

Прогнозирование инфляции в России с помощью TVP-модели с байесовским сжатием параметров*

А.В. Полбин, А.В. Шумилов

Аннотация: Прогнозирование инфляции является важной и сложной практической задачей. В частности, при использовании большого числа предикторов инфляции на не слишком длинных выборках возникает риск переобучения прогнозной модели. В данной работе изучается вопрос применимости модели с байесовским сжатием меняющихся во времени параметров на основе априорного иерархического нормального-гамма распределения к прогнозированию инфляции в России. Модели такого типа позволяют учитывать возможную нелинейность воздействия объясняющих переменных на инфляцию и одновременно бороться с проблемой переобучения.

На выборке месячных данных 2001–2022 гг. в работе показано, что на коротких горизонтах прогнозирования 1-3 месяца байесовская модель со сжатием меняющихся во времени параметров с широким набором предикторов инфляции превосходит по качеству предсказания, измеряемому средней абсолютной и среднеквадратичной ошибкой, свой линейный аналог, линейную и байесовскую модель авторегрессии без предикторов, а также наивные модели инфляции. На горизонте 6 месяцев наилучшей по точности прогнозирования является авторегрессионная модель без предикторов с байесовским сжатием параметров. С ростом горизонта прогнозирования (до одного года) статистические различия в точности прогнозов конкурирующих моделей инфляции в России уменьшаются.

Ключевые слова: инфляция, прогнозирование, модель с меняющимися во времени параметрами, байесовское сжатие параметров, априорное нормальное-гамма распределение.

JEL: C53, E37.

* Статья опубликована в журнале “Вопросы статистики”, 2023. Т. 30. №. 4. С. 22-32.

Андрей Владимирович Полбин, канд. экон. наук, директор Центра математического моделирования экономических процессов Института прикладных экономических исследований РАНХиГС; заведующий Международной лабораторией математического моделирования Института Гайдара

Андрей Валерьевич Шумилов, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Центра математического моделирования экономических процессов Института прикладных экономических исследований РАНХиГС

Forecasting inflation in Russia using a TVP model with Bayesian shrinkage*

Andrey Polbin, Andrei Shumilov

Abstract: Forecasting inflation is an important and challenging practical task. In particular, models with a large number of explanatory variables on relatively short samples can often overfit in-sample and, thus, forecast poorly. In this paper, we study the applicability of the model with Bayesian shrinkage of time-varying parameters based on hierarchical normal-gamma prior to forecasting inflation in Russia. Models of this type allow for possible nonlinearities in relationships between regressors and inflation and, at the same time, can deal with the problem of overfitting.

Using monthly data for 2001-2022, we find that at short forecast horizons of 1-3 months Bayesian normal-gamma shrinkage TVP model with a large set of inflation predictors outperforms in forecasting accuracy, measured by mean absolute and squared errors, its linear counterpart, linear and Bayesian autoregression models without predictors, as well as naive models. At the horizon of six months, the autoregression model with Bayesian shrinkage exhibits the best forecast performance. As the forecast horizon rises (up to one year), statistical differences in the quality of forecasts of competing models of inflation in Russia decrease.

Keywords: inflation; forecasting; time-varying parameter model; Bayesian shrinkage; normal-gamma prior.

JEL: C53, E37.

* Published in: Voprosy Statistiki. 2023. Vol. 30. No. 4. P. 22-32.

Andrey V. Polbin, Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (RANEPA), Gaidar Institute for Economic Policy (Gaidar Institute)

Andrei V. Shumilov, Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (RANEPA)

1. Введение

Важность прогнозирования инфляции для экономических агентов трудно переоценить. В экономике существует множество различных долгосрочных обязательств, таких, например, как заработные платы, которые обычно выражены в номинальных ценах. Поэтому в достаточно точном прогнозе динамики цен во время действия таких обязательств заинтересованы как домохозяйства, так и фирмы. Прогнозы темпов инфляции также служат важным входным параметром при проведении денежно-кредитной политики.

Прогнозирование инфляции является сложной задачей. Например, в работах (Stock and Watson, 2007; Faust and Wright, 2013) было показано, что динамика уровня цен в США в краткосрочном периоде достаточно хорошо аппроксимируется с помощью простых моделей, основанных на использовании только временного ряда инфляции. При этом более сложные модели, в которых задействованы другие объясняющие переменные, систематически не выигрывают в точности прогнозов по сравнению с лучшими однофакторными моделями.

Существенным недостатком использования большого числа предикторов для прогнозирования инфляции на не слишком длинных выборках является риск переобучения (*англ.* overfitting) – вследствие малого количества наблюдений относительно числа предикторов модель дает хорошие внутривыборочные прогнозы и неточные вневыборочные. Популярным средством решения проблемы переобучения являются методы сжатия (*англ.* shrinkage) параметров, основанные на введении некоторого штрафа (оператора регуляризации), который бы препятствовал переобучению модели, вызванному неоправданно высокими оценками коэффициентов, смещая их к нулю. В случае байесовского оценивания это выражается в наложении априорных ограничений на распределения коэффициентов модели (De Mol et al., 2008). Применительно к классу моделей с меняющимися во времени параметрами (TVP) в работе (Belmonte et al., 2014) была, в частности, разработана методика байесовской иерархической регуляризации LASSO. При ее использовании коэффициенты при предикторах автоматически разделяются на три категории: меняющиеся во времени, постоянные во времени и обнуляющиеся параметры. Применение байесовского иерархического LASSO-сжатия для прогнозирования инфляции в Европейском союзе на месячных данных 1994-2010 гг. показало, что этот метод дает меньшую ошибку прогноза инфляции, чем стандартные модели с меняющимися и постоянными во времени коэффициентами.

В исследовании (Bitto, Frühwirth-Schnatter, 2019) была предложена методика байесовского сжатия коэффициентов TVP-модели на основе априорного нормального-гамма распределения, которая по сравнению с байесовским LASSO позволяет более четко идентифицировать коэффициенты, постоянные во времени, и избежать излишнего сжатия коэффициентов, меняющихся во времени. Изучение прогнозных свойств сжимающего нормального-гамма распределения в TVP-модели инфляции в ЕС на том же наборе данных, что и в работе (Belmonte et al., 2014), показало, что по качеству прогнозирования, основанному на показателе предсказательной плотности, априорное нормальное-гамма-распределение явно превосходит байесовское LASSO.

В настоящем исследовании усовершенствованная методика байесовского сжатия работы (Bitto, Frühwirth-Schnatter, 2019), реализованная в пакете shrinkTVP для языка статистического программирования R (Knaus et al., 2021), используется для прогнозирования месячной инфляции в России на горизонтах до одного года. В следующем разделе работы приводится обзор предыдущих исследований по прогнозированию инфляции в России. В разделе 3 рассмотрена TVP-модель с байесовским сжатием параметров на основе априорного нормального-гамма распределения. Далее описываются используемые данные, спецификации альтернативных моделей инфляции и методика построения прогнозов. В разделе 5 обсуждаются результаты прогнозирования. В заключении представлены выводы исследования.

2. Работы по прогнозированию инфляции в России

К настоящему моменту накоплен уже достаточно большой опыт прогнозирования инфляции в России с помощью нестандартных и сложных эконометрических методик (методы байесовского сжатия параметров, однако, ранее еще не использовались). Среди работ данного направления можно выделить следующие.

В работе (Андреев, 2016) приводится описание метода комбинирования прогнозов, применяемого Банком России для краткосрочного прогнозирования инфляции. Достоинством данного метода является то, что он дает возможность использовать большое количество переменных без включения их всех одновременно в одну модель. На первом шаге метода комбинирования строятся прогнозы каждого субиндекса индекса потребительских цен (ИПЦ) на основе однофакторных (случайное блуждание со сдвигом, авторегрессия с линейным трендом, модель с ненаблюдаемой компонентой) и многофакторных (линейная регрессия, обычная и байесовская векторная авторегрессия) моделей. Многофакторные модели при этом оцениваются на различных комбинациях

выбранных экзогенных переменных. Далее прогнозы, полученные с использованием разных моделей и наборов предикторов, комбинируются в прогноз каждого субиндекса ИПЦ с весами, пропорциональными их точности. Наконец, агрегирование прогнозов всех субиндексов дает итоговый прогноз ИПЦ. Изучение прогнозных свойств метода комбинирования показало, что на большинстве временных горизонтов от одного до шести месяцев метод комбинирования превосходит по качеству прогнозирования инфляции все отдельно взятые рассмотренные модели. На тех горизонтах, где метод комбинирования уступает по качеству другим моделям, разница в точности прогнозов незначительна.

Попытка использования методики динамического усреднения моделей (*англ.* Dynamic Model Averaging – DMA) для прогнозирования индекса потребительских цен в России на основе широкого исходного набора предикторов (97 переменных, отражающих состояние деловой активности, промышленного производства, денежного рынка, рынка труда и мировых товарных рынков) была предпринята в работе (Стырин, 2019). Прогноз DMA на момент времени t рассчитывается как средневзвешенное прогнозов, полученных с помощью моделей с меняющимися во времени параметрами с различными наборами предикторов. Веса индивидуальных моделей пропорциональны их предсказательной плотности на момент t . Оказалось, что точность прогноза инфляции в России методом динамического усреднения моделей на рассмотренных горизонтах от одного до шести месяцев вперед уступает точности прогнозов, полученных при помощи более простых эталонных моделей (байесовского усреднения моделей, байесовского выбора модели, модели с ненаблюдаемыми компонентами и случайной волатильностью, авторегрессии с постоянными и меняющимися во времени коэффициентами), даже если наиболее информативные предикторы отбираются на основе ретроспективного анализа полной выборки данных.

В исследовании (Байбуза, 2018) месячная инфляция в России прогнозировалась с помощью ряда популярных методов машинного обучения, способных бороться с проблемой переобучения посредством автоматического отбора наиболее релевантных регрессоров: LASSO- и Ridge-регрессий, модели эластичной сети, модели случайного леса и бустинга. Набор предикторов в указанных моделях составили те же переменные, что и в работе (Стырин, 2019), а в качестве эталонных моделей были взяты авторегрессия и случайное блуждание. Основные результаты прогнозирования таковы. Модели с регуляризацией (LASSO- и Ridge-регрессии, модель эластичной сети) характеризуются на всех временных горизонтах от одного до 24 месяцев менее точными прогнозами, чем эталонные модели. На горизонте одного месяца наиболее точные прогнозы инфляции среди всех моделей дает комбинированная модель LASSO-AR(1). Начиная с горизонта двух

месяцев, ансамблевые методы (случайный лес и бустинг) лучше предсказывают месячную инфляцию, чем эталонные модели. Исходя из этого, автор делает общий вывод о перспективности использования моделей машинного обучения при прогнозировании инфляции в России.

В статье (Павлов, 2020) для прогнозирования месячной российской инфляции апробировались две другие модели машинного обучения – нейронная сеть с одним скрытым слоем и метод опорных векторов. В качестве предикторов инфляции в этих моделях использовались 10 основных макроэкономических показателей: реальный ВВП, денежный агрегат М2, уровень безработицы и др. Согласно результатам прогнозных экспериментов нейронная сеть и метод опорных векторов по качеству предсказания превосходили эталонную модель авторегрессии AR(1) на горизонтах более одного месяца. Различия в точности прогнозов между рассмотренными моделями машинного обучения оказались при этом минимальными.

В работе (Третьяков, Фокин, 2021) изучалась возможность использования недельных данных по обменному курсу рубля, межбанковской ставке MIACR и мировым ценам на нефть для наукастинга и прогнозирования месячной инфляции в России. Авторы показали, что модели MIDAS (MIXed DATA Sampling), связывающие высокочастотные (недельные) и низкочастотные (месячные) данные, дают более точные прогнозы инфляции на горизонте до двух месяцев, чем ряд эталонов (ARIMA, случайное блуждание, среднее за весь период обучения), основанных лишь на месячных данных по инфляции.

3. TVP-модель с байесовским сжатием параметров

Модель регрессии с меняющимися во времени параметрами имеет вид:

$$y_t = \mathbf{x}_t \boldsymbol{\beta}_t + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2), \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\beta}_t = \boldsymbol{\beta}_{t-1} + \mathbf{w}_t, \mathbf{w}_t \sim N_d(0, \mathbf{Q}), \quad (2)$$

где y_t – зависимая переменная, $\mathbf{x}_t = (x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{td})$ – вектор d регрессоров (x_{t1} – константа), $\boldsymbol{\beta}_t$ – вектор меняющихся во времени параметров, следующий процессу случайного блуждания. Предполагается, что $\mathbf{Q} = \text{Diag}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_d)$, и что начальное состояние $\boldsymbol{\beta}_0$ имеет нормальное распределение со средним $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_d)$: $\boldsymbol{\beta}_0 \sim N_d(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{Q})$.

Определив $\tilde{\beta}_{ti} = (\beta_{ti} - \beta_i) / \sqrt{\theta_i}$, $i = 1, 2, \dots, d$, модель (1), (2) можно записать в эквивалентном так называемом нецентрированном виде (Frühwirth-Schnatter, Wagner, 2010):

$$y_t = \mathbf{x}_t \boldsymbol{\beta} + \mathbf{x}_t \text{Diag}(\sqrt{\theta_1}, \sqrt{\theta_2}, \dots, \sqrt{\theta_d}) \tilde{\boldsymbol{\beta}}_t + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2), \quad (3)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\beta}}_t = \tilde{\boldsymbol{\beta}}_{t-1} + \tilde{\mathbf{u}}_t, \tilde{\mathbf{u}}_t \sim N_d(0, I_d), \quad (4)$$

где $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_0 \sim N_d(\mathbf{0}, I_d)$, I_d – единичная матрица размера d . В полученной модели пространства состояний с вектором состояний $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_t = (\tilde{\beta}_{t1}, \tilde{\beta}_{t2}, \dots, \tilde{\beta}_{td})'$ уравнение измерений (3) содержит все неизвестные параметры (постоянные во времени коэффициенты $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_d$ и стандартные отклонения инноваций $\sqrt{\theta_1}, \sqrt{\theta_2}, \dots, \sqrt{\theta_d}$), в то время как уравнение состояний (4) от этих параметров не зависит.

Байесовское оценивание модели (3), (4) осуществляется на основе использования сжимающего нормального-гамма (NG) априорного распределения (Griffin, Brown, 2010) для параметров $\sqrt{\theta_j}$ и β_j (условного нормального распределения с дисперсией, имеющей гамма-распределение):

$$\begin{aligned} \sqrt{\theta_j} | \xi_j^2 &\sim N(0, \xi_j^2), \quad \xi_j^2 | a^\xi, \kappa_B^2 \sim \mathcal{G}\left(a^\xi, \frac{a^\xi \kappa_B^2}{2}\right), \\ \beta_j | \tau_j^2 &\sim N(0, \tau_j^2), \quad \tau_j^2 | a^\tau, \lambda_B^2 \sim \mathcal{G}\left(a^\tau, \frac{a^\tau \lambda_B^2}{2}\right), \end{aligned}$$

где ξ_j^2, τ_j^2 – локальные, а $a^\xi, \kappa_B^2, a^\tau, \lambda_B^2$ – глобальные параметры “сжатия”. В частности, чем больше κ_B^2 (λ_B^2), тем большая вероятностная масса сконцентрирована вокруг нуля в априорных распределениях всех параметров $\sqrt{\theta_j}$ (β_j).

В полностью иерархических вариантах сжимающих распределений глобальные параметры сжатия также имеют собственные априорные распределения. Согласно (Knaus et al., 2021), в случае NG-распределения $\kappa_B^2, \lambda_B^2, a^\xi$ и a^τ характеризуются априорными гамма-распределениями:

$$\begin{aligned} \kappa_B^2 &\sim \mathcal{G}(d_1, d_2), \quad \lambda_B^2 \sim \mathcal{G}(e_1, e_2), \\ a^\xi &\sim \mathcal{G}(\alpha_{a^\xi}, \alpha_{a^\xi} \beta_{a^\xi}), \quad a^\tau \sim \mathcal{G}(\alpha_{a^\tau}, \alpha_{a^\tau} \beta_{a^\tau}), \end{aligned}$$

со следующими значениями гиперпараметров: $d_1 = d_2 = e_1 = e_2 = 0,001, \alpha_{a^\xi} = \alpha_{a^\tau} = 5, \beta_{a^\xi} = \beta_{a^\tau} = 10$. При таком выборе априорные средние $E(a^\xi) = E(a^\tau) = 0,1$.

Для (гомоскедастичной) дисперсии ошибок в уравнении измерения TVP-модели используется иерархическое априорное распределение, где параметр масштаба C_0 обратного гамма-распределения для σ^2 имеет гамма-распределение:

$$\sigma^2 | C_0 \sim \mathcal{G}^{-1}(c_0, C_0), C_0 \sim \mathcal{G}(g_0, G_0).$$

Выбранные значения гиперпараметров c_0, g_0 и G_0 : $c_0 = 2,5, g_0 = 5, G_0 = g_0/(c_0 - 1)$.

Апостериорные распределения параметров TVP-модели оцениваются методом Монте-Карло по схеме марковских цепей¹ (Bitto, Frühwirth-Schnatter, 2019; Cadonna et al., 2020).

4. Данные и модели для прогнозирования инфляции

В настоящем исследовании используются месячные данные из различных источников за период 2001–2022 гг. В качестве меры инфляции π_t берется натуральный логарифм отношения ИПЦ в текущем месяце к ИПЦ в предыдущем месяце (источник данных: Росстат). В форме, удобной для прямого прогнозирования на h месяцев вперед, зависимость инфляции от набора предикторов \mathbf{z}_t (с меняющимися во времени параметрами) задается уравнением обобщенной кривой Филлипса:

$$\pi_{t+h} = \sum_{j=0}^{p-1} \phi_{jt} \pi_{t-j} + \mathbf{z}_t \gamma_t + \varepsilon_{t+h}, \quad \varepsilon_{t+h} \sim N(0, \sigma^2), \quad (5)$$

где в число регрессоров входят также p лагов инфляции. Исходя из опыта предыдущих исследований (Belmonte et al., 2014; Стырин, 2019), в качестве предикторов инфляции \mathbf{z}_t мы выбрали следующие 12 переменных (в скобках приведены способ трансформации временного ряда и источник данных):

1. Среднемесячная ставка по межбанковским кредитам “овернайт” группы MIACR (исходный ряд x_t ; ЦБ РФ).
2. Среднемесячный индекс московской биржи IMOEX ($\Delta \ln(x_t)$; Investing.com).
3. Номинальный эффективный обменный курс российского рубля ($\Delta \ln(x_t)$; International Financial Statistics – МВФ).
4. Индекс промышленного производства ($\Delta \ln(x_t)$; Росстат).
5. Кредиты и прочие средства, предоставленные корпоративным клиентам в рублях и иностранной валюте, на конец периода ($\Delta \ln(x_t)$; Росстат).
6. Оборот розничной торговли ($\Delta \ln(x_t)$; Росстат).
7. Денежный агрегат M2 на конец периода ($\Delta \ln(x_t)$; ЦБ РФ).
8. Среднемесячная мировая цена на нефть марки Brent ($\Delta \ln(x_t)$; Federal Reserve Economic Data – ФРС США).
9. Уровень безработицы населения в возрасте 15–72 лет (x_t ; Росстат).

¹ В настоящей работе общее число итераций марковской цепи принимается равным 35000. Первые 5000 из этих итераций отбрасываются (burn-in). Оставшиеся 30000 используются для получения характеристик апостериорных распределений параметров.

10. Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников в целом по экономике Российской Федерации ($\Delta \ln(x_t)$; Росстат).
11. Индекс ожидаемых изменений заработной платы в промышленности (x_t ; Российский Экономический Барометр – ИМЭМО РАН).
12. Индекс мировых цен на продовольствие ($\Delta \ln(x_t)$; Federal Reserve Economic Data – ФРС США).

Для учета эффектов сезонности в число регрессоров уравнения (5) также включаются константа и 11 месячных фиктивных переменных (февраль-декабрь).

Представляющая для нас наибольший интерес модель (5) с полным набором предикторов \mathbf{z}_t (TVP-NG-AR(p)-Pred), оцениваемая на основе иерархического априорного нормального-гамма распределения, по прогнозным свойствам сопоставляется со своим линейным аналогом (OLS-AR(p)-Pred), линейной авторегрессионной моделью инфляции без предикторов \mathbf{z}_t (но с константой и месячными фиктивными переменными) (OLS-AR(p)) и ее вариантом с меняющимися во времени параметрами (TVP-NG-AR(p)), оцениваемым с помощью априорного NG-распределения. Все указанные модели рассмотрены в вариантах с количеством лагов инфляции $p \in \{1, 3, 6, 12\}$.

Для оценки качества прогнозов указанных выше моделей на горизонтах одного, трех, шести и 12 месяцев используется тестовая выборка с января 2011 г. по декабрь 2022 г. Прогнозирование осуществляется согласно схеме расширяющегося окна оценивания, где сначала модели оцениваются на исходной обучающей выборке 2001–2010 гг. На основе оцененных параметров той или иной модели строится прямой прогноз на h шагов вперед² по информации на декабрь 2010 г. Отметим, что для байесовских моделей точечный прогноз на h шагов вперед рассчитывается как математическое ожидание π_{t+h} на основе оцененной предсказательной плотности $p(\pi_{t+h} | \text{Data}_t)$ (функция `eval_pred_dens` в пакете `shrinkTVP`)³. На следующем шаге модель переоценивается на обучающей выборке с добавлением января 2011 г., и по информации на момент $t = \text{январь 2011 г.}$ строится прямой прогноз инфляции месяца $(t + h)$. Итерации расчета прогнозов горизонта h месяцев продолжаются до тех пор, пока $(t + h) \leq \text{декабрь 2022 г.}$ Итоговое количество построенных точечных прогнозов инфляции той или иной модели на один, три, шесть и 12 шагов вперед равно 144, 142, 139 и 133 соответственно.

² Если модель прогнозирования на один шаг вперед ($h = 1$) специфицирована корректно, итеративные прогнозы более эффективны, чем прямые. Однако прямые прогнозы более устойчивы к неточностям спецификации модели (Marcellino et al., 2006).

³ Использование медианы случайной величины π_{t+h} в качестве точечного прогноза дает практически идентичные численные результаты и никак не влияет на сравнительные прогнозные свойства моделей.

Регрессионные модели инфляции по качеству прогнозирования дополнительно сравниваются с двумя наивными моделями. В первой наивной модели в качестве прогноза на h шагов вперед берется инфляция за последний месяц обучающей выборки. Во второй наивной модели прогноз для месяца $(t + h)$ рассчитывается как инфляция за аналогичный месяц предыдущего года $(t + h - 12)$.

5. Эмпирические результаты

Перед обсуждением прогнозов кратко опишем в качестве примера основные результаты оценивания наиболее общей TVP-NG-модели инфляции (регрессоры: константа, 12 лагов инфляции, 12 предикторов и 11 фиктивных месячных переменных) с $h = 1$ на всей имеющейся выборке 2001-2022 гг. Большинство оцененных траекторий коэффициентов $\beta_{jt} = \beta_j + \sqrt{\theta_j} \tilde{\beta}_{jt}$ ($j = 1, 2, \dots, 36$) в данном случае сжимаются к нулю или статистически незначимы. Значимые (полностью или частично) траектории наблюдаются только для текущей инфляции (влияние на зависимую переменную: +), номинального эффективного обменного курса (–), фиктивных переменных февраля (+), июля (–) и декабря (+). Коэффициенты β_{jt} при переменных обменного курса, февраля и декабря являются меняющимися во времени, коэффициенты при текущей инфляции и фиктивной переменной июля – практически постоянны. Количественно аналогичный результат был получен в работе (Bitto, Frühwirth-Schnatter, 2019) при оценивании инфляции в Европейском союзе с помощью сходной методики: из 37 независимых переменных статистически значимыми оказались только 4.

Для оценки качества прогнозирования конкурирующих моделей мы используем два стандартных показателя – среднеквадратичную ошибку прогноза (MSFE) и среднюю абсолютную ошибку прогноза (MAFE)⁴. Результаты расчета MSFE и MAFE для прогнозов рассмотренных моделей инфляции на один, три, шесть и 12 шагов вперед в относительном виде (100% – MSFE и MAFE второй наивной модели) представлены в таблице.

⁴ Чем меньше (больше) значение MSFE или MAFE, тем лучше (хуже) качество прогнозирования.

**Относительные ошибки прогнозирования (MSFE и MAFE) альтернативных моделей
инфляции**

Модель	p	$h = 1$		$h = 3$		$h = 6$		$h = 12$	
		MSFE	MAFE	MSFE	MAFE	MSFE	MAFE	MSFE	MAFE
Наивная 1	–	0,953	0,798	<i>1,631</i>	<i>1,186</i>	<i>1,726</i>	<i>1,252</i>	1,000	1,000
Наивная 2	–	<i>1,000</i>	<i>1,000</i>	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
OLS-AR(p)	1	0,774	0,749	0,942	1,007	0,887	1,009	0,869	1,003
	3	0,875	0,791	0,906	1,008	0,877	0,999	0,872	1,002
	6	0,881	0,813	0,903	1,003	0,858	0,978	0,876	1,011
	1 2	0,914	0,854	0,921	1,015	0,892	1,010	0,892	1,019
TVP-NG-AR(p)	1	0,723	0,689	0,842	0,856	0,880	0,939	1,123	1,035
	3	0,726	0,689	0,834	0,852	0,856	0,913	<i>1,262</i>	1,120
	6	0,739	0,692	0,836	0,826	0,875	0,941	1,117	1,065
	1 2	0,781	0,715	0,870	0,884	0,881	0,931	1,220	<i>1,132</i>
OLS-AR(p)-Pred	1	0,793	0,663	0,852	0,930	0,870	0,988	0,838	0,951
	3	0,873	0,685	0,824	0,956	0,874	0,982	0,851	0,963
	6	0,900	0,717	0,841	0,979	0,883	1,000	0,883	1,004
	1 2	0,946	0,766	0,871	1,013	0,921	1,035	0,920	1,027
TVP-NG-AR(p)-Pred	1	0,750	0,667	0,832	0,846	0,890	0,946	0,956	1,002
	3	0,720	0,656	0,821	0,837	0,883	0,936	0,967	1,000
	6	0,629	0,631	0,843	0,824	0,921	0,971	0,961	0,988
	1 2	0,690	0,649	0,873	0,855	0,898	0,956	0,945	0,990

Примечание. Для каждого горизонта прогнозирования полужирным курсивом выделено наименьшее значение ошибки, курсивом – наибольшее.

Как видно из таблицы, на горизонте прогнозирования один месяц все байесовские TVP-NG-спецификации превосходят по качеству, измеряемому MSFE и MAFE, свои линейные аналоги, а также наивные модели. Наилучшей по обоим показателям качества является модель TVP-NG-AR(6)-Pred, превосходящая вторую по MSFE (MAFE) модель из других категорий TVP-NG-AR(1) (OLS-AR(1)-Pred) на 13% (5%). Дополнительно проведенные нами формальные тесты Диболда – Мариано для сравнения качества прогнозов моделей (для краткости мы их не приводим) показывают, что прогноз модели TVP-NG-AR(6)-Pred по метрикам квадратичной и абсолютной ошибок статистически значимо лучше прогнозов байесовских авторегрессионных моделей без предикторов и прогнозов стандартных эталонов – наивных и линейных AR(p) моделей. Различия в качестве между прогнозом TVP-NG-AR(6)-Pred и лучшим прогнозом моделей категории OLS-AR(p)-Pred статистически незаметны.

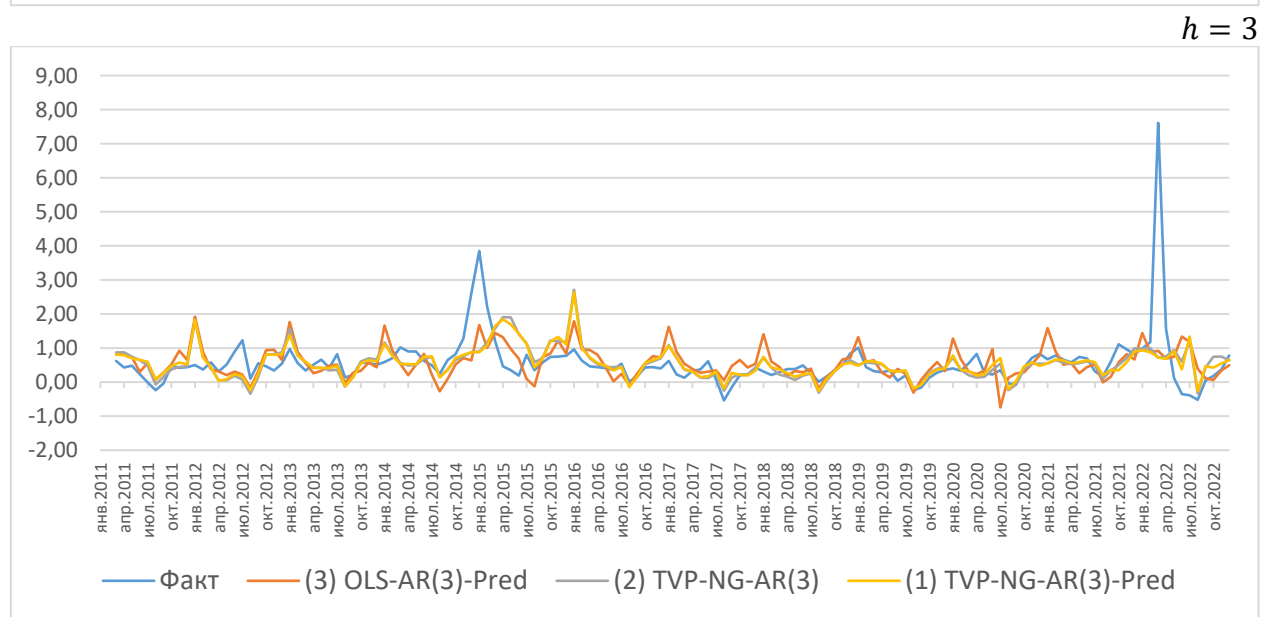
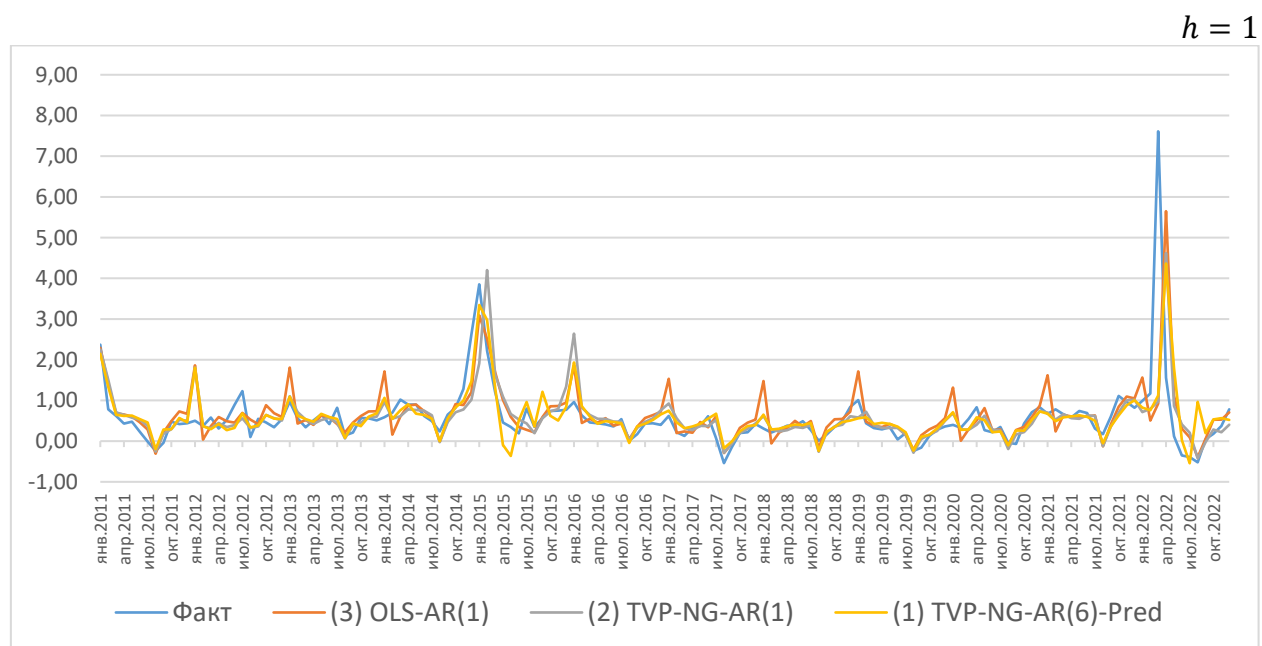
Для $h = 3$ байесовские TVP-NG-модели также почти всегда превосходят по качеству прогнозирования свои линейные аналоги согласно MSFE и MAFE. Как и в случае $h = 1$, полная модель TVP-NG-AR(6)-Pred оказывается лучшей по MAFE, а вариант полной модели с тремя лагами инфляции – по MSFE. Преимущество лучшей модели по MSFE или MAFE перед ближайшим конкурентом из других категорий теперь, однако, становится небольшим и составляет всего 0,3 и 0,2% соответственно. Согласно тестам Диболда – Мариано, прогноз модели TVP-NG-AR(3)-Pred по метрике квадратичной ошибки статистически значимо лучше прогнозов наивных и байесовских авторегрессионных моделей без предикторов, а прогноз модели TVP-NG-AR(6)-Pred по метрике абсолютной ошибки лучше прогнозов наивных моделей, линейных авторегрессионных моделей и линейных моделей с предикторами.

При прогнозировании на шесть месяцев вперед TVP-NG-модели во всех случаях дают более точные прогнозы, чем их линейные аналоги, только по MAFE. На первое место по обоим показателям качества теперь выходит байесовская TVP-NG-модель с тремя лагами инфляции без предикторов с отрывом по MSFE (MAFE) от второй модели из других категорий OLS-AR(6) (TVP-NG-AR(3)-Pred) на 0,3% (2,5%). Из тестов Диболда – Мариано, сравнивающих лучшие прогнозы моделей разных категорий, следует, что прогноз модели TVP-NG-AR(3) статистически значимо превосходит только прогнозы наивных моделей.

На горизонте прогнозирования один год наилучшей как по MSFE, так и по MAFE, оказывается модель OLS-AR(1)-Pred. Все TVP-NG-модели здесь уступают своим линейным аналогам по обоим показателям качества прогнозирования, а TVP-NG-спецификации с тремя и 12 лагами инфляции без предикторов даже оказываются худшими среди всех моделей по MSFE и MAFE соответственно. Тесты Диболда – Мариано показывают, что прогноз модели OLS-AR(1)-Pred по качеству статистически не отличается от наивного прогноза (при $h = 12$ наивные модели 1 и 2 совпадают), прогнозов линейных авторегрессионных моделей и TVP-NG-моделей с предикторами. Этот результат указывает на то, что на столь длинном горизонте информация о предикторах устаревает настолько, что не позволяет строить прогнозы, сильно отличающиеся от просто текущего уровня инфляции.

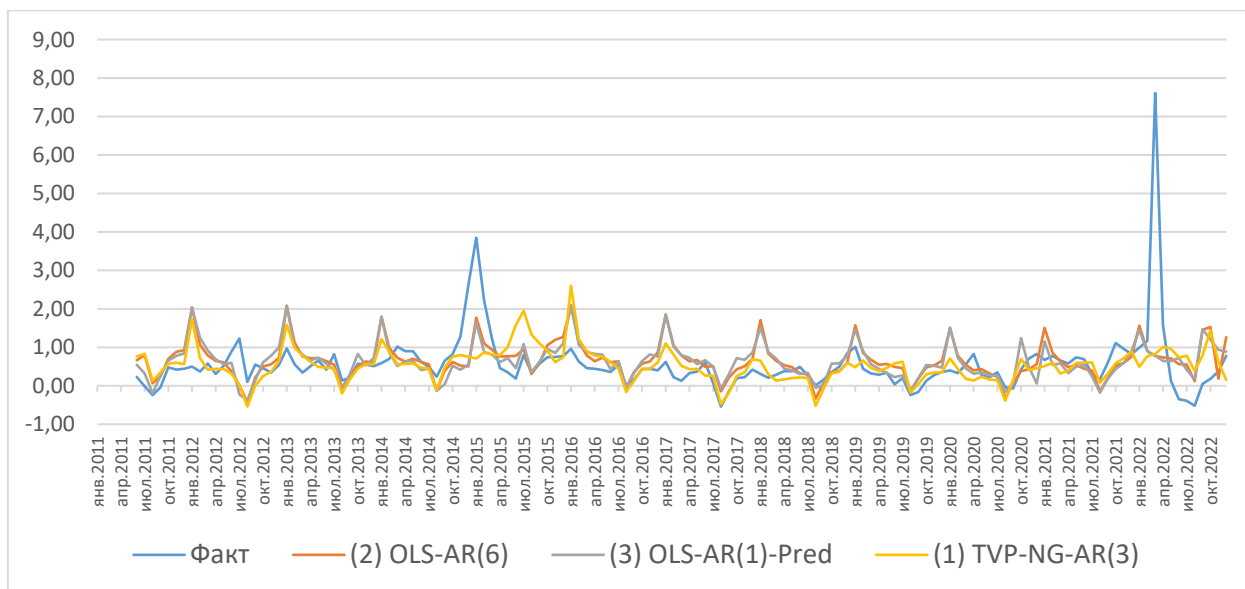
В качестве наглядной иллюстрации результатов прогнозирования на рисунке изображены графики фактической инфляции и прогнозов трех лучших по MSFE моделей из разных категорий для горизонтов один, три, шесть и 12 месяцев. В частности, для $h = 1$ визуально заметно, что лучшая модель TVP-NG с предикторами в целом точнее прогнозирует инфляцию, чем линейная авторегрессия первого порядка. Также видно, что, TVP-NG-модель с предикторами реплицирует с запаздыванием сильные всплески

инфляции (январь 2015 г., март 2022 г.)⁵ в меньшем масштабе, чем TVP-NG-модель без предикторов, что дает первой модели преимущество в прогнозировании инфляции.



$h = 6$

⁵ Пик месячной инфляции в январе 2015 г. (3,9%) явился следствием девальвации рубля, последовавшей за сильным падением мировых цен на нефть в конце 2014 г. Ускорение инфляции в марте 2022 г. до 7,6% было обусловлено ослаблением рубля и всплеском потребительского спроса в условиях резкого роста санкционного давления на Россию.



$h = 12$

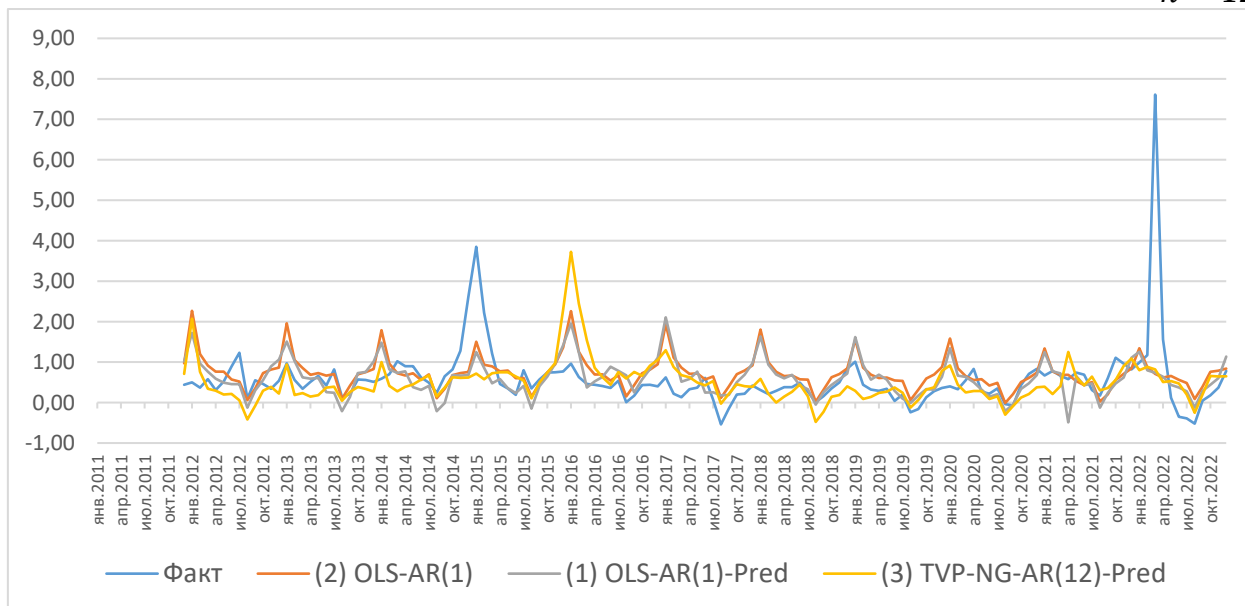


Рисунок. Фактическая инфляция и прогнозы трех лучших по MFSE моделей из разных категорий (в процентах)

6. Заключение

В настоящей работе для прогнозирования месячной инфляции в России на горизонтах до одного года была апробирована TVP-модель с байесовским сжатием параметров на основе априорного нормального-гамма распределения, позволяющая эффективно бороться с проблемой переобучения. Результаты расчетов показали, что по качеству прогнозирования на коротких горизонтах (до трех месяцев) TVP-NG-модель с широким набором предикторов превосходит свой линейный аналог, линейную и TVP-NG-модель авторегрессии без предикторов, а также наивные модели инфляции, а на горизонте

шести месяцев наилучшей оказывается авторегрессионная модель без предикторов с байесовским сжатием параметров. Количественные различия между показателями качества прогнозов разных моделей на горизонтах менее полугода в большинстве случаев подтверждаются формальными статистическими тестами Диболда-Мариано. С дальнейшим ростом горизонта прогнозирования статистические различия в точности прогнозов конкурирующих моделей инфляции уменьшаются.

Актуальной задачей для будущих исследований представляется апробирование методики байесовского сжатия параметров для прогнозирования других ключевых макроэкономических показателей (ВВП, потребления домашних хозяйств, инвестиций в основной капитал, экспорта, импорта).

Литература

Андреев А. Прогнозирование инфляции методом комбинирования прогнозов в Банке России // Банк России. Серия докладов об экономических исследованиях. 2016. № 14.

Байбуза И. Прогнозирование инфляции с помощью методов машинного обучения // Деньги и кредит. 2018. Т. 77. № 4. С. 42-59. doi: <https://doi.org/10.31477/rjmf.201804.42>.

Павлов Е. Прогнозирование инфляции в России с помощью нейронных сетей // Деньги и кредит. 2020. Т. 79. № 1. С. 57-73. doi: <https://doi.org/10.31477/rjmf.202001.57>.

Стырин К. Прогнозирование инфляции в России методом динамического усреднения моделей // Деньги и кредит. 2019. Т. 78. № 1. С. 3-18. doi: <https://doi.org/10.31477/rjmf.201901.03>.

Третьяков Д.В., Фокин Н.Д. Помогают ли высокочастотные данные в прогнозировании российской инфляции? // Вестник Санкт-Петербургского университета. Экономика. 2021. Т. 37. № 2. С. 318-343. doi: <https://doi.org/10.21638/spbu05.2021.206>.

Belmonte M.A.G., Koop G., Korobilis D. Hierarchical Shrinkage in Time-Varying Parameter Models // Journal of Forecasting. 2014. Vol. 33. No. 1. P. 80-94. doi: <https://doi.org/10.1002/for.2276>.

Bitto A., Frühwirth-Schnatter S. Achieving Shrinkage in a Time-Varying Parameter Model Framework // Journal of Econometrics. 2019. Vol. 210. No. 1. P. 75-97. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2018.11.006>.

Cadonna A., Frühwirth-Schnatter S., Knaus P. Triple the Gamma – A Unifying Shrinkage Prior for Variance and Variable Selection in Sparse State Space and TVP Models // Econometrics. 2020. Vol. 8. No. 2. doi: <https://doi.org/10.3390/econometrics8020020>.

De Mol C., Giannone D., Reichlin L. Forecasting Using a Large Number of Predictors: Is Bayesian Shrinkage a Valid Alternative to Principal Components? // Journal of Econometrics. 2008. Vol. 146. No. 2. P. 318-328. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2008.08.011>.

Faust J., Wright J.H. Forecasting Inflation // Handbook of Economic Forecasting. Elsevier, 2013. P. 2-56. doi: <https://doi.org/10.1016/B978-0-444-53683-9.00001-3>.

Frühwirth-Schnatter S., Wagner H. Stochastic Model Specification Search for Gaussian and Partial Non-Gaussian State Space Models // Journal of Econometrics. 2010. Vol. 154. No. 1. P. 85-100. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2009.07.003>.

Griffin J.E., Brown P.J. Inference with Normal-Gamma Prior Distributions in Regression Problems // Bayesian Analysis. 2010. Vol. 5. No. 1. P. 171-188. doi: <https://doi.org/10.1214/10-BA507>.

Knaus P., Bitto-Nemling A., Cadonna A., Frühwirth-Schnatter S. Shrinkage in the Time-Varying Parameter Model Framework Using the R Package shrinkTVP // Journal of Statistical Software. 2021. Vol. 100. P. 1-32. doi: <https://doi.org/10.18637/jss.v100.i13>.

Marcellino M., Stock J.H., Watson M.W. A Comparison of Direct and Iterated Multistep AR Methods for Forecasting Macroeconomic Time Series // Journal of Econometrics. 2006. Vol. 135. No. 1-2. P. 499-526. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2005.07.020>.

Stock J.H., Watson M.W. Why Has U.S. Inflation Become Harder to Forecast? // Journal of Money, Credit and Banking. 2007. Vol. 39. No. 1. P. 3-33. doi: <https://doi.org/10.1111/j.1538-4616.2007.00014.x>.