

## РАЦИОНАЛЬНОСТЬ ПРОГНОЗОВ: ОПРЕДЕЛЕНИЯ И МЕТОДЫ ТЕСТИРОВАНИЯ

**Виктория Петренко,**  
 м.н.с., ИЭП им. Гайдара

Любая методика прогнозирования макроэкономических показателей включает в себя в качестве одного из этапов анализ качества получаемых по ней прогнозов. В настоящее время существует множество методов анализа качества прогнозов, хороший обзор которых можно найти, например, в работе Веста (West, 2006). Мы остановимся лишь на одной из таких характеристик: рациональности прогнозов. В первой части статьи мы опишем основные подходы к определению рациональности прогнозов. Во второй – методы, используемые для ее тестирования. В последней части приведен краткий обзор некоторых эмпирических работ, посвященных данной проблеме.

### 1. Определения рациональности прогнозов

Под рациональностью агента в макроэкономике обычно подразумевается способность агента максимизировать (минимизировать) свою целевую функцию в будущем, используя всю информацию, доступную в текущий момент времени. В качестве рациональных ожиданий обычно используется математическое ожидание для величин, будущее значение которых агенту не известно в момент принятия решения. Такой подход к моделированию будущей неопределенности в рамках концепции рациональных ожиданий является доминирующим в современной макроэкономической теории. Но, очевидно, он требует довольно серьезных предположений об информации, доступной агенту в момент формирования своих ожиданий. Чтобы определить свое будущее поведение, в соответствии с гипотезой рациональных ожиданий, агент должен иметь информацию о будущей реализации случайной величины (функцию распределения, функцию плотности или какие-либо вероятностные представления относительно реализации исходов). В случае более простых типов ожиданий экономических агентов предположения о такой информации также упрощаются. Так, например, при адаптивных ожиданиях для определения ожидаемой реализации случайной величины в следующем периоде агенту достаточно знать текущее и прошлое ее значения. Расчет ожидаемого значения случайной величины еще проще при наивном поведении: агент верит в то, что реализация случайной величины в последующий момент времени будет точно таким же, как и в текущий момент.

При анализе прогнозов термин «рациональность» используется в таком же контексте, как и в макроэкономике, а именно: прогнозист строит рациональный прогноз, если он решает свою задачу на основании всей информации, доступной в этот момент времени. Далее необходимо остановиться на частях этого определения поподробнее.

Во всех работах по данной тематике явно или косвенно предполагается, что прогнозист имеет функцию потерь. Функция потерь агента представляет собой отклонение его прогноза от фактической реализации предсказываемой величины несет для него потерю полезности. Существует два наиболее распространенных объяснения необходимости введения функции потерь. Во-первых, введение функции потерь оправдано, если в качестве агента (прогнозиста) выступает Центральный банк, Федеральная резервная система или иной орган, осуществляющий монетарную политику. В этом случае орган, проводящий политику, публикует свои прогнозы заранее, после чего прочие макроэкономические агенты узнают их и на их основе формируют свои ожидания относительно будущей реализации случайной величины, а в соответствии с гипотезой рациональных ожиданий, ожидания агентов влияют на фактические изменения величин в будущем. В этом случае существенное отклонение фактического значения от предсказанного Центральным банком может поколебать веру агентов и снизить их уровень доверия. Как

следствие, проводимая политика может стать менее эффективной, так как меньшее количество агентов будет воспринимать прогнозы и обещания Центрального банка серьезно.

Кроме того, наличие функции потерь для профессионального прогнозиста (человека, который строит прогнозы по роду службы, инвестиционного банка, аналитической компании и пр.) объясняют наличием репутационных потерь. Если прогнозист допустит слишком большую ошибку в прогнозе, это может привести к снижению доверия к его прогнозам, что в свою очередь может вызвать уменьшение количества пользователей его продукта или потерю должности.

Отдельным теоретическим вопросом является вид функции потерь. В подавляющей части работ предполагается симметричная квадратичная функция потерь, в соответствии с которой квадрат отклонения прогноза от фактического значения имеет одинаковый штраф, вне зависимости от того, выше ли фактический уровень прогнозируемого или наоборот:

$$L(e_{t+h,t}, \varphi) = \begin{cases} \varphi e_{t+h,t}^2, & e_{t+h,t} > 0 \\ (1-\varphi)e_{t+h,t}^2, & e_{t+h,t} < 0 \end{cases} = \left[ \varphi + (1-\varphi)1_{e_{t+h,t} > 0} \right] |e_{t+h,t}|^2,$$

где  $e_{t+h,t} = \pi_t - \pi_{t+h,t}^F$  – ошибка прогнозирования;  $\pi_t$  – фактический уровень инфляции<sup>1</sup>;  $\pi_{t+h,t}^F$  – прогноз инфляции для момента t+h, сделанный в момент t; L(.) – функция потерь.

Однако для прогноза экономических показателей симметрия функции потерь может быть неоправданной. Для прогноза инфляции, являющейся в России важным политическим показателем, при недооценке показателя репутация политика, использующего прогноз, может серьезно пострадать, в то время как переоценка будущего значения инфляции может послужить доказательством эффективности проводимых мер в глазах избирателей.

Именно поэтому в анализе рациональности прогнозов используется также асимметричная функция потерь (см., например, в работу Капистрана (Capistran, 2008)). В частности, автор предлагает квадратичную функцию потерь, где квадрат ошибки прогноза штрафуются с различными весами в зависимости от знака отклонения факта от прогноза:

$$L(e_{t+h,t}, \phi) = \begin{cases} \phi e_{t+h,t}^2, & e_{t+h,t} > 0 \\ (1-\phi)e_{t+h,t}^2, & e_{t+h,t} < 0 \end{cases},$$

где  $\phi$  – коэффициент асимметрии функции потерь.

Несмотря на то, что асимметричная функция потерь нередко является более оправданной, в литературе ей все еще отводится второстепенная роль. Кроме того, остается неразрешенным вопрос с конкретным видом функции потерь: например, с разными весами может штрафовать не квадрат, а модуль функции потерь или же при переоценке инфляции может штрафовать квадрат ошибки, а при недооценке – модуль. К сожалению, на данный момент эмпирические исследования не пытались определить наиболее вероятный вид функции, скорее ее форма принимается авторами как аксиома.

После обсуждения достоинств и недостатков понятия «функция потерь» необходимо перейти к самой задаче, которую решает прогнозист. Как уже упоминалось выше, гипотеза рациональных ожиданий предъявляет высокие требования к возможностям и способностям прогнозиста. При построении прогноза должно минимизироваться условное математическое ожидание функции потерь прогнозиста и из решения этой задачи находится оптимальный прогноз:

<sup>1</sup> Мы используем показатель инфляции в качестве примера, поскольку чаще всего в работах проводится анализ рациональности прогнозов инфляции.

$$\min_{\pi_{t+h,t}^F} E[L(\pi_{t+h} - \pi_{t+h,t}^F) | I_t],$$

где  $I_t$  – информационное множество, доступное прогнозирующему на момент построения прогноза.

Предложенная постановка задачи согласуется с гипотезой рациональных ожиданий в макроэкономике, однако вызывает те же проблемы. Во-первых, для решения своей задачи прогнозирующему необходимо знать свою функцию потерь, которая является настолько же теоретической конструкцией, как и функция полезности потребителя. Отсюда возникает вопрос о том, существуют ли они в реальности. Или, скорее, действительно ли предложенное теоретическое построение описывает поведение экономических агентов.

Кроме того, для решения вышеописанной задачи прогнозирующему необходимо знать функцию плотности или распределения случайной величины, что маловероятно в реальной экономике. И, наконец, все описанные выше трудности влекут за собой необходимость решения главной проблемы: можно ли протестировать прогноз на рациональность, учитывая диктуемые теорией требования?

## 2. Методы тестирования рациональности прогнозов

В предыдущем разделе было приведено определение рациональности прогнозов. В силу его абстрактности напрямую проверить соответствие прогнозов понятию рациональности нельзя. На практике тестируется некоторый набор свойств, которым должны удовлетворять рациональные прогнозы. Этот набор свойств был выведен Грейнджером (Granger, 1999), который показал, что для произвольного вида функции потерь возможно вывести ряд характеристик, которым удовлетворяет оптимальный рациональный прогноз. Было показано, что производная функции потерь для такого прогноза удовлетворяет следующим свойствам:

Условное математическое ожидание равно нулю

$$E(Z_{t+h} | I_t) = 0,$$

где  $Z_{t+h}$  – производная функции потерь;

Ковариация производной функции потерь и любой случайной величины из информационного множества равна нулю

$$E(Z_{t+h} f(v_t) | I_t) = 0,$$

$f(v_t)$  – случайная величина из информационного множества;

Производная функции потерь для рационального прогноза не автокоррелирована порядка более, чем горизонт прогнозирования

$$\text{corr}(Z_{t+h}, Z_{t+h-j}) = 0.$$

Эти условия Грейнджер получает напрямую из решения задачи прогнозирующего, описанной в предыдущей части (см. Granger, 1999, pp. 161–173). Рассмотрим свойства, которым должен удовлетворять рациональный прогноз, в случаях симметричной и асимметричной функций потерь.

### 2.1. Симметричная функция потерь

В случае симметричной функции потерь производная целевой функции равна ошибке прогнозирования, поэтому вышеописанные свойства должны выполняться для ошибки прогнозирования, то есть для разницы между фактическим значением инфляции и прогнозом. Однако в литературе приведенный выше список дополняется некоторыми другими свойствами. Та-

ким образом, в случае симметричной функции потерь для проверки гипотезы рациональности прогнозов тестируются следующие свойства прогнозов.

*Свойство 1:* несмещенность прогноза. Иными словами, математическое ожидание ошибки прогнозирования равно нулю. В контексте задачи прогнозиста это означает отсутствие систематической ошибки прогнозирования. Несмещенность прогнозов обычно проверяют одним из двух способов. В первом случае в качестве зависимой переменной берут ошибку прогнозирования и тестируют гипотезу о равенстве нулю свободного члена регрессии, в которой в качестве зависимой переменной стоит ошибка прогнозирования. Во втором случае оценивается регрессия фактических значений прогнозируемой переменной на свободный член и ее прогнозное значение. Тогда тестируется гипотеза об одновременном равенстве нулю свободного члена и равенстве единице коэффициента перед прогнозом. Для наглядности разница в описанных выше подходах описана в Табл. 1.

Таблица 1

## СПОСОБЫ ТЕСТИРОВАНИЯ НЕСМЕЩЕННОСТИ ОШИБКИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Способ 1	Способ 2
$e_{t+h,t}^F = \pi_t - \pi_{t+h,t}^F = \alpha + \varepsilon_{t+h}$	$\pi_t = \alpha + \beta \pi_{t+h,t}^F + \varepsilon_{t+h}$
Но: $\alpha=0$	Но: $\alpha=0$ и $\beta=1$

*Свойство 2:* равенство нулю ковариации ошибки прогнозирования и случайной величины из информационного множества, доступного в момент прогнозирования. Выполнение приведенного условия соответствует той ситуации, когда прогнозист использует всю доступную на момент построения прогноза информацию по всем возможным экономическим показателям, т.е. его прогноз является рациональным. Однако данное свойство является отображением теоретического умозаключения, за которым стоит ряд практических вопросов. Во-первых, с точки зрения теории, необходимо учитывать всю имеющуюся информацию, но на практике это невозможно, а иногда и не нужно. Действительно, для прогнозирования инфляции в России, вероятно, было бы полезно учесть оборот каждого из торговых предприятий, однако сложность сбора информации по отдельным микроагентам, скорее всего, не даст желаемого улучшения точности прогноза инфляции. С другой стороны, в настоящее время получение информации о государственном долге Новой Зеландии сопряжено практически с нулевыми издержками, однако насколько связан этот показатель с инфляцией в России неясно. Во-вторых, возникает проблема с частной информацией, находящейся в распоряжении того или иного агента. Например, член совета директоров Газпрома может быть осведомлен о крупной иностранной сделке задолго до того, как ее предадут огласке. Конечно, эта информация будет полезна при построении прогноза, кроме того, при формировании собственных прогнозов он наверняка ей воспользуется, однако эконометрист, тестирующий рациональность, никогда не узнает, пользовался ли частной информацией тот или иной агент.

Вышеперечисленные проблемы накладывают ограничения на класс показателей, некоррелированность инфляции с которыми обычно тестируют. Для проверки этого свойства в регрессию включаются лаги экономических переменных, отличных от инфляции, и тестируют равенство нулю коэффициентов при этих переменных. Например, в статье Кина, Ранкла (Keane, Runkle, 1989) в качестве таких переменных использовались цены на нефть и денежная масса; Бонхам и Дейси (Bonham, Dacy, 1991) использовали ставки по трехмесячным казначейским векселям, уровень безработицы, цены на нефть, денежное предложение, ВВП, чистый экспорт, расходы и дефицит федерального бюджета. Однако стоит отметить, что макроэкономические ряды обычно не обладают достаточной длиной для построения множественных регрессий, поэтому авторы строят отдельные модели парной регрессии для прогнозного значения инфляции и каждой из объясняющих экономических переменных.

*Свойство 3:* Отсутствие автокорреляции ошибки прогнозирования более высокого порядка, чем горизонт прогнозирования. Это свойство эквивалентно тому, что аналитик знает свои собственные прогнозы, сделанные в прошлом. Следовательно, если эта информация важна для улучшения качества прогноза на следующий период, то она должна была быть учтена прогнозом. Для тестирования выполнимости этого свойства на практике оценивают регрессию ошибки прогнозирования на ее лаги и проверяют гипотезу об одновременном равенстве нулю коэффициентов перед всеми лагами ошибки прогнозирования.

*Свойство 4:* Качество рассматриваемого прогноза должно быть не хуже качества конкурирующего прогноза. Для тестирования этой гипотезы в регрессию, где объясняемая переменная – это разность между фактическим уровнем инфляции и прогнозом интересующего нас с точки зрения рациональности агента, в качестве объясняющей переменной добавляется разность между прогнозом агента, который тестируется на рациональность, и конкурирующим прогнозом. Для выполнения рассматриваемого свойства необходимо, чтобы гипотеза о равенстве нулю коэффициента перед разностью не отвергалась. Обоснования необходимости выполнения данного свойства, скорее, интуитивны, при этом, обычно, приводится две ключевые причины. Во-первых, при тестирования рациональности прогнозов Центрального банка (или ФРС) в качестве альтернативного прогноза, как правило, рассматривается консенсус-прогноз профессиональных прогнозистов (например, см. статью Капистрана (Capistran, 2008)). При этом не отвержение нулевой гипотезы интерпретируется как то, что ФРС имеет не меньше информации, чем индивидуальные прогнозисты. Во-вторых, предложенное свойство проверяется и для проверки рациональности индивидуальных прогнозистов, в этом случае в качестве конкурирующего прогноза выступает наивный прогноз или прогноз по ARIMA модели (например, см. работу Аггарвала, Моханти, Сонга (Aggarwal, Mohanty, Song, 1995). Здесь предполагается, что если прогноз по моделям временных рядов позволяет экономисту увеличить точность своего собственного прогноза, то ему необходимо было воспользоваться этой техникой.

## 2.2. Асимметричная функция потерь

Тестирование прогнозов на рациональность в предположении асимметричной функции потерь возможно проводить аналогично методологии, описанной для симметричной квадратичной функции потерь с той разницей, что во всех регрессиях ошибку прогнозирования необходимо заменить на производную функции потерь. Однако в статье Капистрана (Capistran, 2008) предложен альтернативный способ тестирования на основании обобщенного метода моментов.

Из условия минимизации прогнозистом его функции потерь, условие первого порядка представимо следующим образом:  $E(Z_{t+h} | I_t) = 0$ . Для перехода от условного математического ожидания к безусловному используются инструментальные переменные, в качестве которых выбираются лаги экономических показателей. В результате получается обыкновенная система моментных уравнений:  $E(Z_{t+h} f(v_t)) = 0$ , решение которой позволяет найти значение параметров функции потерь.

Стоит отметить, что предложенный подход имеет некоторые недостатки. Во-первых, обобщенный метод моментов дает состоятельные оценки лишь в асимптотике, однако на практике макроэкономические ряды являются достаточно короткими. Кроме того, данный метод скорее направлен не на тестирование рациональности, а на вычисление параметров функции потерь прогнозиста и проверки соответствующих гипотез относительно значений коэффициента асимметрии.

## 3. Обзор некоторых исследований рациональности прогнозов

Многие авторы, исследовавшие рациональность прогнозов пришли к выводам, что прогнозы рациональны. Однако результаты различных исследований несопоставимы между собой: в различных статьях оцениваются различные модели, используются разные временные ин-

тервалы, а также исследования базируются на различных источниках индивидуальных прогнозов.

Аггарвал, Моханти и Сонг (Aggarwal, Mohanty, Song, 1995) исследовали рациональность прогнозов различных макроэкономических переменных, включая ИПЦ и ИЦП, где в качестве прогноза авторы рассматривали консенсус-прогноз 30-40 участников обследования MMS<sup>1</sup>. Для исследования был выбран временной отрезок с третьего квартала 1977 по конец 1993 года.

В качестве меры рациональности авторы брали несмещенность прогноза, а также лучшую предсказательную силу по сравнению с прогнозом по AR модели. В конце статьи авторы приходят к выводу, что тестируемые ими прогнозы являются рациональными. Свою основную заслугу они видят в том, что проверили стационарность и коинтеграцию исследуемых рядов более аккуратно, чем прочие авторы пренебрегали.

Бонхам и Дейси (Bonham, Dasy, 1991) рассмотрели несколько моделей, с помощью которых были посчитаны прогнозы инфляции: модель, использующая процентную ставку; модель Филлипса; три варианта моделей временных рядов; среднее для вышеуказанных моделей а также консенсус-прогноз исследования ASA-NBER. При этом использовались данные с начала 1970 года по середину 1984.

Авторы использовали четыре определения рациональности: слабая рациональность (эквивалентна несмещенности ошибки прогнозирования); достаточная рациональность (отсутствие автокорреляции ошибки прогнозирования); сильная рациональность (качество прогнозов не хуже, чем у конкурирующих); строгая рациональность (прогноз должен выдерживать все вышперечисленные тесты для любого подпериода). По результатам исследования, авторы заключили, что ни один из исследуемых способов прогнозирования не удовлетворяет условиям сильной и строгой рациональности. Из этого делаются выводы, что рациональность – довольно обременительное условие

Кеане и Ранкл (Keane, Runkle, 1989) тестировали прогнозы дефлятора ВВП шестидесяти профессиональных прогнозистов по данным ASA-NBER с конца 1968 г. по III квартал 1986 г. Оценивался целый ряд моделей, в которых в различных комбинациях тестировались несмещенность прогнозов, отсутствие автокорреляции ошибки прогнозирования, а также разные комбинации экономических переменных. В итоге гипотеза о рациональности прогнозов не была отвергнута практически для всех рассматриваемых моделей (за исключением единственной модели, в которую входит значение текущего уровня цен, который неизвестен прогнозисту при построении прогноза на следующий период из-за задержек в публикации официальных данных). Основным выводом из проделанной работы авторы считают, что тестирование на рациональность имеет смысл лишь для профессиональных прогнозистов, потому что только для них существование функции потерь обоснованно. Именно поэтому авторы исключили из рассмотрения прогнозы прочих агентов, содержащиеся в ASA-NBER.

В статье Кеане и Ранкла (Keane, Runkle, 1990) проводится исследование, которое показывает, что прогнозы профессиональных прогнозистов базы ASA-NBER являются несмещенными и эффективными, следовательно, рациональными. Тем самым авторы опровергают результаты, полученные до них. Основными средствами, благодаря которым авторам, в отличие от коллег, удалось показать эффективность прогнозов, были использование панельных данных (а не агрегированных или усредненных прогнозов), а также использование только прогнозов профессиональных экспертов. Основной причиной этого является тот факт, что эксперты рискуют своей репутацией, когда предоставляют прогноз, в отличие от прочих опрошенных, следовательно, они принимают более взвешенные решения и тщательно анализируют всю доступную информацию. Именно учет подобных особенностей позволяет сделать прогнозы более аккуратными с теоретической точки зрения.

1 Money Market Services forecast data.

Итак, гипотеза рациональных ожиданий, ставшая неотъемлемой частью макроэкономической теории, нашла свое отражение и в прогнозировании. Рациональность является одной из характеристик качества прогноза, поэтому исследованию этой темы посвящен огромный пласт работ. Однако не все аспекты анализа рациональности прогнозов разработаны в полной мере. Например, недостаточно внимания уделялось исследованию формы функции потерь, несмотря на серьезные свидетельства того, что традиционная симметричная функция неоправданна. ●

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Aggarwal, R., Mohanty, S., Song, F., 1995. Are Survey Forecasts of Macroeconomic Variables Rational? *The Journal of Business*, Vol. 68, No. 1, pp. 99-119
- Bonham, C. S., Dacy, D. C., 1991. In search of a “Strictly Rational” forecast. *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 73, No. 2, pp. 245-253
- Capistran, C., 2008. Bias in Federal Reserve inflation forecasts: Is the Federal Reserve irrational or just cautious? *Journal of Monetary Economics*, 55, pp. 1415–1427
- Granger, C. W. J., 1999. Outline of forecast theory using generalized cost functions. *Spanish Economic Review*, 1, pp. 161–173
- Keane, M. P., Runkle, D. E., 1989. Are economic forecasts rational? *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, Vol. 13, No. 2, pp. 26-33
- Keane, Michael P. and Runkle, David E. 1990. Testing the Rationality of Price Forecasts: New Evidence from Panel Data. *The American Economic Review*, Vol. 80, No. 4, pp. 714-735
- West, K.D., 2006, Forecast Evaluation, in Elliot G., C.W.J. Granger, and A. Timmermann (eds. by), 2006, *Handbook of Economic Forecasting*, vol.1, Amsterdam: Elsevier.