,0} \sigma_{T-1}. \end{aligned}$$

Таким образом, получаем общее выражение для оптимального сеньоража в периоде  $T-1$ :

$$m_{T-1}^{opt} = \max[0, d_{T-1}^e + \mu_{T-1,0}\theta_{T-1}\beta^{-1}b_{T-2} - \mu_{T-1,1}b^* + g_{T-1,0}\sigma_{T-1}]. \quad (\text{A10})$$

Это выражение удовлетворяет (18) при  $t = T-1$ .

Теперь покажем, что если (18) выполнено для некоторого периода  $t$ , то оно выполнено для периода  $t-1$ . Итак, пусть

$$m_t^{opt} = \max[0, d_t^e + \mu_{t,0}\theta_t\beta^{-1}b_{t-1} - \mu_{t,T-t}b^* + E_t \sum_{i=0}^{T-t-1} g_{t,i}\sigma_{t+i}]. \quad (\text{A11})$$

Рассмотрим период  $t-1$ . Если терминальное ограничение (3) в этом периоде не является связывающим, то

$$m_{t-1}^{opt} = E_{t-1}m_t^{opt} = \dots = 0.$$

В противном случае ожидаемое значение терминального долга равняется  $b^*$ . Используя (A1), имеем:

$$\begin{aligned} m_{t-1} &= E_{t-1}m_t^{opt} + \text{cov}_{t-1}(\theta_t, d_t) = E_{t-1}d_t^e + \mu_{t,0}\beta^{-1}b_{t-1}E_{t-1}\theta_t - \mu_{t,T-t}b^* + \\ &E_{t-1} \sum_{i=0}^{T-t-1} g_{t,i}\sigma_{t+i} + \sigma_{t-1}. \end{aligned}$$

(A12)

Долг на конец периода  $t-1$ ,  $b_{t-1}$ , вычисляется из бюджетного ограничения данного периода как

$$b_{t-1} = d_{t-1} + (R_{t-1} / G_{t-1}) b_{t-2} - m_{t-1} = \\ d_{t-1} + \theta_{t-1} \beta^{-1} b_{t-2} - m_{t-1}. \quad (\text{A13})$$

Подставляя  $b_{t-1}$  из (A13) в (A12), получаем

$$m_{t-1} = E_{t-1} d_t^e + \mu_{t,0} \beta^{-1} (d_{t-1} + \theta_{t-1} \beta^{-1} b_{t-2} - m_{t-1}) - \mu_{t,T-t} b^* + \\ E_{t-1} \sum_{i=0}^{T-t-1} g_{t,i} \sigma_{t+i} + \sigma_{t-1}.$$

Преобразуя это соотношение, имеем

$$(1 + \mu_{t,0} \beta^{-1}) m_{t-1} = E_{t-1} d_t^e + \mu_{t,0} \beta^{-1} d_{t-1} + \mu_{t,0} \theta_{t-1} \beta^{-2} b_{t-2} - \mu_{t,T-t} b^* \\ + E_{t-1} \sum_{i=0}^{T-t-1} g_{t,i} \sigma_{t+i} + \sigma_{t-1}.$$

Представим это выражение в виде:

$$\frac{\sum_{k=0}^{T-t+1} \beta^k}{\beta \sum_{k=0}^{T-t} \beta^k} m_{t-1} = E_{t-1} \sum_{i=0}^{T-t} \frac{\beta^i d_{t+i}}{\sum_{k=0}^{T-t} \beta^k} + \frac{d_{t-1}}{\beta \sum_{k=0}^{T-t} \beta^k} + \frac{\theta_{t-1} \beta^{-1} b_{t-2}}{\beta \sum_{k=0}^{T-t} \beta^k} - \frac{\beta^{T-t}}{\sum_{k=0}^{T-t} \beta^k} b^* \\ + E_{t-1} \sum_{i=0}^{T-t-1} \frac{\sum_{k=i+1}^{T-t} \beta^k \sigma_{t+i}}{\sum_{k=0}^{T-t} \beta^k} + \sigma_{t-1}$$

ИЛИ

$$\begin{aligned}
 m_{t-1} = & E_{t-1} \sum_{i=0}^{T-t} \frac{\beta^{i+1} d_{t+i}}{\sum_{k=0}^{T-t+1} \beta^k} + \frac{d_{t-1}}{\sum_{k=0}^{T-t+1} \beta^k} + \frac{\theta_{t-1} \beta^{-1} b_{t-2}}{\sum_{k=0}^{T-t+1} \beta^k} - \frac{\beta^{T-t+1}}{\sum_{k=0}^{T-t+1} \beta^k} b^* = \\
 & E_{t-1} \sum_{i=0}^{T-t-1} \frac{\sum_{k=i+1}^{T-t} \beta^{k+1} \sigma_{t+i} + \beta \sigma_{t-1}}{\sum_{k=0}^{T-t+1} \beta^k} \\
 & d_{t-1}^e + \mu_{t-1,0} \theta_{t-1} \beta^{-1} b_{t-2} - \mu_{t-1,T-t+1} b^* + E_{t-1} \sum_{i=0}^{T-(t-1)-1} \vartheta_{t-1,i} \sigma_{t-1+i}.
 \end{aligned}$$

Таким образом, решение для периода  $t-1$  имеет следующий вид:

$$m_{t-1}^{opt} = \max[0, d_{t-1}^e + \mu_{t-1,0} \theta_{t-1} \beta^{-1} b_{t-2} - \mu_{t-1,T-t+1} b^* + E_{t-1} \sum_{i=0}^{T-t} \vartheta_{t-1,i} \sigma_{t-1+i}].$$

что доказывает (18) для  $t = 1, \dots, T$ .