

ПРОГНОЗНЫЕ СВОЙСТВА VAR-МОДЕЛЕЙ: ПРИЛОЖЕНИЕ К РОССИЙСКИМ ДАННЫМ

А.Скроботов, н.с., РАНХиГС

М.Турунцева, зав. лабораторией, ИЭП им. Е.Т. Гайдара и РАНХиГС

В данной статье мы пытаемся ответить на вопрос о том, помогают ли VAR-модели при прогнозировании некоторых российских макроэкономических показателей. Мы рассматриваем простейшую векторную модель, вектор переменных в которой включает логарифмы: индекса промышленного производства (y); цены нефти марки Brent (p^{oil}); реального эффективного обменного курса (rer); номинального обменного курса (ner); индекса цен, рассчитанного по ИПЦ по отношению к январю 2000 г. (p); ставки процента на межбанковском рынке МІАСR (i); и номинальной денежной массы М2 ($m2$). Модели оценивались на интервале с января 2001 г. по декабрь 2013 г. (156 наблюдений).

В качестве базового прогноза (применяемого для сравнения) мы использовали наивный прогноз (прогноз модели случайного блуждания для каждого показателя). С этим базовым прогнозом мы сравниваем прогнозы, полученные по трем моделям: по модели VECM, имеющей только авторегрессионные члены, глубина запаздываний в которой выбирается согласно BIC, и модели VARMA, которая оценивалась двумя методами, предложенными, соответственно, в работах (Poskitt, 2003) и (Yap, Reinsel, 1995) (подробнее см. Kascha, Trenkler, 2014).

Все модели специфицируются и оцениваются, используя доступные данные. На первом шаге оцениваются модели на интервале с января 2001 г. по апрель 2009 г. (первые 100 наблюдений). По этой модели рассчитываются прогнозы на 1, 3, 6 и 12 шагов вперед. Затем добавляется следующая точка (май 2009 г.), модель переоценивается и заново рассчитываются прогнозы на 1, 3, 6 и 12 шагов вперед. И так далее: при увеличении выборки модели переоцениваются, а прогнозы обновляются до тех пор, пока не закончатся доступные данные.

Результаты расчетов представлены в табл. 1. Таблица содержит среднеквадратичные ошибки прогнозов ($MSPE$) для различных систем и горизонтов относительно аналогичной статистики, рассчитанной для наивного прогноза (значение, меньшее единицы, означает, что рассматриваемый прогноз лучше наивного). Вторая таблица представляет определитель матрицы $MSPE$ для различных горизонтов и систем:

$$MSPE_h = \left| \frac{1}{T - T_s - h + 1} \sum_{t=T_s}^{T-h} (y_{t+h} - \hat{y}_{t+h|t})(y_{t+h} - \hat{y}_{t+h|t})' \right|.$$

Данный критерий измеряет совместную точность прогноза в рамках одной модели. В таблице также приведены относительные статистики по сравнению с наивным прогнозом.

Индекс промышленного производства (y)

Прогнозы индекса промышленного производства по VAR-моделям, за редким исключением, обладают качеством существенно превышающим качество наивного прогноза этого показателя. Лишь для горизонта прогнозирования 12 месяцев в нескольких случаях лучшим оказывается наивный прогноз. Лучшие прогнозы индекса промышленного производства чаще всего дает модель VECM, следующей по качеству является модель VARMA, оцененная по методу (Poskitt, 2003).

Цена нефти марки Brent (p^{oil})

Цена нефти прогнозируется хуже, чем по модели случайного блуждания, для VAR-моделей с рангом, равным двум, и для горизонтов, равных 1 и 3 месяцам. Практически во всех остальных

ных случаях существует модель (VECM или VARMA), прогнозы по которой превосходят по качеству наивный прогноз цены нефти. Отметим, что из VAR-моделей ни одна не является доминирующей по сравнению с другими.

Реальный эффективный обменный курс (rer)

Для прогнозирования реального обменного курса можно выбрать модель VARMA, оцененную по методу (Poskitt, 2003): качество прогнозов по этой модели всегда выше качества наивных прогнозов и практически всегда выше качества прогнозов, рассчитанных по альтернативным моделям. Низкое качество прогнозов реального эффективного курса рубля (т.е. более высокую ошибку, чем наивный прогноз) довольно часто дает VECM модель ранга 2.

Номинальный обменный курс (ner)

Полученные результаты говорят о том, что показатель номинального обменного курса прогнозируется плохо при помощи VAR-моделей. В большинстве случаев прогнозы по этим моделям уступают по качеству наивному прогнозу. В отдельных случаях лучше наивного оказывается прогноз, построенный по одной из VARMA-моделей.

Индекс цен (p)

Прогнозы индекса цен по рассматриваемым моделям, в целом, обладают хорошим качеством: для большинства спецификаций ошибка оказывается существенно меньше, чем ошибка наивного прогноза. Здесь можно выделить VECM-модель, которая чаще других дает лучшие прогнозы индекса цен.

Ставка процента (i)

Ставка процента является наиболее плохо прогнозируемым показателем: качество ее прогнозов по VAR-моделям практически во всех случаях оказывается хуже наивного прогноза. Интересной особенностью этого ряда является то, что в половине случаев VECM-модель дает прогнозы, лучшие, чем наивные для горизонта прогнозирования, равного 12.

Номинальная денежная масса M2 (m2)

Также, как и индекс цен, номинальная денежная масса прогнозируется довольно хорошо по рассматриваемым моделям. Практически всегда ошибка прогнозирования по ним ниже, чем по модели случайного блуждания. В качестве лучшей модели можно выделить VECM-модель, дающую лучшие результаты в большинстве случаев.

Общие выводы

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы. К числу хорошо прогнозируемых показателей можно отнести M2, индекс цен и индекс промышленного производства. Для этих показателей практически всегда можно выделить модель (и в большинстве случаев этой моделью оказывается VECM-модель), которая позволяет получать прогнозы лучше наивных.

Обменные курсы рубля (как реальный, так и номинальный) и цену нефти марки Brent следует отнести к промежуточной группе: качество прогнозов этих показателей сильно зависит от спецификации модели (включенных в модель переменных и ее ранга) и довольно сложно выявить модель, которая давала бы устойчиво лучшие (по сравнению с наивным) прогнозы.

И, наконец, особо выделяется показатель процентной ставки. Можно говорить о том, что в рамках рассматриваемых моделей этот показатель прогнозируется очень плохо: ошибка прогнозирования часто в разы превосходит ошибку прогнозирования по модели случайного блуждания. Более того, исключение этого показателя из спецификаций VAR-моделей приводит к

существенному улучшению сводных качественных статистик, т.е. к росту качества прогнозов по VAR-моделям в целом.

Если рассматривать сводные качественные характеристики прогнозов по VAR-моделям, то, очевидно, можно выделить VECM-модель как модель, позволяющую получать прогнозы, превосходящие по качеству наивные. Необходимо отметить, что эта модель практически всегда позволяет серьезно улучшить прогнозы по сравнению с наивными прогнозами в середине рассматриваемого прогнозного интервала (на 3 и 6 месяцев).

Также можно выделить особенность моделей VARMA: сводные статистики качества этих моделей на горизонт прогнозирования, равный 12 месяцам, оказываются в среднем на порядок хуже как статистик качества по VARMA-моделям на меньшие горизонты прогнозирования, так и статистик качества по VECM-моделям на горизонт прогнозирования в 12 месяцев.

Таблица 1

ЗНАЧЕНИЯ MSPE ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ СПЕЦИФИКАЦИЙ VAR

Ранг коинтеграции	Спецификация VAR	VECM				VARMA (Poskitt, 2003)				VARMA (Yap, Reinsel, 1995)			
		1	3	6	12	1	3	6	12	1	3	6	12
r=2	rer	1,067	1,164	1,171	0,97	0,986	0,79	0,784	1,173	0,912	0,731	0,728	1,058
	y	0,948	0,916	0,819	0,846	0,851	0,741	0,687	1,245	0,87	0,775	0,829	0,987
	oil	1,003	1,01	0,984	0,955	1,068	1,042	1,085	1,137	1,064	1,063	1,022	0,991
	m2	0,697	0,653	0,605	0,597	0,811	0,916	0,99	1,02	0,867	0,949	1,006	1,021
	p	0,62	0,585	0,821	0,997	0,736	0,785	1,101	1,273	0,88	1,085	1,681	2,387
	i	1,308	1,327	1,317	1,081	3,519	3,466	2,538	1,72	2,628	2,858	2,087	1,459
	Сводная статистика	0,808	0,5	0,284	0,905	2,39	1,387	0,55	5,908	2,332	1,516	0,539	6,282
r=3	rer	0,977	0,832	1,041	1,575	0,995	0,782	0,714	0,93	0,955	0,797	0,836	1,201
	y	0,914	0,785	0,56	1,019	0,852	0,719	0,612	1,049	0,883	0,793	0,749	1,393
	oil	1,011	1,019	1,092	1,064	0,903	0,706	0,614	0,705	0,932	0,723	0,599	0,668
	m2	0,678	0,636	0,678	0,773	0,843	1,023	1,089	1,078	0,946	1,189	1,301	1,264
	p	0,648	0,516	0,593	0,79	0,706	0,752	1,11	1,218	0,821	1,097	1,697	2,453
	i	3,255	2,721	1,742	0,984	3,49	3,119	2,05	1,143	2,612	2,876	2,107	1,171
	Сводная статистика	1,732	0,595	0,181	1,852	2,063	1,129	0,495	7,123	2,034	1,528	0,666	16,793
r=4	rer	0,938	0,726	0,784	1,088	0,947	0,72	0,674	0,836	0,954	0,803	0,857	1,171
	y	0,75	0,522	0,309	0,894	0,779	0,572	0,343	1,242	0,756	0,532	0,321	0,972
	oil	1,033	1,057	1,117	1,075	0,861	0,707	0,552	0,493	0,91	0,684	0,544	0,473
	m2	0,677	0,515	0,464	0,512	0,845	1,06	1,097	1,088	0,929	1,16	1,293	1,327
	p	0,659	0,58	0,577	0,744	0,649	0,483	0,533	0,702	0,636	0,497	0,475	0,619
	i	4,049	3,379	1,795	0,783	3,209	3,044	1,9	0,928	2,922	3,222	2,017	1,063
	Сводная статистика	1,715	0,408	0,077	0,935	1,599	0,672	0,191	3,862	1,696	0,721	0,169	4,055
r=2	rer	1,064	1,152	1,165	0,957	0,929	0,749	0,646	0,811	0,927	0,843	0,802	0,964
	y	0,969	0,934	0,828	0,791	0,921	0,708	0,601	0,937	0,898	0,737	0,782	1,294
	m2	0,689	0,593	0,553	0,57	0,883	0,955	1,008	1,029	1,033	1,202	1,188	1,127
	p	0,683	0,687	0,946	1,103	0,758	0,796	1,09	1,246	0,967	1,307	2,091	4,121
	i	1,6	1,46	1,39	1,121	2,286	1,767	1,26	0,986	1,602	1,907	1,618	1,215
	Сводная статистика	1,047	0,523	0,239	0,594	1,798	0,76	0,31	4,01	1,834	1,563	0,787	18,008
r=3	rer	1,014	0,948	1,134	1,398	0,888	0,697	0,609	0,691	0,92	0,816	0,796	0,951
	y	0,849	0,698	0,365	1,037	0,839	0,576	0,306	1,146	0,819	0,599	0,29	0,935
	m2	0,673	0,576	0,612	0,696	0,886	0,929	0,919	0,95	0,975	1,141	1,181	1,163
	p	0,69	0,583	0,577	0,733	0,698	0,493	0,477	0,691	0,688	0,486	0,469	0,589
	i	2,438	1,822	1,238	0,761	2,03	1,716	1,128	0,79	1,893	2,307	1,616	0,908
Сводная статистика	1,218	0,325	0,085	1,436	1,346	0,355	0,094	2,61	1,314	0,586	0,157	3,929	

Ранг коинтеграции	Спецификация VAR	VECM				VARMA (Poskitt, 2003)				VARMA (Yap, Reinsel, 1995)			
		1	3	6	12	1	3	6	12	1	3	6	12
r=4	reg	0,97	0,799	0,807	0,763	0,892	0,674	0,607	0,963	0,899	0,751	0,768	1,314
	y	0,791	0,559	0,272	0,786	0,837	0,579	0,363	1,346	0,818	0,57	0,315	0,948
	m2	0,651	0,418	0,294	0,226	0,949	1,271	1,564	1,801	1,052	1,541	1,832	1,902
	p	0,693	0,575	0,54	0,645	0,69	0,598	0,556	0,689	0,719	0,58	0,523	0,679
	i	2,697	2,396	1,38	0,55	2,186	2,405	2,05	1,968	2,146	2,24	1,674	1,247
	Сводная статистика	1,229	0,225	0,04	0,731	1,521	0,673	0,275	10,467	1,695	0,82	0,266	6,084
r=2	y	0,898	0,807	0,69	0,835	0,916	0,862	0,662	1,574	0,941	0,918	0,637	2,042
	reg	1,021	1,023	1,013	1,008	0,986	0,861	1,226	1,694	0,971	0,904	1,061	1,252
	oil	1,005	1,01	0,969	0,942	1,038	1,039	1,035	1,025	1,023	1,015	1,031	1,014
	m2	0,705	0,572	0,518	0,556	0,719	0,818	0,927	0,981	0,918	1,208	1,235	1,164
	p	0,73	0,762	1,071	1,353	0,671	0,578	0,692	0,771	0,665	0,618	0,839	1,225
	i	1,23	1,036	1,091	1,038	3,061	4,172	3,931	2,978	2,675	2,743	2,353	1,887
Сводная статистика	0,703	0,273	0,179	1,236	2,23	1,618	0,762	10,584	2,186	1,384	0,68	8,945	
r=3	y	0,875	0,806	0,507	1,44	0,9	0,857	0,667	1,573	0,883	0,812	0,52	1,481
	reg	1,007	0,957	1,066	1,217	1,015	0,863	1,285	1,904	1,003	0,909	1,116	1,36
	oil	0,988	0,959	0,989	0,924	0,909	0,696	0,951	0,906	0,899	0,824	0,979	1,018
	m2	0,68	0,532	0,475	0,51	0,76	0,912	1,004	1,047	0,926	1,218	1,218	1,156
	p	0,653	0,47	0,501	0,588	0,671	0,548	0,599	0,637	0,666	0,604	0,833	1,239
	i	2,071	1,543	1,258	1	2,942	3,833	3,896	3,065	3,133	3,3	2,924	2,236
Сводная статистика	1,116	0,324	0,117	2,394	1,911	0,996	0,687	10,028	2,177	1,063	0,672	7,997	
r=4	y	0,845	0,779	0,488	1,223	0,869	0,81	0,539	1,26	0,862	0,758	0,448	1,351
	reg	1,041	1,019	1,229	1,41	1	0,924	1,177	2,052	1,029	0,992	1,224	1,769
	oil	1,008	0,983	0,99	0,915	0,922	0,767	0,683	0,432	0,893	0,789	0,812	0,779
	m2	0,676	0,51	0,446	0,471	0,81	1,026	1,004	0,934	0,898	0,995	0,825	0,755
	p	0,644	0,467	0,522	0,575	0,649	0,47	0,544	0,726	0,671	0,554	0,706	0,769
	i	3,368	2,901	2,177	1,366	2,938	3,437	3,489	3,615	2,489	2,3	2,075	2,038
Сводная статистика	1,92	0,724	0,391	5,824	1,886	1,021	0,541	3,249	1,735	0,741	0,411	8,268	
r=2	y	0,903	0,817	0,685	0,893	0,928	0,878	0,667	1,617	0,89	0,854	0,564	1,956
	reg	1,015	1,015	1,003	1,001	1,002	0,828	1,173	1,83	0,973	0,878	0,978	1,107
	m2	0,687	0,558	0,53	0,594	0,736	0,869	0,976	1,027	0,942	1,25	1,273	1,197
	p	0,8	0,841	1,137	1,461	0,733	0,625	0,66	0,651	0,7	0,58	0,725	0,863
	i	1,332	1,099	1,151	1,086	1,843	2,496	2,835	2,525	1,51	1,613	1,67	1,495
	Сводная статистика	0,831	0,348	0,176	0,834	1,329	1,097	0,655	8,926	1,246	0,876	0,468	6,814
r=3	y	0,847	0,769	0,447	1,534	0,897	0,885	0,576	1,78	0,88	0,836	0,517	1,786
	reg	1,009	0,972	1,039	1,092	0,999	0,93	0,994	1,34	0,989	0,916	0,939	1,139
	m2	0,67	0,532	0,509	0,571	0,788	1,036	1,075	1,018	0,93	1,149	1,051	0,962
	p	0,715	0,546	0,535	0,585	0,711	0,518	0,535	0,72	0,693	0,551	0,682	0,787
	i	1,702	1,248	1,067	0,827	1,815	1,984	2,249	2,704	1,511	1,516	1,375	0,935
	Сводная статистика	0,888	0,272	0,082	1,298	1,3	1,009	0,527	7,153	1,207	0,756	0,248	2,214
r=4	y	0,841	0,762	0,434	1,452	0,88	0,879	0,587	2,205	0,857	0,791	0,468	1,229
	reg	1,026	0,992	1,062	1,084	1,015	0,957	1,069	1,335	1,011	0,952	1,049	1,454
	m2	0,665	0,511	0,45	0,452	0,845	1,309	1,618	1,848	1,015	1,656	1,933	1,903
	p	0,707	0,52	0,5	0,548	0,746	0,567	0,533	0,571	0,731	0,555	0,515	0,523
	i	1,936	1,557	1,136	0,659	1,968	2,107	2,411	2,993	1,966	2,103	2,1	2,042
	Сводная статистика	0,988	0,326	0,097	1,422	1,733	1,48	0,855	23,456	1,959	1,402	0,735	11,44
r=2	reg	0,942	0,934	0,785	0,573	0,957	0,825	0,891	1,534	0,877	0,777	0,84	1,527
	y	0,665	0,73	0,763	0,991	0,829	0,705	0,63	1,223	0,878	0,763	0,823	1,083
	oil	1,061	1,033	1,105	1,155	1,09	1,104	1,169	1,257	1,061	1,065	1,029	0,979
	m2	0,717	0,487	0,41	0,451	0,85	1,01	1,082	1,096	0,971	1,162	1,202	1,152
	p	0,731	0,598	0,755	1,031	0,812	0,834	1,134	1,403	0,92	1,121	1,985	3,027
	Сводная статистика	0,389	0,216	0,143	0,664	0,702	0,454	0,254	4,412	0,771	0,574	0,365	7,221

Ранг коинтеграции	Спецификация VAR	VECM				VARMA (Poskitt, 2003)				VARMA (Yap, Reinsel, 1995)			
		1	3	6	12	1	3	6	12	1	3	6	12
r=3	rer	0,913	0,825	0,729	0,863	0,955	0,8	0,755	0,946	0,905	0,797	0,779	1,134
	y	0,659	0,619	0,581	1,045	0,83	0,653	0,515	0,806	0,929	0,808	0,762	1,393
	oil	1,125	1,134	1,449	1,066	0,935	0,718	0,533	0,496	0,961	0,752	0,599	0,541
	m2	0,747	0,514	0,496	0,55	0,908	1,191	1,258	1,176	0,994	1,292	1,333	1,226
	p	0,741	0,605	0,678	0,711	0,792	0,797	1,079	1,327	0,824	1,17	2,014	3,684
	Сводная статистика	0,43	0,227	0,122	1,058	0,674	0,391	0,21	3,684	0,671	0,571	0,392	13,033
r=2	rer	1,154	1,207	1,184	1,427	1,034	0,696	0,491	0,68	1,022	0,883	0,704	1,264
	y	0,674	0,781	0,669	0,549	0,902	0,726	0,611	1,061	0,855	0,787	0,752	0,955
	m2	1,029	0,807	0,771	0,705	1,22	1,051	0,988	0,927	1,116	1,137	1,095	1,062
	p	0,761	0,603	0,852	0,763	0,909	0,816	1,219	1,599	0,814	0,873	1,645	2,503
	Сводная статистика	0,402	0,38	0,331	1,287	0,811	0,369	0,211	3,631	0,686	0,427	0,344	6,862
r=2	y	0,868	0,82	0,734	0,636	0,906	0,857	0,646	1,679	0,936	0,902	0,625	2,243
	ner	1,101	1,089	1,026	1,058	0,995	0,886	1,277	1,89	0,992	0,92	1,115	1,355
	oil	0,983	1,006	1,081	1,118	1,031	1,025	1,026	1,02	1,029	1,024	1,038	1,021
	m2	0,77	0,476	0,366	0,245	0,714	0,794	0,909	0,968	0,891	1,111	1,162	1,124
	p	0,733	0,582	0,684	0,949	0,676	0,605	0,712	0,783	0,669	0,638	0,871	1,325
	Сводная статистика	0,666	0,208	0,158	0,523	0,609	0,41	0,31	4,342	0,682	0,425	0,252	3,611
r=3	y	0,85	0,722	0,47	1,054	0,901	0,871	0,667	1,68	0,919	0,936	0,64	2,275
	ner	1,084	1,017	1,025	1,17	1,024	0,907	1,398	2,345	1,015	0,947	1,202	1,548
	oil	0,998	0,898	1,28	0,993	0,868	0,64	0,777	0,747	0,877	0,756	0,818	0,836
	m2	0,686	0,368	0,329	0,26	0,833	1,134	1,281	1,278	1,112	1,525	1,471	1,292
	p	0,721	0,551	0,494	0,588	0,714	0,632	0,709	0,722	0,692	0,729	1,087	1,622
	Сводная статистика	0,602	0,144	0,076	1,077	0,709	0,422	0,411	6,184	0,742	0,459	0,334	4,538
r=2	y	0,814	0,859	0,748	0,738	1,027	0,941	0,722	1,927	0,968	0,994	0,699	2,347
	ner	1,11	1,106	1,072	1,08	1,181	0,92	1,318	2,067	1,128	0,893	1,027	1,233
	m2	0,815	0,591	0,45	0,352	0,767	0,885	0,99	1,061	0,981	1,331	1,334	1,245
	p	0,72	0,563	0,739	0,972	0,707	0,637	0,603	0,705	0,734	0,879	1,387	2,732
	Сводная статистика	0,586	0,271	0,177	0,605	0,85	0,48	0,277	8,142	0,861	0,577	0,275	8,991
r=3	y	0,838	0,782	0,492	1,386	0,948	0,886	0,524	1,572	0,889	0,729	0,406	1,13
	ner	1,075	1,018	1,141	1,268	1,126	0,947	1,104	1,547	1,159	1,012	1,238	1,83
	m2	0,735	0,432	0,343	0,278	0,766	0,838	0,886	0,96	0,918	1,12	1,183	1,279
	p	0,769	0,524	0,484	0,562	0,651	0,509	0,485	0,589	0,622	0,497	0,5	0,6
	Сводная статистика	0,554	0,166	0,065	1,14	0,676	0,36	0,17	3,605	0,746	0,441	0,249	4,958

Литература:

Kascha, C. and Trenkler, C. Simple Identification and Specification of Cointegrated VARMA Models // *Journal of Applied Econometrics*, 2014, forthcoming.

Poskitt, D.S. On the specification of cointegrated autoregressive moving-average forecasting systems // *International Journal of Forecasting*, 2003, No. 19(3), pp. 503–519.

Yap, S.F. and Reinsel, G.C. Estimation and testing for unit roots in a partially nonstationary vector autoregressive moving average model // *Journal of the American Statistical Association*, 1995, No. 90(429), pp. 253–267. ●