

**ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ
ПЕРЕХОДНОГО ПЕРИОДА**

НАУЧНЫЕ ТРУДЫ
№ 34Р

**Эконометрический анализ
динамических рядов основных
макроэкономических показателей**

**Москва
2001**

Институт экономики переходного периода
Под редакцией: С.Синельникова-Мурылева

Настоящая работа посвящена эконометрическому анализу временных рядов, отражающих динамику развития основных макроэкономических показателей, характеризующих состояние экономики России. В работе исследуются глобальные статистические свойства некоторых экономических и социальных рядов, отработана методика исследования экономических временных рядов, рассмотрена простейшая производственная база знаний, которая может стать основой для последующей разработки экспертной системы анализа временных рядов, которая в свою очередь позволит упростить и унифицировать анализ временных рядов и может служить основой эконометрического анализа различных показателей экономической динамики.

Авторы: С. Дробышевский, В. Носко, Р. Энтов, А. Юдин

Выпускающий редактор: А.Молдавский
Компьютерный дизайн: А. Астахов

*Настоящее издание подготовлено по материалам исследовательского
Проекта Института экономики переходного периода, выполненного в
Рамках гранта, предоставленного Агентством международного разви-
тия США*

ISBN 5-93255-056-2

Лицензия на издательскую деятельность № ЛР 021018 от 09 ноября 1995 г.
103918, Москва, Газетный пер., 5
Тел. (095) 229-6413, FAX (095) 203-8816
E-MAIL – root @iet.ru, WEB Site – <http://www.iet.ru>

© Институт экономики переходного периода 2001

Оглавление

Введение	5
1. Постановка проблемы и инструментарий исследования.....	7
1.1. Постановка задачи эконометрического исследования макроэкономических рядов динамики	7
1.1.1. Общие соображения	7
1.1.2. Формальная постановка задачи	9
1.1.3. Основные задачи анализа временных рядов	13
1.2. Методология исследования.....	19
1.2.1. Общие замечания	19
1.2.2. Схема анализа временных рядов с использованием дерева решений	20
2. Эконометрический анализ макроэкономических динамических рядов	25
2.1. Статистическая база исследования.....	25
2.2. Анализ временных рядов для денежных агрегатов.....	31
2.2.1. Денежный агрегат M1	32
2.2.2. Денежный агрегат M0	46
2.2.3. Денежный агрегат M2	56
2.3. Анализ временных рядов для экспорта и импорта.....	64
2.3.1. Экспорт	64
2.3.2. Импорт	69
2.4. Анализ ряда доходов федерального бюджета и ряда налоговых доходов федерального бюджета.....	76
2.4.1. Доходы федерального бюджета.....	76
2.4.2. Налоговые доходы федерального бюджета	82
2.5. Анализ временного ряда для данных о темпах инфляции.....	87
2.6. Анализ временного ряда индекса интенсивности промышленного производства.....	94
2.7. Анализ временного ряда для валового внутреннего продукта	101
2.8. Анализ временного ряда для уровней безработицы	104
2.9. Анализ временного ряда для индекса РТС-1	107
2.10. Анализ временного ряда “обменный курс рубля”	124
3.Экономический анализ результатов эконометрического анализа	138
3.1. Анализ временных рядов для денежных агрегатов.	138
3.1.1. Денежный агрегат M1	138
3.1.2. Денежный агрегат M0	140
3.1.3. Денежный агрегат M2	141
3.2. Анализ временных рядов для экспорта и импорта.	142
3.2.1. Экспорт	142
3.2.2. Импорт	143

3.3. Анализ рядов доходов федерального бюджета	146
3.3.1. Доходы федерального бюджета.	146
3.3.2. Налоговые доходы федерального бюджета.	149
3.4. Темпы инфляции	150
3.5. Индекс интенсивности промышленного производства	152
3.6. Валовый внутренний продукт.	155
3.7. Безработица	156
3.8. Фондовый индекс РТС-1	157
3.9. Обменный курс рубля.	159
Заключение.	161
Приложения.....	165
П1. Обзор процедур, используемых для различения TS и DS рядов.	165
П1.1. Критерий Дики-Фуллера и его обобщение.	165
П1.2. Критерий Филиппса-Перрона	169
П1.3. Критерий Лейбурна	171
П1.4. Критерий Шмидта-Филлипса.	171
П1.5. Критерий DF-GLS.	172
П1.6. Критерий Квятковского-Филиппса-Шмидта-Шина (KPSS).	172
П1.7. Критерий Перрона и его обобщение	173
П1.8. Процедура Кохрейна (отношение дисперсий).	175
П1.9. Коррекция сезонности	176
П1.10. Процедура Дики-Пантулы.....	177
П1.11. Протяженность ряда и мощность критерия.	177
П2. Проблема анализа временных рядов	177
П2.1. Стационарные временные ряды и их основные характеристики..	177
П2.2. Неслучайная составляющая временного ряда и методы его сглаживания	181
П2.3. Модели стационарных временных рядов и их идентификация	188
П2.4. Модели нестационарных временных рядов и их идентификация .	
202 П2.5. Прогнозирование экономических показателей на основе моделей временных рядов.....	210
П3. Исходные данные для расчетов	216
П3.1. Темпы инфляции.	216
П3.2. Денежные агрегаты.	217
П3.3. Экспорт и импорт.	220
П3.4. Валовой внутренний продукт	221
П3.5. Доходы федерального бюджета.	221
П3.6. Интенсивность промышленного производства	222
П3.7. Индекс РТС-1	223
П3.8. Обменный курс рубля.	227
П3.9. Безработица	237
Литература	240

Введение

Настоящая работа выполнена в рамках исследований по гранту US AID и посвящена эконометрическому анализу временных рядов макроэкономических показателей, характеризующих экономическую ситуацию в РФ.

Разнообразные содержательные задачи экономического анализа требуют использования статистических данных, характеризующих исследуемые экономические процессы и развернутых во времени в форме временных рядов. При этом нередко одни и те же временные ряды используются для решения разных содержательных проблем.

Целью настоящего проекта является анализ временных рядов, отражающих динамику развития основных макроэкономических показателей, характеризующих состояние экономики России.

В работе предполагается исследовать глобальные статистические свойства (стационарность, наличие детерминированного и/или стохастического тренда и др.) некоторых экономических и социальных рядов динамики. Настоящая работа носит предварительный характер. На данном этапе исследований предполагается, в первую очередь, отработать инструментарий исследования динамических рядов с точки зрения изучения их внутренних структурных особенностей. В последующем предполагается продолжить анализ временных рядов в направлении выявления взаимосвязей между различными экономическими рядами и построения прогностических, а если возможно, то и имитационных, моделей соответствующих процессов.

Отчет состоит из настоящего введения, трех глав основного текста, заключения и приложений.

В первой главе работы излагается общая постановка проблемы и инструментарий исследования.

Во второй главе отчета описывается статистическая база, использованная в работе. Основная часть главы посвящена основным формальным результатам исследования.

В третьей части предпринята попытка дать предварительный экономический анализ полученных результатов.

В заключении приведены основные выводы из проделанной работы и намечены пути ее дальнейшего развития.

В приложениях приведены краткие обзоры статистических процедур, используемых для различия TS и DS рядов и основных разделов анализа временных рядов. Кроме того, там приведена исходная статистическая информация, использованная в работе.

Отчет подготовлен авторским коллективом в составе: С.Г. Синельников-Мурылев (руководитель проекта), Р.М. Энтов, С.М. Дробышевский, В.П. Носко, А.Д. Юдин.

1. Постановка проблемы и инструментарий исследования

1.1. Постановка задачи эконометрического исследования макроэкономических рядов динамики

1.1.1. Общие соображения

В последние годы в эконометрической литературе большое внимание уделяется исследованию рядов динамики макроэкономических показателей. Разнообразные содержательные задачи экономического анализа требуют использования статистических данных, характеризующих исследуемые экономические процессы и развернутых во времени в форме временных рядов. При этом нередко одни и те же временные ряды используются для решения разных содержательных проблем.

В то же время, в российской практике построения эконометрических (как правило, регрессионных) моделей основное внимание уделяется проблемам идентификации моделей, отбору эндогенных и экзогенных показателей, но почти не обращается внимания на формальный анализ структуры исходных статистических временных рядов. Настоящая работа посвящена исследованию глобальных статистических свойств (стационарность, наличие детерминированного и/или стохастического тренда и др.) экономических и социальных рядов динамики, отражающих развитие экономики России.

Проблема эконометрического исследования макроэкономических процессов является весьма актуальной. В последнее время появилось достаточно большое количество работ, в которых рассматриваются различные эконометрические аспекты развития российской экономики. Однако в этих работах практически не уделяется внимания статистическим характеристикам самих динамических рядов, определяющих исходные данные моделей. В тоже время в западной литературе анализу эконометрических свойств временных рядов макроэкономических показателей уделяется повышенное внимание. Это вызвано целым рядом причин. Далеко не всегда значения временного ряда формируются только под воздействием каких-либо факторов. Нередко бывает, что развитие того или иного процесса обусловлено его внутренними закономерностями, а отклонения от детерминированного процесса вызваны ошибками измерений или случайными флуктуациями. Особый интерес пред-

ставляют процессы, находящиеся в «переходном» режиме, т.е. процессы, являющиеся по существу «стационарными», но на исследуемом промежутке времени проявляющие свойства нестационарного временного ряда, что объясняется далекими от стационарного режима начальными условиями. В ситуациях, когда временной ряд формируется под воздействием некоторого набора случайных и неслучайных факторов, анализ отдельных временных рядов, как результирующих, так и факторных, имеет огромное значение. Это необходимо для правильной идентификации моделей, которые строятся по информации об исследуемых процессах (векторные авторегрессии, модели коррекции ошибок, динамические модели с распределенными запаздываниями и т.п.).

При анализе временных рядов основное внимание уделяется исследованию, описанию и/или моделированию их структуры. Цель таких исследований, как правило, шире просто моделирования и исследования соответствующих процессов. Построенная модель обычно используется для экстраполяции или прогнозирования временного ряда, и тогда качество прогноза может служить полезным критерием при выборе среди нескольких альтернативных моделей. Построение хороших моделей ряда необходимо и для других приложений, таких, как корректировка сезонных эффектов и сглаживание. Наконец, построенные модели могут использоваться для статистического моделирования длинных рядов наблюдений при исследовании больших систем, для которых временной ряд рассматривается как входная информация.

В связи с наличием ошибок измерения экономических показателей, наличием случайных флуктуаций, свойственных наблюдаемым системам, при исследовании временных рядов широко применяется вероятностно-статистический подход. В рамках такого подхода наблюдаемый временной ряд понимается как реализация некоторого случайного процесса. При этом неявно предполагается, что временной ряд имеет какую-то структуру, отличающую его от последовательности независимых случайных величин, так что наблюдения не являются набором совершенно независимых числовых значений. (Некоторые элементы структуры ряда иногда можно выявить уже на основании простого визуального анализа графика ряда. Это относится, например, к таким компонентам ряда, как тренд и циклы.) Обычно предполагается, что структуру ряда можно описать моделью, содержащей небольшое число параметров по сравнению с количеством наблюдений, – это практически важно при использовании модели для прогнозирования. Примерами таких моделей служат модели авторегрессии, скользящего среднего и их комбинации – модели AR(p), MA(q), ARMA(p, q), ARIMA(p, k, q).

1.1.2. Формальная постановка задачи

Десятилетний период перехода России к рыночной экономике наряду с ростом понимания экономических последствий принятия тех или иных политических решений сопровождался и накоплением статистических данных о динамике различных макроэкономических показателей. По мере накопления таких данных появляется возможность выявления и изучения долговременных связей между различными макроэкономическими показателями внутри российской экономики, возможность проведения сравнительного анализа динамики аналогичных макроэкономических переменных в Российской Федерации и других развитых и развивающихся странах, возможность выявления долговременных связей между такими переменными и построения эконометрических моделей таких связей.

Однако при построении моделей связей в долгосрочной перспективе необходимо учитывать факт наличия или отсутствия у анализируемых макроэкономических рядов стохастического (недетерминированного) тренда. Иначе говоря, приходится решать вопрос об отнесении каждого из рассматриваемых рядов к классу рядов, стационарных относительно детерминированного тренда (или просто стационарных) – TS (trend stationary) ряды, или к классу рядов, имеющих стохастический тренд (возможно, наряду с детерминированным трендом) и приводящихся к стационарному (или стационарному относительно детерминированного тренда) ряду только путем однократного или k -кратного¹ дифференцирования ряда – DS (difference stationary) ряды.

Принципиальное различие между этими двумя классами рядов выражается в том, что в случае TS ряда вычитание из ряда соответствующего детерминированного тренда приводит к стационарному ряду, тогда как в случае DS ряда вычитание детерминированной составляющей ряда оставляет ряд нестационарным из-за наличия у него стохастического тренда.

Определение принадлежности рядов классам TS или DS весьма важно для правильного построения долгосрочных регрессионных моделей, в которых объясняемыми и объясняющими переменными являются макроэкономические временные ряды (модели коинтеграции, модели коррекции ошибок, векторные авторегрессии). Хорошо известно, что построение регрессии DS-ряда на TS-ряд (с детерминированным трендом) приводит к фиктивным результатам – паразитной (spurious) линейной связи. Паразитная линейная связь возникает и при построении регрессионных моделей

¹ Мы не затрагиваем здесь вопрос о возможной дробной интегрированности рядов.

между двумя статистически независимыми стохастическими трендами. В то же время, если выявляется группа макроэкономических рядов, принадлежащих классу DS-рядов, то между этими рядами возможна так называемая коинтеграционная связь, анализ которой позволяет, например,

- проверять гипотезу эффективности финансовых рынков (см., например, [Dwyer, Wallace (1992)]; [Dutt, Ghosh (1999)]);
- проверять выполнение на практике теории паритета покупательной способности ([Ardeni, Lubian (1991)], [Dutt (1998)];
- проверять выполнение в долгосрочной перспективе уравнения спроса на деньги ([Johansen, Juselius (1990)]; [Hafer, Jansen (1991)]; [Funke, Thornton (1999)]).

Более того, при наличии коинтеграционной связи между DS-рядами имеется возможность построения комбинации краткосрочной и долгосрочной динамических регрессионных моделей в форме так называемой модели коррекции ошибок, что открывает возможность построения на основании подобранный модели как краткосрочных, так и долгосрочных прогнозов.

Литература по этому вопросу весьма обширна. В качестве обзорных работ можно сослаться на монографии [Maddala, Kim (1998)], [Enders (1995)], [Hamilton (1994)], [Hatanaka (1996)]. Отметим лишь (чрезвычайно малую) часть работ, посвященных построению моделей связи между конкретными макроэкономическими рядами:

- Денежные агрегаты: [Hasan (1998)].
- Инфляция: [Metin (1995)], [Freeman (1998)]
- Валовый внутренний продукт: [Christiano, Eichenbaum (1990)]; [Murphy, Nelson (2000)].
- Уровень безработицы: [Clark (1989)]; [Woodward, Pillarisetti (1999)].
- Обменный курс национальной валюты: [Copeland (1991)], [Kim, Mo (1995)], [Nadal-De Simone, Razzak (1999)].
- Импорт: [Milas (1998)].
- Налоговые ряды: [Molana (1994)].
- Производство: [Cheung, Chinn (1996)], [den Haan (2000)].
- Биржевые индексы: [Fama, French (1988)].

Проблема отнесения макроэкономических рядов динамики, имеющих выраженный тренд, к одному из двух указанных классов активно обсуждалась в последние два десятилетия в мировой эконометрической и экономической литературе. Дело в том, что траектории TS и DS рядов отличаются друг от друга кардинальным образом.

TS ряды имеют линию тренда в качестве некоторой «центральной линии», которой следует траектория ряда, находясь то выше, то ниже этой линии, с достаточно частой сменой положений выше-ниже. DS ряды помимо детерминированного тренда (если таковой имеется) имеют еще и так называемый стохастический тренд, из-за присутствия которого траектория DS ряда весьма долго пребывает по одну сторону от линии детерминированного тренда (выше или ниже соответствующей прямой), удаляясь от нее на значительные расстояния, так что по-существу в этом случае линия детерминированного тренда перестает играть роль «центральной» линии, вокруг которой колеблется траектория процесса.

В TS-рядах влияние предыдущих шоковых воздействий затухает с течением времени, а в DS-рядах такое затухание отсутствует, и каждый отдельный шок влияет с одинаковой силой на все последующие значения ряда. Поэтому наличие стохастического тренда требует проведения определенной экономической политики для возвращения макроэкономической переменной к ее долговременной перспективе, тогда как при отсутствии стохастического тренда серьезных усилий для достижения такой цели не требуется – в этом случае макроэкономическая переменная «скользит» вдоль линии тренда как направляющей, пересекая ее достаточно часто и не уклоняясь от этой линии сколько-нибудь далеко.

В течение довольно долгого времени было принято при анализе рядов с выраженным трендом производить оценивание и выделение детерминированного тренда, после чего производить подбор динамической модели (например, ARMA) к ряду, «очищенному от тренда», т.е. к ряду остатков от соответствующей оцененной регрессионной модели. После введения Боксом и Дженкинсом ([Бокс, Дженкинс (1974)]) в обиход моделей ARIMA стало модным остационаризование рядов с выраженным трендом и медленным убыванием (оцененной) автокорреляционной функции путем перехода к рядам первых или вторых разностей. Однако, как показали дальнейшие исследования, произвольный выбор одного из этих двух способов остационаризации ряда вовсе не так безобиден, как это казалось поначалу.

В работах [Chan, Hayya, Ord (1977)], [Nelson, Kang (1981)] было показано, что остационаризование DS рядов путем перехода к очищенному ряду (детрендирование) изменяет спектр ряда, приводя к появлению ложной периодичности (ложные длиннопериодные циклы), которая может быть ошибочно истолкована как проявление некоторого экономического цикла. С другой стороны, дифференцирование TS ряда приводит к «передифференцированному ряду», который хотя и является стационарным, но облада-

ет некоторыми нежелательными свойствами, связанными с необратимостью его MA-составляющей; при этом возникает паразитная автокоррелированность соседних значений продифференцированного ряда (в спектре доминируют короткие циклы). Более того, в случае необратимости MA-составляющей продифференцированного ряда становится невозможным использование обычных алгоритмов оценивания параметров и прогнозирования ряда (см., например, [Hamilton (1994), главы 4 и 5]).

Итак, построение адекватной модели макроэкономического ряда, которую можно использовать для описания динамики ряда и прогнозирования его будущих значений, и адекватных моделей связей этого ряда с другими макроэкономическими рядами невозможно без выяснения природы этого ряда и природы рядов, с ним связываемых, т.е. без выяснения принадлежности ряда к одному из двух указанных классов (TS или DS). **В настоящем исследовании мы займемся проблемой такой классификации для некоторых российских макроэкономических рядов.**

Как показывает огромное количество работ, подробный обзор которых можно найти, например, в книге [Maddala, Kim (1998)], проблема отнесения ряда к одному из указанных двух классов на основании наблюдения реализации ряда на некотором интервале времени оказалась весьма сложной. Было предложено множество процедур такой классификации, но и по настоящее время предлагаются все новые и новые процедуры, которые либо несколько превосходят старые в статистической эффективности (по крайней мере, теоретически) либо могут составить конкуренцию старым процедурам и служить дополнительным средством подтверждения классификации, произведенной другими методами. Описание многих таких процедур и ссылки на статьи с подробным описанием и теоретическим обоснованием этих процедур можно найти, например, в упоминавшихся выше книгах [Maddala, Kim (1998)], [Enders (1995)], [Hamilton (1994)], [Hatanaka (1996)].

Краткое описание процедур классификации, использованных в настоящей работе, дано в Приложении П1. Здесь мы заметим только, что использование различных процедур может приводить к противоположным выводам о принадлежности наблюдаемого ряда классу TS-рядов или классу DS-рядов. В этом отношении весьма показательным является сопоставление выводов, полученных при анализе 14 макроэкономических рядов США (имеющих протяженность от 62 до 111 лет) в работе [Nelson, Plosser (1982)] и в более поздней работе Перронна ([Perron (1989)]). Если в первой работе лишь один из 14 рассмотренных рядов был отнесен к классу TS, то

во второй, напротив, к этому классу было отнесено уже 11 из этих рядов. Правда, подобное кардинальное изменение результатов классификации было связано с расширением понятия TS рядов. В класс TS-рядов стали включать и ряды, стационарные относительно трендов, имеющих «излом» в известный момент времени. Отказ от предположения об известной дате излома тренда, в свою очередь привел к некоторому изменению классификации, полученной Перроном (см. [Zivot, Andrews (1992)]). Допущение еще более гибких форм функции тренда изменило и последнюю классификацию, см. [Bierens (1997)]. Наконец, работа [Nunes, Newbold, Kuan (1997)] «замкнула круг»: изменение предположения о характере процесса порождения данных по сравнению с работой [Zivot, Andrews (1992)] привело к той же самой классификации 14 рядов, которая была получена в работе [Nelson, Plosser (1982)].

В связи с такими результатами при анализе конкретных макроэкономических рядов теперь обычно применяют несколько разных статистических процедур, что позволяет несколько укрепить выводы, сделанные в пользу одной из двух (TS или DS) конкурирующих гипотез. В проводимом ниже анализе российских макроэкономических рядов мы будем поступать именно таким образом.

1.1.3. Основные задачи анализа временных рядов

Принципиальные отличия временного ряда от последовательности наблюдений, образующих случайную выборку, заключаются в следующем:

- во-первых, в отличие от элементов случайной выборки члены временного ряда не являются независимыми;
- во-вторых, члены временного ряда не обязательно являются одинаково распределенными, так что $P\{x_t < x\} \neq P\{x_{t'} < x\}$ при $t \neq t'$.

Это означает, что свойства и правила статистического анализа случайной выборки нельзя распространять на временные ряды. С другой стороны, взаимозависимость членов временного ряда создает свою специфическую базу для построения прогнозных значений анализируемого показателя по наблюденным значениям.

Генезис наблюдений, образующих временной ряд (механизм порождения данных). Речь идет о структуре и классификации основных факторов, под воздействием которых формируются значения временного ряда. Как правило, выделяются 4 типа таких факторов.

- *Долговременные*, формирующие общую (в длительной перспективе) тенденцию в изменении анализируемого признака x_t . Обычно эта тен-

денция описывается с помощью той или иной неслучайной функции $f_{\text{тр}}(t)$ (аргументом которой является время), как правило, монотонной. Этую функцию называют функцией тренда или просто – трендом.

- *Сезонные*, формирующие периодически повторяющиеся в определенное время года колебания анализируемого признака. Поскольку эта функция $\varphi(e)$ должна быть периодической (с периодами, кратными «сезонам»), в ее аналитическом выражении участвуют гармоники (тригонометрические функции), периодичность которых, как правило, обусловлена содержательной сущностью задачи.
- *Циклические (конъюнктурные)*, формирующие изменения анализируемого признака, обусловленные действием долговременных циклов экономической или демографической природы (волны Кондратьева, демографические «ямы» и т.п.) Результат действия циклических факторов будем обозначать с помощью неслучайной функции $\psi(t)$.
- *Случайные (нерегулярные)*, не поддающиеся учету и регистрации. Их воздействие на формирование значений временного ряда как раз и обуславливает стохастическую природу элементов x_t , а, следовательно, и необходимость интерпретации x_1, \dots, x_T как наблюдений, произведенных над случайными величинами ξ_1, \dots, ξ_T . Будем обозначать результат воздействия случайных факторов с помощью случайных величин («остатков», «ошибок») ε_t .

Конечно, вовсе не обязательно, чтобы в процессе формирования значений всякого временного ряда участвовали одновременно факторы всех четырех типов. Выводы о том, участвуют или нет факторы данного типа в формировании значений конкретного ряда, могут базироваться как на анализе содержательной сущности задачи, так и на специальном статистическом анализе исследуемого временного ряда. Однако во всех случаях предполагается непременное участие случайных факторов. Таким образом, в общем виде модель формирования данных (при аддитивной структурной схеме влияния факторов) выглядит как:

$$x_t = \chi_1 f(t) + \chi_2 \varphi(t) + \chi_3 \psi(t) + \varepsilon_t \quad (1.1.1)$$

где $\chi_i = 1$, если факторы i -го типа участвуют в формировании значений ряда и $\chi_i = 0$ – в противном случае.

Основные задачи анализа временных рядов. Базисная цель статистического анализа временного ряда заключается в том, чтобы по имеющейся траектории этого ряда:

1. определить, какие из неслучайных функций присутствуют в разложении (1.1.1), т.е. определить значения индикаторов χ_i ;

2. построить «хорошие» оценки для тех неслучайных функций, которые присутствуют в разложении (1.1.1);
3. подобрать модель, адекватно описывающую поведение случайных остатков ε_t , и статистически оценить параметры этой модели.

Успешное решение перечисленных задач, обусловленных базовой целью статистического анализа временного ряда, является основой для достижения конечных прикладных целей исследования и, в первую очередь, для решения задачи кратко- и среднесрочного прогноза значений временного ряда. Приведем кратко основные элементы эконометрического анализа временных рядов.

- Большинство математико-статистических методов имеет дело с моделями, в которых наблюдения предполагаются независимыми и одинаково распределенными. При этом зависимость между наблюдениями чаще всего рассматривается как помеха в эффективном применении этих методов. Однако разнообразные данные в экономике, социологии, финансах, коммерции и других сферах человеческой деятельности поступают в форме временных рядов, в которых наблюдения взаимно зависимы, и характер этой зависимости как раз и представляет главный интерес для исследователя. Совокупность методов и моделей исследования таких рядов зависимых наблюдений называется анализом временных рядов. Главная цель эконометрического анализа временных рядов состоит в построении по возможности простых и экономично параметризованных моделей, адекватно описывающих имеющиеся ряды наблюдений и составляющих базу для решения, в первую очередь, следующих задач:
 - (а) вскрытие механизма генезиса наблюдений, составляющих анализируемый временной ряд;
 - (б) построение оптимального прогноза для будущих значений временного ряда;
 - (в) выработка стратегии управления и оптимизации анализируемых процессов.
- Говоря о генезисе образующих временной ряд наблюдений, следует иметь в виду (и по возможности модельно описать) четыре типа факторов, под воздействием которых могут формироваться эти наблюдения: долговременные, сезонные, циклические (или конъюнктурные) и случайные. При этом не обязательно в процессе формирования значений конкретного временного ряда должны одновременно участвовать факторы всех четырех типов. Успешное решение задач выявления и моде-

лирования действия этих факторов является основой, базисным отправным пунктом для достижения конечных прикладных целей исследования, главные из которых упомянуты в предыдущем пункте.

- Приступая к анализу дискретного ряда наблюдений, расположенных в хронологическом порядке, следует в первую очередь убедиться, действительно ли в формировании значений этого ряда участвовали какие-либо факторы, помимо чисто случайных. При этом под «чисто случайными» понимаются лишь те случайные факторы, под воздействием которых генерируются последовательности взаимно не коррелированных и одинаково распределенных случайных величин, обладающих постоянными (не зависящими от времени) средними значениями и дисперсиями. Ответ на поставленный вопрос получают, проводя статистическую проверку соответствующей гипотезы, например, с помощью одного из «критериев серий», критерия Аббе, критериев Бокса-Пирса и Лонга-Бокса.

Если в результате проверки такой статистической гипотезы выяснилось, что имеющиеся наблюдения взаимно зависимы (и, возможно, неравнозначно распределены), то приступают к подбору подходящей модели для этого ряда. Множество моделей, в рамках которого ведется этот подбор, ограничивается обычно следующими классами моделей: (а) классом стационарных временных рядов (которые используются, в основном, для описания поведения «случайных остатков»), (б) классом нестационарных временных рядов, которые являются суммой детерминированного тренда и стационарного временного ряда, (в) классом нестационарных временных рядов, имеющих стохастический тренд, который можно удалить последовательным дифференцированием ряда (т.е. путем перехода от ряда уровней к ряду разностей первого или более высокого порядка).

В рамках эконометрического анализа временных рядов макроэкономических показателей российской экономики, проводимого в настоящей работе, мы объединяем ряды, входящие в классы (а) и (б), в один класс, который, следуя общепринятой в последнее время практике [см., например, Maddala, Kim (1998)], называем классом TS-рядов (trend stationary series – ряды, стационарные относительно детерминированного тренда). Адекватным методом остационаризации временных рядов, принадлежащих классу (б), является вычитание из ряда детерминированного тренда. Напротив, для рядов, принадлежащих классу (в), адекватным методом остационаризации ряда является пе-

реход от ряда уровней к ряду разностей (первого или более высокого порядка).

- Стационарные (в широком смысле) временные ряды x_t , характеризуются тем, что их средние значения $\mathbf{E}x_t$, дисперсии $\mathbf{D}x_t$ и ковариации $\gamma(\tau) = \mathbf{E}[x_t - \mathbf{E}x_t](x_{t+\tau} - \mathbf{E}x_{t+\tau})$ не зависят от t , для которого они вычисляются. Взаимозависимости, существующие между членами стационарного временного ряда, как правило, могут быть адекватно описаны в рамках моделей авторегрессии порядка p (AR(p)-моделей), моделей скользящего среднего порядка q (MA(q)-моделей) или моделей авторегрессии со скользящими средними в остатках порядка p и q (ARMA(p, q)-моделей).
- Временной ряд x_t называется интегрированным (проинтегрированным) порядка k , если последовательные разности $\Delta^k x_t$ этого ряда порядка k (но не меньшего порядка!) образуют стационарный временной ряд. Поведение таких рядов, в том числе рядов, содержащих сезонную компоненту, в эконометрических прикладных задачах достаточно успешно описывают с помощью моделей авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего порядка p, k и q (ARIMA(p, k, q)-моделей) и некоторых их модификаций. К этому классу относится и простейшая модель стохастического тренда – процесс случайного блуждания (ARIMA(0, 1, 0)). Приращения случайного блуждания образуют последовательность независимых, одинаково распределенных случайных величин («белый шум»). Поэтому процесс случайного блуждания называют также «проинтегрированным белым шумом».

В настоящее время в класс интегрированных рядов порядка k включают также ряды, у которых разность порядка k (но не меньшего!) является процессом, стационарным относительно детерминированного тренда. В нашей работе используется именно такое определение. При этом если сам временной ряд является стационарным или стационарным относительно детерминированного тренда (TS-рядом), то он определяется как интегрированный ряд нулевого порядка.

При наличии сезонности получить стационарный ряд иногда возможно, переходя к разностям не соседних значений ряда, а значений, отстоящих на соответствующее число единиц времени. Например, при квартальных данных для достижения стационарности бывает достаточно перейти к последовательности разностей значений ряда, отстоящих на 4 единицы времени.

- Подобрать модель для конкретного временного ряда $\{x_t\}, t = 1, 2, \dots, T$ – это значит определить подходящее параметрическое семейство моделей в качестве допустимого множества решений, а затем статистически оценить параметры модели на основании имеющихся наблюдений x_1, x_2, \dots, x_T . Весь этот процесс принято называть процессом идентификации модели, или просто идентификацией. Для правильной идентификации модели временного ряда необходимо решить вопрос о том, является ли исследуемый временной ряд стационарным, стационарным относительно детерминированного тренда (т.е. суммой детерминированных компонент и стационарного ряда) или в его составе содержится стохастический тренд. Решению этой задачи для ряда российских макроэкономических рядов посвящена основная часть настоящей работы.
- В ситуациях, когда временные ряды $\{x_t\}$ и $\{y_t\}, t = 1, 2, \dots, T$, являются исходными данными для построения регрессии y на x , причем воздействие единовременного изменения одной из переменных (x) на другую (y) растянуто (распределено) во времени, большой прикладной интерес представляют так называемые модели с распределенными лагами. В рамках этого специального класса моделей проводится, в частности, эконометрический анализ таких важных экономических явлений, как «процесс частичного приспособления», «модели адаптивных ожиданий» и др.
- Важную роль в системах поддержки принятия экономических решений играет прогнозирование экономических показателей. Методы автопрогноза, основанные на анализе временных рядов, экстраполируют имеющийся в наличии ряд только на основании информации, содержащейся в нем самом. Такого рода прогноз может оказаться эффективным лишь в кратко- и, максимум, в среднесрочной перспективе. Серьезное решение задач долгосрочного прогнозирования требует использования комплексных подходов, и в первую очередь привлечения различных (в том числе, статистических) технологий сбора и анализа экспертных оценок.
- Эффективный подход к решению задач кратко- и среднесрочного автопрогноза – это прогнозирование, основанное на использовании «подогнанных» (идентифицированных) моделей типа ARIMA(p, k, q), включая, в качестве частных случаев, и модели AR-, MA- и ARMA.
- Весьма широко распространены в решении прикладных задач кратко- и среднесрочного автопрогноза и так называемые адаптивные методы, позволяющие по мере поступления новых данных обновлять ранее

сделанные прогнозы с минимальной задержкой и с помощью относительно несложных математических процедур.

В приложении П2 приведен краткий обзор методов построения, идентификации и верификации моделей одномерных временных рядов, подробный обзор имеется, например, в [Айвазян, Мхитарян (1998)], [Ллойд, Ледерман (1990)].

1.2. Методология исследования

1.2.1. Общие замечания

Как уже отмечалось выше, для решения вопроса об отнесении исследуемого ряда X_t к классу TS (стационарных или стационарных относительно тренда) или DS (разностно стационарных) процессов имеется целый ряд различных процедур. Однако все эти процедуры страдают теми или иными недостатками. Процедуры, оформленные в виде формальных статистических критериев, как правило, имеют достаточно низкую мощность, а это ведет к тому, что весьма часто не отвергается исходная (нулевая гипотеза), когда она в действительности не выполняется. В то же время невыполнение теоретических предпосылок, на которых основывается критерий, при применении его к реальным данным приводит к отличию реально наблюдаемого размера критерия от заявленного уровня значимости. Вследствие последнего обстоятельства теряется контроль над вероятностью ошибки первого рода, и это может приводить к слишком частому отвержению нулевой гипотезы, когда она в действительности верна. В связи с таким положением вещей исследователи обычно используют при анализе рядов на принадлежность их к классу TS или DS не один, а несколько критериев и подкрепляют выводы, полученные с использованием формальных критериев (с установленными уровнями значимости) графическими процедурами. Мы также будем пользоваться в нашем исследовании несколькими процедурами различия TS и DS рядов и в этом разделе кратко опишем эти процедуры. Более подробное их описание можно найти в цитируемой ниже литературе.

В большинстве критериев, предложенных для различия DS и TS гипотез, в качестве нулевой (исходной) берется гипотеза DS, а TS-гипотеза является альтернативной гипотезой. При этом нулевая DS-гипотеза формулируется как «гипотеза единичного корня» (unit root, UR-гипотеза), т.е. как гипотеза о наличии корня $z = 1$ («единичного корня») у уравнения $a(z) = 0$,

где $a(L)$ – многочлен от оператора обратного сдвига L в авторегрессионном представлении $a(L)x_t = \varepsilon_t$ ряда x_t .

Критерии, в которых за исходную (нулевую) гипотезу берется гипотеза TS, служат скорее для подтверждения результатов проверки DS-гипотезы. В этом случае вместо проверки гипотезы единичного корня для самого ряда x_t , проверяется гипотеза о наличии единичного корня $z = 1$ у уравнения $b(z) = 0$, где $b(L)$ – многочлен от оператора обратного сдвига L в представлении в виде процесса скользящего среднего $\Delta x_t = b(z)\varepsilon_t$ ряда разностей $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$ исходного процесса x_t .

Краткий обзор основных критериев, использованных в настоящей работе, приведен в приложении П1.

В заключение раздела приведем интерпретацию результатов в зависимости от выводов, получаемых различными критериями.

Для простоты предположим, что при анализе ряда мы используем критерий ADF для проверки DS-гипотезы в качестве нулевой и критерий KPSS для проверки TS-гипотезы в качестве нулевой. Тогда возможны четыре различных исхода статистического анализа:

	KPSS – TS не отвергается	KPSS – TS отвергается
ADF – DS не отвергается	Исход 1	Исход 2
ADF – DS отвергается	Исход 3	Исход 4

Если наблюдается исход 2, то это говорит в пользу DS-гипотезы.

Если наблюдается исход 3, то это говорит в пользу TS-гипотезы.

Если наблюдается исход 1, то это можно объяснить низкой мощностью обоих критериев.

Если наблюдается исход 4, то это может говорить о том, что процесс порождения данных (DGP) не описывается DS или TS моделями, а может быть, например, дробно-интегрированным процессом или процессом с нелинейным трендом.

1.2.2. Схема анализа временных рядов с использованием дерева решений

Рассмотрим схему исследования временных рядов экономической динамики с использованием дерева решений. Сформируем базу знаний простейшей производственной системы (см., например, [Осуга (1989)]), отвечающей на вопрос²: является ли исследуемый временной ряд рядом типа TS

² Заметим, что на данном этапе исследований мы предполагаем, что все исследуемые ряды имеют порядок интегрированности не выше 1. Это означает, что они ли-

или рядом типа DS, с шестью вариантами ответа, которые приведены в табл. 2-1 (предполагается, что ряд представляется моделью авторегрессии порядка 1 или порядка $p > 1$ – в последнем случае в модели, приведенные в табл. 2-1, включаются дополнительные слагаемые, заключенные в круглые скобки).

ТАБЛИЦА 2-1. ВАРИАНТЫ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ РЯДОВ НА СТАЦИОНАРНОСТЬ

№	Единичные корни	Стационарность	Тип	Вид модели
1	Нет	Стационарный относительно тренда	TS	$\Delta x_t = \alpha + \beta t + \varphi x_{t-1} \left(+ \sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$
2	Есть	Нестационарный	DS	$\Delta x_t = \alpha + \beta t \left(+ \sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$
3	Нет	Стационарный	TS	$\Delta x_t = \alpha + \varphi x_{t-1} \left(+ \sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$
4	Есть	Нестационарный	DS	$\Delta x_t = \alpha \left(+ \sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$
5	Нет	Стационарный	TS	$\Delta x_t = \varphi x_{t-1} \left(+ \sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$
6	Есть	Нестационарный	DS	$\Delta x_t = \left(\sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$

В процессе исследования производится оценка трех статистических моделей:

$$1. \Delta x_t = \alpha + \beta t + \varphi x_{t-1} \left(+ \sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$$

бо сами являются стационарными (стационарными относительно детерминированного тренда), либо стационарными (стационарными относительно детерминированного тренда) являются ряды их первых разностей.

$$2. \Delta x_t = \alpha + \varphi x_{t-1} \left(+ \sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$$

$$3. \Delta x_t = \varphi x_{t-1} \left(+ \sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$$

Выбор варианта анализируемой модели основан на рассмотрении пяти нулевых гипотез:

1. $H_0: \varphi = 0$
2. $H_0: \beta = 0$ при условии $\varphi = 0$
3. $H_0: \varphi = 0$ при условии $\beta \neq 0$
4. $H_0: \alpha = 0$ при условии $\varphi = 0$
5. $H_0: \varphi = 0$ при условии $\alpha \neq 0$

Система логического вывода содержит семь правил вида «если..., то..., иначе...» и шесть правил, фиксирующих результат:

1. Если для модели 1 справедлива нулевая гипотеза 1, то переходим к правилу 2, иначе – к правилу 8;
2. Если для модели 1 справедлива нулевая гипотеза 2, то переходим к правилу 4, иначе – к правилу 3;
3. Если для модели 1 справедлива нулевая гипотеза 3, то переходим к правилу 9, иначе – к правилу 8;
4. Если для модели 2 справедлива нулевая гипотеза 1, то переходим к правилу 5, иначе – к правилу 10;
5. Если для модели 2 справедлива нулевая гипотеза 4, то переходим к правилу 7, иначе – к правилу 6;
6. Если для модели 2 справедлива нулевая гипотеза 5, то переходим к правилу 11, иначе – к правилу 10;
7. Если для модели 3 справедлива нулевая гипотеза 1, то переходим к правилу 13, иначе – к правилу 12;
8. Ряд стационарен относительно тренда. Модель ряда имеет вид:

$$\Delta x_t = \alpha + \beta t + \varphi x_{t-1} \left(+ \sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$$

9. Ряд нестационарен. Модель ряда имеет вид:

$$\Delta x_t = \alpha + \beta t \left(+ \sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$$

10. Ряд стационарен. Модель ряда имеет вид:

$$\Delta x_t = \alpha + \varphi x_{t-1} \left(+ \sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$$

11. Ряд нестационарен. Модель ряда имеет вид:

$$\Delta x_t = \alpha \left(+ \sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$$

12. Ряд стационарен. Модель ряда имеет вид:

$$\Delta x_t = \varphi x_{t-1} \left(+ \sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$$

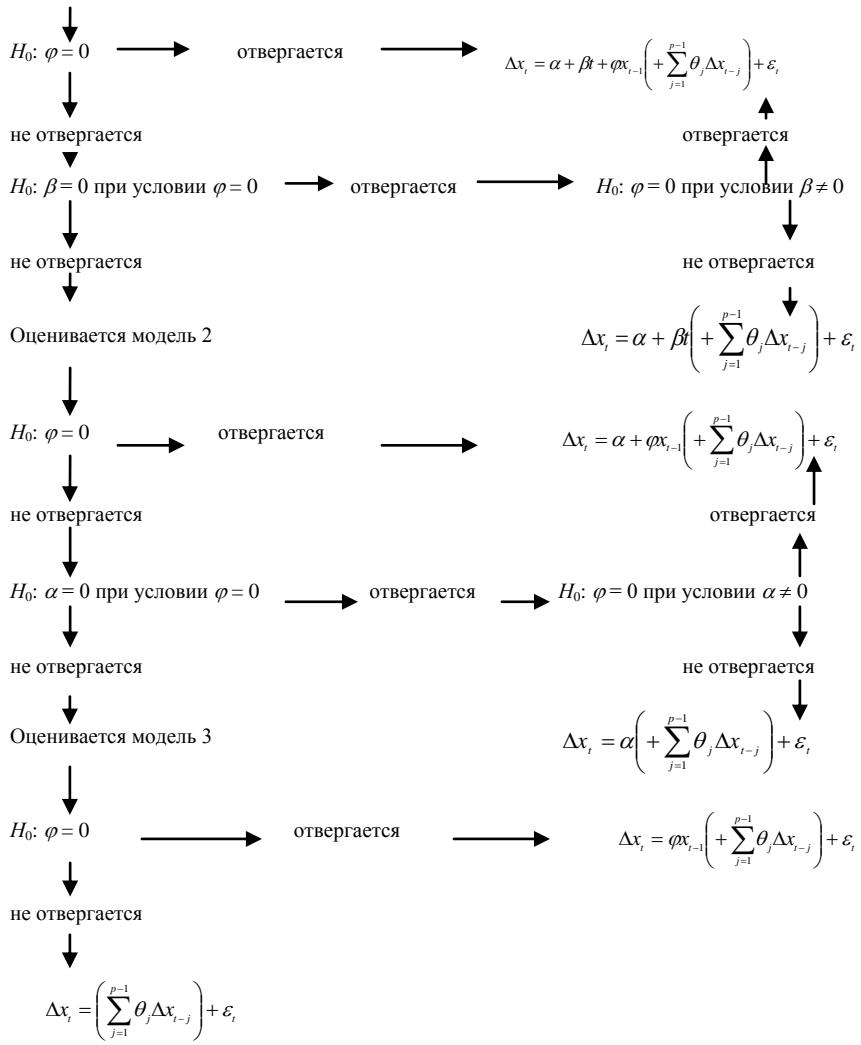
13. Ряд нестационарен. Модель ряда имеет вид: $\Delta x_t = \left(\sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} \right) + \varepsilon_t$

На рис. 2-1 приведено дерево решений для данной системы.

Построенная здесь простейшая продукционная база знаний может стать основой для последующей разработки экспертной системы анализа временных рядов. Такая экспертная система позволит упростить и унифицировать анализ временных рядов и может служить основой эконометрического анализа различных показателей экономической динамики.

РИСУНОК 2-1. ДЕРЕВО РЕШЕНИЙ ПРОДУКЦИОННОЙ СИСТЕМЫ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Оценивается модель 1



2. Эконометрический анализ макроэкономических динамических рядов

2.1. Статистическая база исследования

На данном этапе исследования основным критерием отбора временных рядов для эконометрического анализа являлась их доступность и наличие достаточного числа наблюдений, позволяющего использовать предложенную методологию анализа. В последующем предполагается проводить отбор рядов исходя из потребностей содержательных задач.

Для анализа были использованы данные о следующих макроэкономических показателях (в круглых скобках указаны рабочие названия соответствующих рядов):

Темпы прироста индекса потребительских цен (Inflation), % – месячные данные с 1991:01 по 2000:08;

Денежный агрегат M0 (M0), млрд. руб. (с 1998 г. млн. руб.) – месячные данные с 1990:12 по 2000:07;

Узкая денежная база (Denbaza), млрд. руб. (с 1998 г. млн. руб.) – месячные данные с 1992:05 по 2000:08;

Резервные деньги (Shirdenmas), млрд. руб. (с 1998 г. млн. руб.) – месячные данные с 1995:06 по 2000:07;

Денежный агрегат M1 (M1), млрд. руб. (с 1998 г. млн. руб.) – месячные данные с 1995:06 по 2000:07;

Денежный агрегат M2 (M2), млрд. руб. (с 1998 г. млн. руб.) – месячные данные с 1990:12 по 2000:07;

Широкие деньги (Shirdengi), млрд. руб. (с 1998 г. млн. руб.) – месячные данные с 1992:01 по 2000:07;

Объем экспорта (Export), млрд. долл. – месячные данные с 1994:01 по 2000:04

Объем импорта (Import), млрд. долл. – месячные данные с 1994:01 по 2000:04;

Объем валового внутреннего продукта (GDP), млрд. руб. (с 1998 г. млн. руб.) – квартальные данные с 1994:1 по 2000:2;

Доходы федерального бюджета (Dokhfedbud), млрд. руб. (с 1998 г. млн. руб.) – месячные данные с 1992:01 по 2000:05;

Налоговые доходы федерального бюджета (Dokhnalog), млрд. руб. (с 1998 г. млн. руб.) – месячные данные с 1992:01 по 2000:05;

Индекс интенсивности промышленного производства (Intprom) – сезонно скорректированные месячные данные с 1990:12 по 2000:07;

Фондовый индекс PTC-1 (RTS1) – дневные данные (значение закрытия) с 01/09/95 по 31/10/00;

Номинальный обменный курс руб./доллар (Rubkurs) – дневные данные с 01/07/92 по 01/11/00.

Общая численность безработных (на конец года), млн. человек (UNJOB) – месячные данные с 01/1994 по 08/2000.

Все исходные данные для эконометрического анализа приведены в приложениях П3.2–П3.9.

Общее представление о характере поведения перечисленных макроэкономических показателей дают графики изменения этих показателей (см. рис. 2-1 – 2-9).

РИСУНОК 2-1. Инфляция

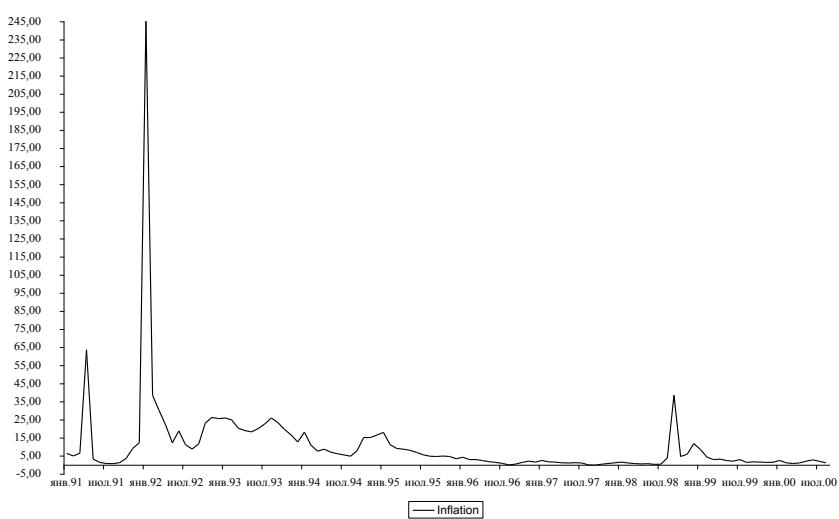


РИСУНОК 2-2. ДЕНЕЖНЫЕ АГРЕГАТЫ

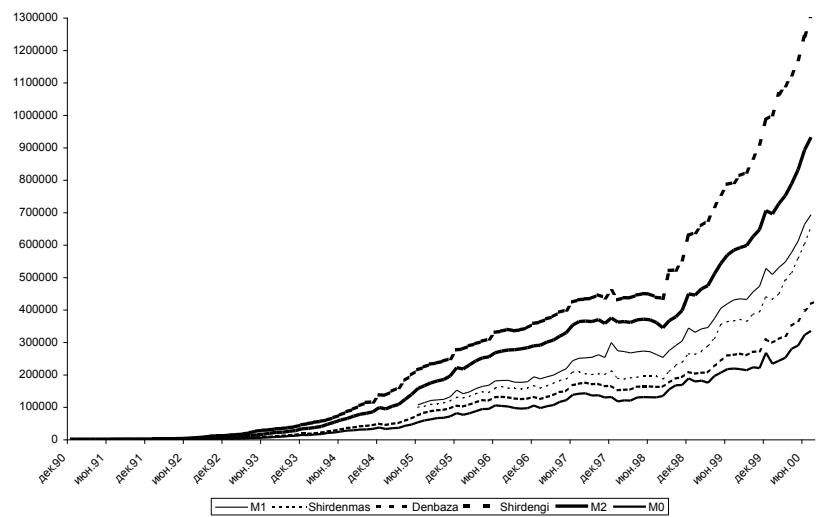


РИСУНОК 2-3. ЭКСПОРТ И ИМПОРТ

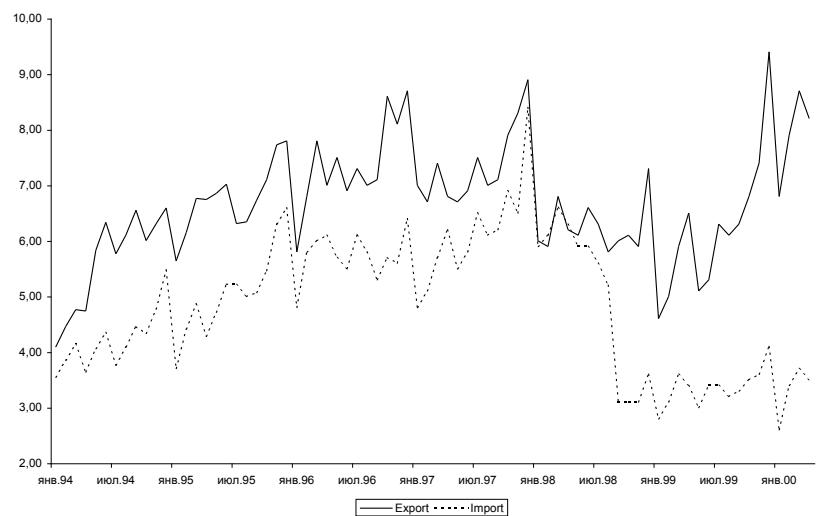


РИСУНОК 2-4. ОБЪЕМ ВАЛОВОГО ВНУТРЕННЕГО ПРОДУКТА

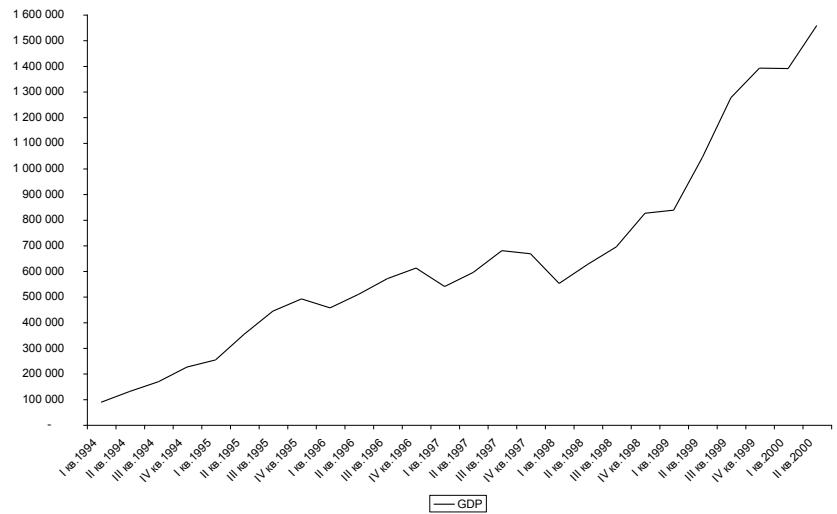


РИСУНОК 2-5. Доходы

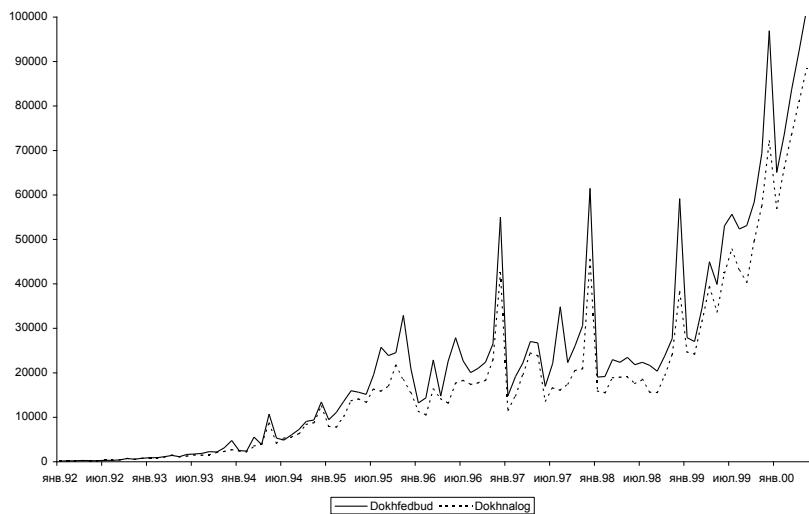


РИСУНОК 2-6. ИНДЕКС ИНТЕНСИВНОСТИ ПРОМЫШЛЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА

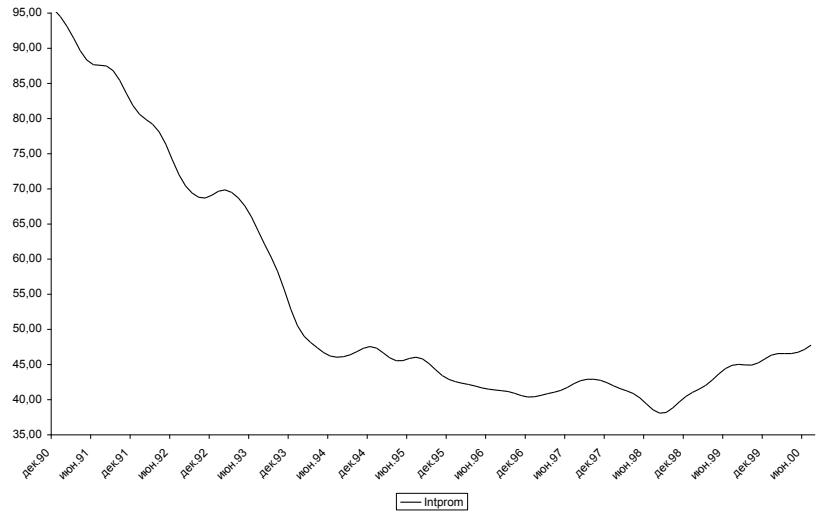


РИСУНОК 2-7. ИНДЕКС РТС1

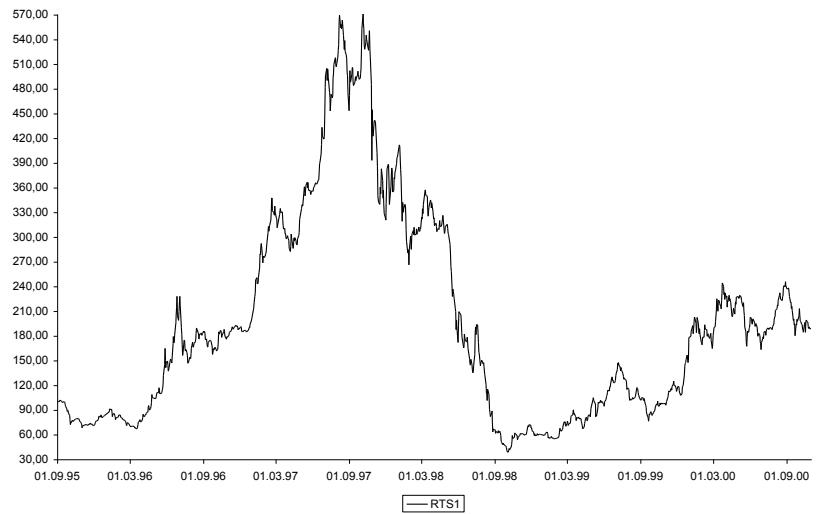


РИСУНОК 2-8. ОБМЕННЫЙ КУРС РУБ./ДОЛЛ.

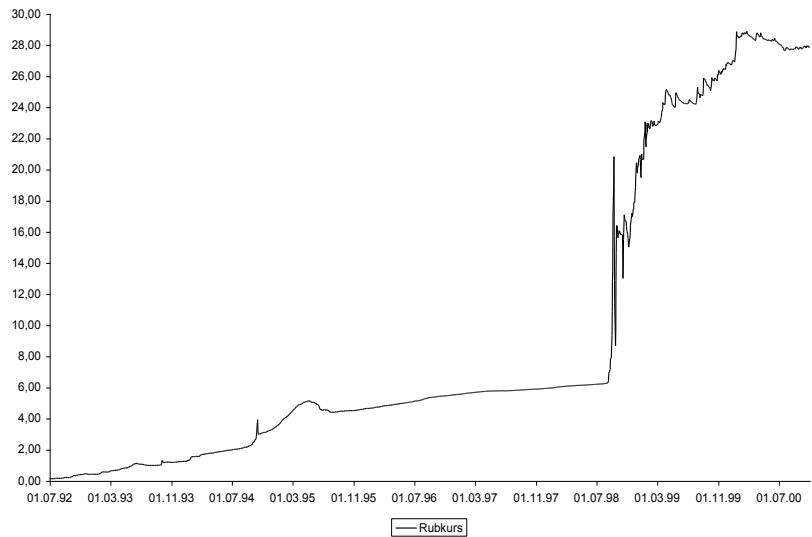
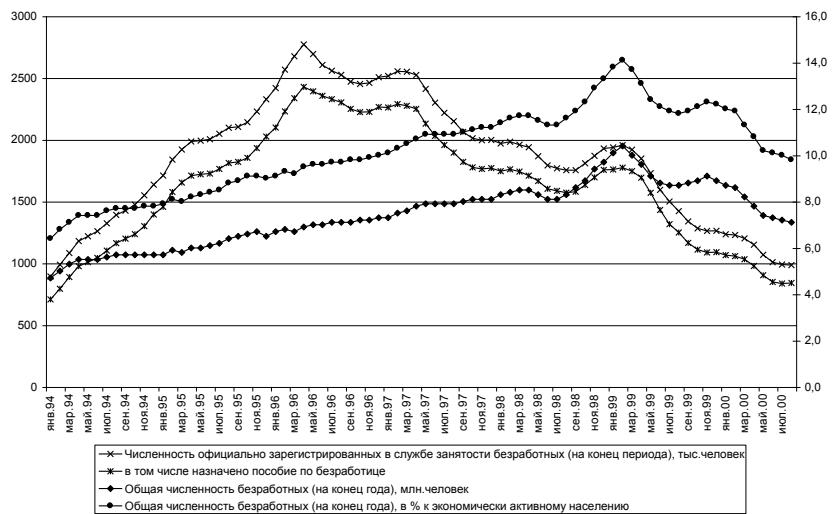


РИСУНОК 2-9. БЕЗРАБОТИЦА.



Как видно из приведенных выше графиков, большинство рядов развивается во времени неоднородным образом с выраженным сменами режимов. Вместе с тем, обнаруживается некоторая схожесть поведения денежных рядов, а также схожесть поведения налоговых рядов

Наличие у рядов выраженных трендов требует решения вопроса о том, являются ли эти тренды детерминированными или стохастическими, и изучение этого вопроса является исходным этапом анализа каждого ряда. Разумеется, было бы желательным построение модели, описывающей поведение ряда на всем периоде его наблюдения. Однако наличие смен режима эволюции рядов затрудняет построение такой единой модели, вследствие чего для некоторых рядов приходится строить различные модели эволюции ряда на различных интервалах (например, до и после августовского кризиса 1998 г.).

Как правило, при подборе моделей экономических временных рядов по годовым, квартальным, месячным и недельным данным можно ограничиться классом линейных моделей (случайное блуждание и модели ARI-MA), тогда как использование дневных данных требует привлечения более сложных нелинейных моделей (ARCH, GARCH и их модификации, см., например, [Bollerslev (1986)], [Engle (1983)], [Engle, Granger (1991)]). Поэтому мы начнем анализ с исследования рядов с квартальными и месячными данными и только после этого перейдем к рядам с дневными данными.

2.2. Анализ временных рядов для денежных агрегатов

Мы уже обращали внимание на схожесть в общих чертах эволюции различных номинальных денежных агрегатов, порожденную инфляционным эффектом масштаба цен. Сходное поведение имеют следующие пары рядов:

- Наличные деньги (M_0) и узкая денежная база (Denbaza);
- M_2 и резервные деньги (Shirdengi);
- M_1 и широкие деньги (Shirdenmas).

Поэтому ниже мы будем анализировать результаты только для одного из представителей каждой группы, а именно, ряды M_0 , M_1 и M_2 .

Анализ временных рядов для денежных агрегатов мы начнем с денежного агрегата M_1 , поведение которого позволяет произвести анализ ряда на всем периоде его наблюдения, в отличие от денежных агрегатов M_0 и M_2 .

2.2.1. Денежный агрегат M1

Денежный агрегат M1 – сумма денег вне банков и депозитов до востребования в банковской системе (без депозитов органов государственного управления), т.е. представляет собой все денежные средства в экономике страны, которые могут быть использованы как средство платежа.

В качестве исходной информации используются данные: денежный агрегат M1, млрд. руб. (с 1998 г. млн. руб.) – месячные данные с 1995:06 по 2000:07; источник – ЦБ РФ.

График ряда $X_t = M1$ имеет следующий вид³:

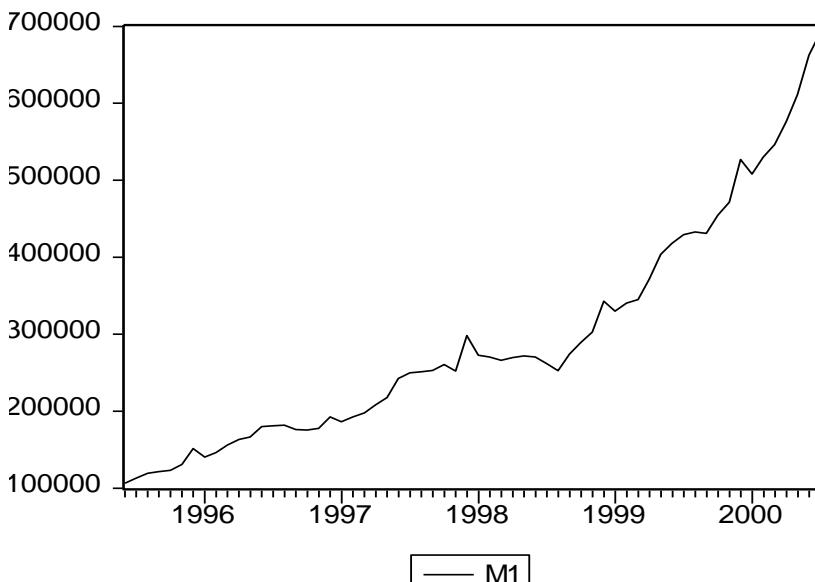


График показывает выраженный излом тренда ряда в конце 1998 – начале 1999 г., связанный с финансово-экономическим кризисом 1998 года, и сезонный характер изменений темпов увеличения денежного предложения, резкое увеличение денежной массы M1 в декабре, сменяющееся затем значительным изъятием денег из экономики в январе.

Проверку ряда M1 на принадлежность его классу DS процессов (остационарируемых путем дифференцирования) начнем с использования кри-

³ Мы рассматриваем ряд номинальных значений этого и других денежных рядов.

терия Дики-Фуллера (его расширенного варианта). Хотя по графику видно, что ряд M1 имеет выраженный тренд, применим здесь для полноты процедуру Доладо и др.([Dolado, Jenkinson, Sosvilla-Rivero (1990)]), последовательно перебирающую различные комбинации оцениваемой статистической модели (SM) и процесса порождения данных (DGP).

На шаге 1 процедуры Доладо оценивается статистическая модель, допускающая наличие тренда, содержащая в правой части уравнения константу и трендовую составляющую:

$$SM: \Delta x_t = \varphi x_{t-1} + \alpha + \beta t + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T,$$

и при использовании таблицы критических значений предполагается, что данные порождаются моделью

$$DGP: \Delta x_t = \alpha + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T.$$

Критерий принадлежности ряда классу DS формулируется как критерий единичного корня (UR – Unit Root) в авторегрессионном представлении ряда. Проверяемой в рамках данной статистической модели является гипотеза $H_0 : \varphi = 0$; альтернативная гипотеза $H_A : \varphi < 0$.

Ввиду наличия на коррелограмме ряда разностей пика на лаге 12, включим в правую часть оцениваемой статистической модели (помимо константы и тренда) 12 запаздывающих разностей. Получаемое в результате оценивания такой расширенной модели значение t -статистики критерия Дики-Фуллера 1.495 положительно и не позволяет отвергнуть гипотезу единичного корня (UR-гипотезу) в пользу гипотезы стационарного относительно линейного тренда ряда (5% и 10% критические значения указанной t -статистики в предположении, что данные порождаются моделью случайного блуждания со сносом, во всяком случае, отрицательны).

Попробуем повысить мощность критерия Дики-Фуллера путем исключения из правой части оцениваемого уравнения запаздывающих разностей со статистически незначимыми коэффициентами. Результаты последовательного исключения таких разностей приведены в следующей таблице.

В первом столбце таблицы указаны запаздывания разностей, последовательно исключаемых из правой части оцениваемой статистической модели. Запаздывающая разность исключается из уравнения, если коэффициент при этой разности признается статистически незначимым на 10% уровне значимости.

Во втором столбце приведены значения информационного критерия Шварца (SC), соответствующие соответствующим редуцированным моделям.

Порядок запаздывания исключаемой разности	SC	P-val LM-автокорр.	P-val White	P-val J-B	t-статистика критерия
– (полная модель с 12 запаздывающими разностями)	22.492	1 – 0.208 2 – 0.316	0.341	0.964	1.495
5	22.413				
7	22.333				
2	22.255				
3	22.281				
4	22.105				
6	22.050				
8*	22.030	1 – 0.595 2 – 0.851	0.116	0.699	2.085
11	22.037				
1	22.007				
10**	21.976	1 – 0.689 2 – 0.410	0.119	0.484	0.850

В третьем столбце приведены Р-значения (P-values) LM-критерия автокоррелированности ошибок Броиша-Годфри. Цифры, предваряющие эти Р-значения, указывают на возможный порядок авторегрессионной модели для ошибок в редуцированном уравнении.

В четвертом столбце приведены Р-значения критерия Уайта (White) гетероскедастичности ошибок.

В пятом столбце приведены Р-значения критерия Жарка-Бера (Jarque-Bera) нормальности распределения ошибок.

В последнем столбце таблицы приведены значения *t*-статистики (расширенного) критерия Дики-Фуллера, получаемой при оценивании соответствующей редуцированной (или полной) модели.

При редукции модели методом GS “от общего к частному” (с 10% уровнем значимости) из расширенной модели с 12 запаздывающими разностями последовательно удаляются разности, запаздывающие на 5, 7, 2, 3, 4, 6, 8 единиц времени (месяцев). Это приводит модели, содержащей в правой части только разности, запаздывающие на 1, 9, 10, 11 и 12 месяцев; результаты оценивания этой модели приведены в строке таблицы, отмеченной звездочкой. Если продолжать редукцию, отбрасывая запаздывающие разности с коэффициентами, статистически незначимыми на 5% уровне, то остановка происходит на модели, результаты для которой находятся в строке, отмеченной двумя звездочками. Эта же модель выбирается и критерием Шварца (при отбрасывании еще и разности, запаздывающей на 9 месяцев, значение SC возрастает до 21.976).

Значения статистики критерия в редуцированных моделях остается положительным, что не дает возможности отвергнуть гипотезу единичного корня для ряда M1.

Следуя схеме Доладо, проверим, не является ли неотвержение гипотезы UR единичного корня следствием невключения в модель порождения данных тренда (что могло привести к использованию неправильных критических значений). Для этого (шаг 2 процедуры) проверим гипотезу $H_0 : \beta = 0$ в рамках той же статистической модели

$$SM: \Delta x_t = \varphi x_{t-1} + \alpha + \beta t + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T,$$

и в предположении, что данные порождаются моделью

$$DGP: \Delta x_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T.$$

При оценивании модели, выбранной методом GS, получаем значение t -статистики для параметра β , равное 0.480. При оценивании модели, выбранной критерием Шварца, значение этой t -статистики равно 0.760. В то же время 5% критическое значение для проверки гипотезы $H_0 : \beta = 0$ против двусторонней альтернативы равно 3.17. Если же брать одностороннюю альтернативу $H_A: \beta > 0$, то 5% критическое значение равно 2.80. В обоих случаях для обеих моделей гипотеза $H_0 : \beta = 0$ не отвергается, и мы должны перейти к шагу 3 используемой процедуры.

На шаге 3 мы проверяем, не является ли неотвержение гипотезы единичного корня на шаге 1 следствием неоправданного включения в статистическую (оцениваемую) модель (излишней) трендовой составляющей. В связи с этим мы переходим теперь к статистической модели

$$SM: \Delta x_t = \varphi x_{t-1} + \alpha + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T,$$

без трендовой составляющей и проверяем гипотезу $H_0 : \varphi = 0$ против альтернативной гипотезы $H_A : \varphi < 0$ в рамках этой модели, используя критические значения, полученные при DGP

$$DGP: \Delta x_t = \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T.$$

При оценивании SM с добавлением в ее правую часть разностей, запаздывающих на 9 и на 12 единиц времени, значение t -статистики критерия равно 3.674. При оценивании SM с добавлением в правую часть только разности, запаздывающей на 12 единиц времени, значение статистики критерия равно 3.101. Критическое (5%) значение статистики критерия равно –3.503, так что не включая в статистическую модель трендовую составляющую, мы опять не отвергаем гипотезу H_0 .

Перейдем теперь к шагу 4 и проверим, не вызвано ли неотвержение UR-гипотезы следствием неоправданного включения в статистическую модель константы. С этой целью в рамках той же статистической модели проверяем при том же DGP гипотезу $H_0 : \alpha = 0$ против альтернативы $H_A : \alpha \neq 0$. При оценивании SM с добавлением в ее правую часть разностей, запаздывающих на 9 и на 12 единиц времени, значение t -статистики критерия равно –1.966. В SM добавлением в правую часть только разности, запаздывающей на 12 единиц времени, значение статистики критерия равно –1.802. Критическое (5%) значение статистики (двухстороннего) критерия равно 2.89, так что гипотеза $H_0 : \alpha = 0$ не отвергается.

На следующем шаге 5 проверяем гипотезу $H_0 : \varphi = 0$ против альтернативной гипотезы $H_A : \varphi < 0$ в рамках статистической модели

$$SM: \Delta x_t = \varphi x_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T,$$

при

$$DGP: \Delta x_t = \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T.$$

В SM с добавлением в правую часть разностей, запаздывающих на 9 и на 12 единиц времени, значение t -статистики критерия равно 4.057. В SM добавлением в правую часть только разности, запаздывающей на 12 единиц времени, значение статистики критерия равно 3.444. Поскольку критическое (5%) значение статистики (двухстороннего) критерия равно –1.95, гипотеза $H_0 : \varphi = 0$ не отвергается и здесь.

Итак, в рамках процедуры Доладо мы не отвергаем гипотезу о принадлежности ряда M1 классу DS процессов.

Если применить для проверки DS-гипотезы (в качестве нулевой) критерий DF-GLS [Elliott, Rothenberg, Stock (1996)] с включением в модель константы, линейного тренда и 13 запаздывающих разностей, то получим

следующие результаты (в последних 4 столбцах приведены асимптотические критические значения):

Test	Statistic	1%	2.5%	5%	10%
DFGLS	-1.274	3.48	-3.15	-2.89	-2.57

Наблюдаемое значение статистики критерия -1.274 выше 5% критического уровня; DS-гипотеза не отвергается. То же решение принимается, если, следуя работе [Cheung, Lay (1995)], использовать для вычисления критических значений приближенную формулу, учитывающую как количество имеющихся наблюдений, так и наибольшее запаздывание включаемых в модель разностей (получаемое при использовании этой формулы 5% критическое значение равно -2.62).

В расширенном критерии Дики-Фуллера учет автокоррелированности остатков производится путем дополнения правой части оцениваемой модели достаточным количеством запаздывающих разностей; значение t -статистики критерия вычисляется в рамках расширенной (пополненной) таким образом модели. В критерии Филлипса-Перрона учет автокоррелированности осуществляется путем коррекции значения t -статистики, полученного при оценивании нерасширенной модели. При этом существенное влияние на статистические выводы оказывает выбор количества l выборочных автоковариаций, участвующих в построении оценки [Newey-West (1987)] для “долговременной” (“long-run”) дисперсии ряда ошибок (выбор “ширины окна” оценки долговременной дисперсии).

Однозначного рецепта выбора этого параметра не имеется; существуют только некоторые рекомендации. Ориентируясь на выводы, содержащиеся в статье [Schwert (1989)], часто выбирают значение, вычисляемое по формуле

$$l = [k(T/100)^{1/4}],$$

где T – длина ряда, $[a]$ – целая часть числа a , а значение k равно 4 для квартальных данных и равно 12 для месячных данных. В нашем случае $T = 62$, данные месячные, и это дает значение $l = 10$. В то же время, если следовать работе [Newey, West (1994)], то тогда ширину окна следует вычислять по формуле

$$l = [k(T/100)^{2/9}];$$

в таком случае ширина окна должна быть равной $l = 12$.

Вместе с тем, как мы уже упоминали, ряд разностей имеет пик автокорреляционной функции на лаге 12, и в этой связи, возможно, стоило бы даже (следуя рекомендациям работ [White, Domovitz (1984)] и [Perron (1988)]) несколько расширить окно, увеличив значение l до 13. Именно значение 13 мы и возьмем в качестве максимального в процедуре пакета RATS, реализующей критерий Филлипса-Перрона (процедура UNITROOT).

При таком выборе реализация процедуры UNITROOT дает следующие результаты.

Для статистической модели, имеющей в правой части константу и тренд:

Ширина окна в оценке Newey-West	Скорректированная t-статистика
3	2.13839
10	2.64709
11	2.99993
12	2.99009
13	3.12147

Для статистической модели, включающей в правую часть только константу (но не тренд):

Ширина окна в оценке Newey-West	Скорректированная t-статистика
3	4.31038
10	4.69271
11	5.03247
12	5.00240
13	5.11224

Для статистической модели, не содержащей в правой части ни константы, ни тренда:

Ширина окна в оценке Newey-West	Скорректированная t-статистика
3	6.87791
10	6.79343
11	7.04600
12	6.94513
13	6.96506

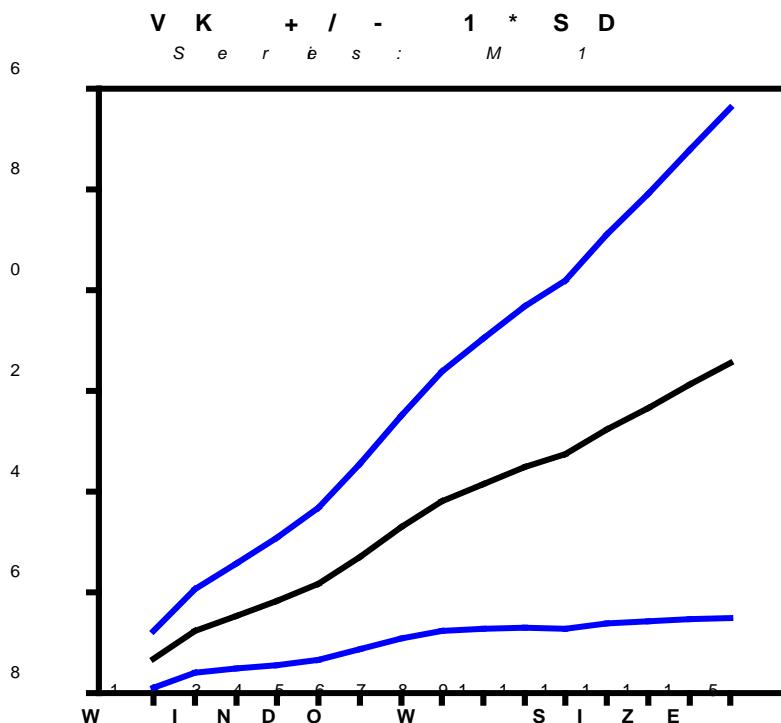
Во всех трех моделях при всех использованных значениях ширины окна значения скорректированных t -статистик существенно положительны, тогда как критические значения этих статистик (против гипотезы стационарности или стационарности относительно тренда) отрицательны. Поэтому гипотеза принадлежности ряда M1 классу DS рядов не отвергается и при использовании критерия Филлипса-Перрона.

Применим теперь критерий KPSS, в котором в качестве нулевой берется TS-гипотеза. Для модели с включением линейного тренда мы ориентируемся на значения статистики ETA(tau). Гипотеза стационарности относительно линейного тренда отвергается в пользу DS-гипотезы, если наблюдаемое значение этой статистики превышает критическое. Применение критерия KPSS приводит к следующим результатам:

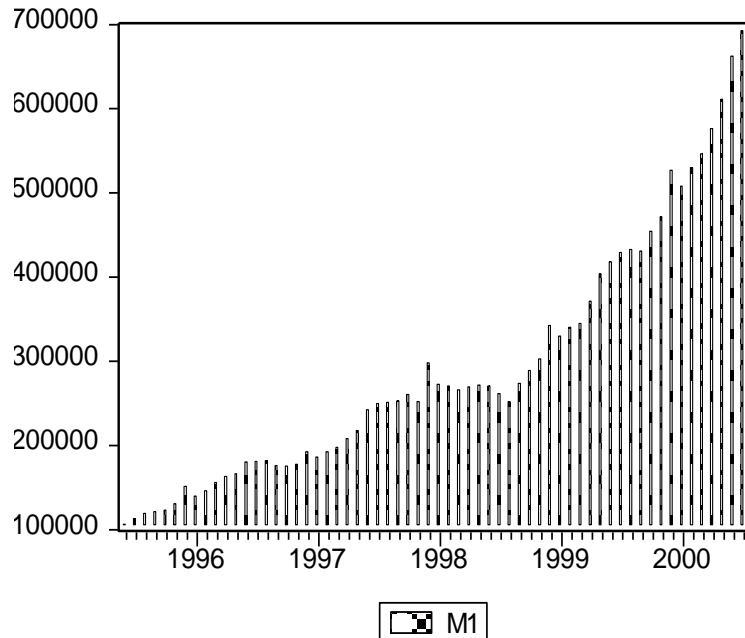
ETA(tau) Values:				
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter l =				ETA(tau) =
3				0.33186
10				0.16585
11				0.15930
12				0.15406
13				0.14997

Гипотеза TS отвергается на 5% уровне значимости для всех рассмотренных вариантов выбора параметра l (ширины окна).

Таким образом, результаты применения критериев, в которых в качестве нулевой берутся разные гипотезы (DS или TS), согласуются между собой. В пользу DS-гипотезы говорит и поведение статистики отношения дисперсий Кохрейна:



Тем не менее, если опять обратиться к графику ряда M1, то можно высказать предположение, что неотвержение гипотезы единичного корня критериями Дики-Фуллера и Филлипса-Перрона связано с неудачным выбором альтернативных гипотез. График ряда позволяет предположить, что более подходящей может оказаться модель с изломом тренда в конце 1998 – начале 1999 г., связанного с финансово-экономическим кризисом 1998 года. Представление динамики ряда в виде



дает некоторые основания предполагать, что излом тренда выражается в изменении его наклона после августа 1998 г. Имея такое предположение, мы можем обратиться к статистической процедуре проверки гипотезы единичного корня, предложенной в работе Перронна ([Perron (1989a)]) и соответствующей одномоментному (внезапному) изменению наклона тренда (АО модель – модель с аддитивным выбросом).

Согласно этой процедуре, если TB – момент скачка, то сначала следует оценить статистическую модель

$$x_t = \mu + \beta t + \gamma DTS_t + u_t,$$

в которой переменная DTS_t равна $t - TB$ для $t > TB$ и равна 0 для всех других значений t .

В результате оценивания этой модели получаем ряд остатков e_t . Затем оценивается модель регрессии e_t на e_{t-1} и запаздывающие разности $\Delta e_{t-1}, \dots, \Delta e_{t-p}$:

$$e_t = \alpha e_{t-1} + \sum_{j=1}^p c_j \Delta e_{t-j} + \varepsilon_t;$$

полученное при этом значение t -статистики для проверки гипотезы $H_0: \alpha = 1$ сравнивается с критическим значением из таблицы, приведенной в статье [Perron, Vogelsgang (1993), стр. 249]). В правую часть оцениваемой статистической модели следует включать достаточное количество запаздывающих разностей, чтобы исключить автокоррелированность ошибок в расширенной модели.

В нашем случае $TB = 42$, что соответствует 1998:08. В правую часть уравнения для остатков приходится дополнительно включать 12 запаздывающих разностей, т.к. иначе (при 11 разностях) получаем Р-значение критерия Броиша-Годфри (с AR(1) ошибками), равное 0.0002 и указывающее на автокоррелированность остатков. Для повышения мощности критерия, используя стратегию GS и критерий Шварца SC, осуществим редукцию модели, последовательно исключая из нее запаздывающие разности со статистически незначимыми (на 10% уровне значимости) коэффициентами. Результаты такой последовательной редукции сведены в следующую таблицу, аналогичную построенным ранее при реализации критерия Дики-Фуллера.

Порядок запаздывания исключаемой разности	SC	P-val LM-автокорр.	P-val White	P-val J-B	t-статистика критерия
– (полная модель с 12 запаздывающими разностями)	22.236	1 – 0.983 2 – 0.967	0.701	0.281	-1.92
8	22.157				-2.27
11	22.089				-2.60
10	22.018				-2.90
9*	21.986	1 – 0.590 2 – 0.844 3 – 0.954	0.372	0.223	-3.27
4	21.974		0.040		-2.78
5	21.935		0.035		-2.59
3	21.898		0.016		-2.22
1 (выбор по GS)	21.837		0.006	0.518	-2.04
7	21.834		0.002	0.184	-1.37
6	21.793			0.008	-1.31
2 (выбор по SC)	21.782			0.006	-0.92

Поскольку отклонения от нормальности, некоррелированности и гомоскедастичности могут отражаться на критических значениях статистики критерия, то в этом отношении предпочтительнее модель, результаты для которой приведены в строке, помеченной звездочкой.

Асимптотические критические значения статистики критерия Перрона зависят от положения момента излома на интервале наблюдений через параметр $\lambda = TB/T$, где TB – момент, непосредственно после которого происходит излом тренда, а T – количество наблюдений. В нашем случае $\lambda = 42/62 = 0.667$. Соответствующее 5% критическое значение заключено между значениями -3.94 (для $\lambda = 0.6$) и -3.89 (для $\lambda = 0.7$). Гипотеза единичного корня (при сделанном предположении об изменении наклона тренда с одновременным сдвигом траектории) не отвергается ни в полной модели и ни в одной из редуцированных моделей.

Заметим, что выбранные GS-стратегией и критерием Шварца модели недооценивают количество запаздываний, которое следовало бы включить в правую часть оцениваемого уравнения. На это обстоятельство указывает и [Taylor (2000)], не соглашаясь с оптимистическими выводами [Ng, Perron (1995)].

Обратим теперь внимание на то, что момент излома тренда 1998:08 был выбран нами на основании уже имеющейся информации об августовском кризисе 1998 г. и визуального обращения к графику ряда M1. Между тем, выбор даты излома тренда на основе анализа графика ряда влияет на критические значения t -статистики критерия единичного корня.

Для учета этого влияния воспользуемся процедурой PERRON97 из пакета статистического анализа RATS, реализующую методику, приведенную в статье [Perron (1997)]. Имея в виду предыдущие результаты, ограничим максимальное запаздывание разностей, включаемых в правую часть оцениваемых уравнений, тридцатью.

Сначала рассмотрим модель, допускающую сдвиг траектории и изменение наклона тренда в форме инновационного выброса (IO). Результаты применения процедуры PERRON97 для этой модели таковы:

break date TB = 1999:07; statistic t(alpha=1) = -3.34124			
critical values a	1%	5%	10%
for 70 obs	-6.32	-5.59	-5.29
number of lag retained : 12			
explained variable : M1			
	coefficient	student	
CONSTANT	124786.79561	3.33345	
DU	-2506239.31872	-3.77751	
D(Tb)	40455.79442	2.72347	
TIME	9769.03708	3.44839	
DT	23866.02686	3.78217	
M1{1}	-0.91050	-1.59235	

Здесь

$DU_t=1$ для $t>TB$ и $DU_t=0$ для всех других значений t ;
 $D(Tb)_t=1$ для $t=TB+1$ и $D(Tb)_t=0$ для всех других значений t ;
 $DT=t$ для $t>TB$ и $DU_t=0$ для всех других значений t ;
 $(M1\{1\})_t=M1_{t-1}$.

(Заметим, что при постулировании инновационного выброса оценивание регрессионной модели при каждой испытываемой дате производится в один этап – в правую часть регрессионной модели в качестве объясняющих включаются сразу все 6 переменных: CONST, DU, D(Tb), TIME, DT и запаздывающая на один шаг переменная $M1\{1\}$.)

Процедура PERRON97 определяет в этом случае дату излома как 1999:07, если выбор даты излома осуществляется по минимуму t -статистики критерия единичного корня $t_{\alpha=1}$, взятому по всем возможным моментам излома. При этом $t_{\alpha=1} = -3.341$, что выше 5% критического уровня -5.59 , и гипотеза единичного корня не отвергается. Наибольшее запаздывание разностей, включаемых в правую часть уравнений, выбирается равным 12 в рамках применения процедуры GS для редукции модели с 10% уровнем значимости.

Если выбор даты излома осуществляется по максимуму абсолютной величины t -статистики для коэффициента d при переменной DT_t , отвечающей за изменение наклона тренда, то выбирается 1998:04. При этом $t_{\alpha=1} = -0.547$, что выше 5% критического значения -5.33 ; гипотеза единичного

корня не отвергается. (Наибольшее запаздывание разностей здесь уменьшается до 11).

Наконец, если выбор даты излома тренда осуществляется по минимуму коэффициента при переменной DT, отвечающей за изменение наклона тренда, то выбирается опять 1998:04 с тем же выводом о неотвержении UR-гипотезы.

Рассмотрим теперь модель, допускающую только изменение наклона тренда без сдвига траектории в форме аддитивного выброса (АО). Результаты применения процедуры PERRON97 для этой модели таковы:

break date TB = 1999:02; statistic t(alpha=1) = -3.59417

critical values at	1%	5%	10%
for 100 obs.	-5.45	-4.83	-4.48
number of lag retained : 12			
explained variable : M1			
coefficient	student		
CONSTANT	104939.65455	20.48279	
TIME	4832.56930	26.73200	
DT	14335.07564	21.11189	
M1 {1}	-0.75752	-1.54915	

(Заметим, что при постулировании аддитивного выброса оценивание регрессионной модели при каждой испытываемой дате производится в два этапа. На первом шаге в правую часть регрессионной модели в качестве объясняющих включаются только переменные CONST, TIME, DT; в результате оценивания этой модели получаем ряд остатков e_t . На втором шаге оценивается модель регрессии e_t на e_{t-1} и запаздывающие разности $\Delta e_{t-1}, \dots, \Delta e_{t-p}$).

Выбор осуществляется по минимуму статистики $t_{\alpha=1}$ для проверки гипотезы о равенстве 1 коэффициента при e_{t-1} в последней модели. При этом дата излома определяется как 1999:02, $t_{\alpha=1} = -3.594$ (используются 12 запаздывающих разностей), 5% критическое значение равно -4.83 , так что UR-гипотеза не отвергается и в этом случае.

Заметим, что распределение ошибок имеет в последней ситуации распределение, отличающееся от нормального (коэффициент эксцесса – “kurtosis” – превышает на 1.626 значение коэффициента эксцесса нормаль-

ногого распределения⁴, равного 3). Как следует из работы [Zivot, Andrews (1992)], в таких ситуациях критические уровни уменьшаются, так что если использовать скорректированные на ненормальность критические уровни, то UR-гипотеза не будет отвергнута тем более.

Подведем итоги анализа ряда M1 на интервале 1995:06 по 2000:07, для наглядности поместив результаты применения различных процедур в одну таблицу.

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий Дики-Фуллера (расширенный)	Не отвергается	
Критерий Филлипса-Перрона	Не отвергается	
Критерий DF-GLS	Не отвергается	
Критерий KPSS		Отвергается
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу DS	
Критерий Перрона (экзогенный выбор даты излома тренда)	Не отвергается	
Обобщенный критерий Перрона (эндогенный выбор даты излома тренда)	Не отвергается	

Статистические выводы, полученные при применении всех перечисленных в таблице процедур, согласуются между собой: нулевая DS-гипотеза не отвергается, тогда как нулевая TS-гипотеза отвергается; поведение отношений дисперсий Кохрейна также говорит в пользу DS-гипотезы.

2.2.2. Денежный агрегат M0

Денежный агрегат M0 – Наличные деньги в обращении.

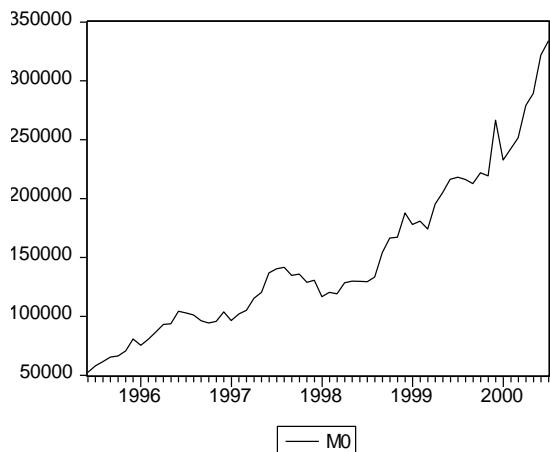
В качестве исходной информации используются данные: денежный агрегат M0, млрд. руб. (с 1998 г. млн. руб.) – месячные данные с 1990:12 по 2000:07; источник – ЦБ РФ.

В отличие от ряда M1, построение единой модели, описывающей поведение ряда M0, затруднительно из-за существенно различного характера

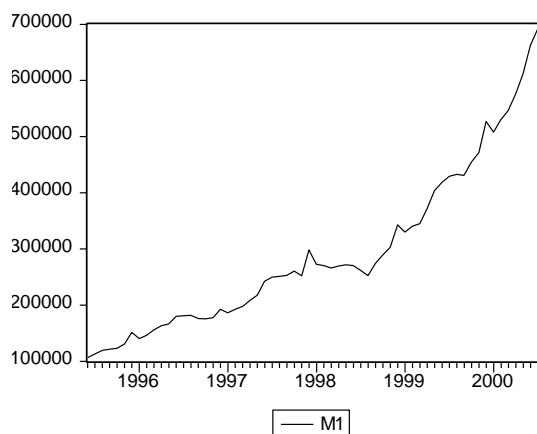
⁴ Обычно коэффициент эксцесса определяется таким образом, что для нормального распределения он равен нулю. Однако мы здесь придерживаемся другого определения, при котором этот коэффициент в случае нормального распределения равен 3, из-за того, что в приводимых распечатках результатов, полученных применением пакета статистического анализа ECONOMETRIC VIEWS, используется именно второе определение.

поведения этого ряда на периодах до и после 1995 г. По этой причине, а также для возможности сравнения результатов, мы будем проводить эконометрический анализ ряда M0 (а затем и ряда M2) на том же периоде с 1995:06 по 2000:07, на котором исследовался ряд M1.

На этом периоде график ряда имеет вид



Напомним график ряда M1:



Как видно из сравнения графиков, выраженность возможного излома тренда у ряда M0 не столь велика, как у ряда M1, что может объясняться

различием в скорости реструктуризации портфелей населения и предприятий. Посмотрим, как это отразится на статистических выводах при анализе ряда M0.

Как и в случае ряда M1, коррелограмма ряда разностей у ряда M0 имеет значимый пик на лаге 12; для учета автокоррелированности ошибок в оцениваемые уравнения будем включать первоначально 13 запаздывающих разностей.

Оценивание начнем с расширенной модели Дики-Фуллера с включением в правую часть оцениваемой статистической модели константы и тренда:

ADF Test Statistic	1.368149	1% Critical Value*	-4.1584
		5% Critical Value	-3.5045
		10% Critical Value	-3.1816

*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(Z)

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 1996:08 2000:07

Included observations: 48 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Z(-1)	0.204696	0.149616	1.368149	0.1808
D(Z(-1))	-0.194405	0.228411	-0.851122	0.4010
D(Z(-2))	-0.316411	0.228968	-1.381904	0.1766
D(Z(-3))	-0.201863	0.216740	-0.931362	0.3586
D(Z(-4))	-0.365408	0.205424	-1.778799	0.0848
D(Z(-5))	-0.336200	0.174358	-1.928221	0.0627
D(Z(-6))	-0.102447	0.181976	-0.562972	0.5774
D(Z(-7))	-0.054527	0.214887	-0.253748	0.8013
D(Z(-8))	-0.205422	0.221867	-0.925878	0.3614
D(Z(-9))	-0.630249	0.212157	-2.970678	0.0056
D(Z(-10))	-0.195244	0.234221	-0.833589	0.4107
D(Z(-11))	-0.451913	0.232739	-1.941718	0.0610
D(Z(-12))	0.632189	0.249860	2.530179	0.0165
D(Z(-13))	-0.651846	0.266730	-2.443841	0.0202
C	-9353.863	5632.908	-1.660575	0.1066
@TREND(1995:06)	-232.7007	423.7413	-0.549158	0.5867
R-squared	0.636001	Mean dependent var	4816.396	
Adjusted R-squared	0.465377	S.D. dependent var	12589.30	
S.E. of regression	9205.038	Akaike info criterion	21.35409	
Sum squared resid	2.71E+09	Schwarz criterion	21.97782	
Log likelihood	-496.4982	F-statistic	3.727491	
Durbin-Watson stat	1.979912	Prob(F-statistic)	0.000867	

Полученное значение t-статистики положительно, так что гипотеза единичного корня не отвергается.

Попробуем повысить мощность критерия Дики-Фуллера путем исключения из правой части оцениваемого уравнения запаздывающих разностей со статистически незначимыми коэффициентами. Результаты последовательного исключения таких разностей приведены в следующей таблице.

Порядок запаздывания исключаемой разности	SC	P-val LM-автокорр.	P-val White	P-val J-B	t-статистика критерия
– (полная модель с 13 запаздывающими разностями)	21.978	1 – 0.746 2 – 0.781	0.249	0.227	1.368
7	21.899				
6	21.826				
10	21.761				
3	21.699				
1	21.619				
8	21.557				
2	21.502				
4	21.471				
5 (выбор и по GS и по SC)	21.411	1 – 0.717 2 – 0.778	0.162	0.775	0.416
11	21.415				

Обе процедуры редукции модели – “от общего к частному” и SC – приводят к одной и той же модели, результаты проверки которой приведены в предпоследней строке таблицы.

В результате редукции оцениваемой модели значение статистики критерия уменьшилось с 1.368 до 0.416. Однако оно все же осталось положительным, что не дает возможности отвергнуть гипотезу единичного корня для ряда M0.

Следуя схеме Доладо, проверим, не является ли неотвержение DS-гипотезы (гипотезы единичного корня) следствием невключения в модель порождения данных тренда (что могло привести к использованию неправильных критических значений). Для этого (шаг 2 процедуры) проверим гипотезу $H_0 : \beta = 0$ в рамках статистической модели

$$SM: \Delta x_t = \varphi x_{t-1} + \alpha + \beta t + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T,$$

и в предположении, что данные порождаются моделью

$$DGP: \Delta x_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T.$$

При оценивании модели, выбранной методом GS и критерием Шварца, получаем значение t-статистики для параметра β , равное 0.700. В то же время 5% критическое значение для проверки гипотезы $H_0 : \beta = 0$ против двусторонней альтернативы равно 3.17. Если же брать одностороннюю альтернативу $H_0 : \beta > 0$, то 5% критическое значение равно 2.80. В обоих случаях для обеих моделей гипотеза $\varphi = 0$ не отвергается, и мы должны перейти к шагу 3 используемой процедуры.

Мы не будем приводить результаты, получаемые при дальнейшем применении процедуры Доладо, а только заметим, что, как и в случае ряда M1, последующие шаги и здесь не приводят к отверждению DS-гипотезы.

Использование в тех же моделях коррекции автокоррелированности по методу Филлипса-Перрона приводит к следующим результатам.

Модель с включением в правую часть оцениваемого уравнения константы и тренда:

Ширина окна	Статистика критерия
3	0.18896
4	0.14980
5	0.28467
6	0.21953
7	0.21763
8	0.17085
9	0.28009
10	0.34388
11	0.49913
12	0.49863
13	0.57393

Модель с включением в правую часть только константы:

Ширина окна	Статистика критерия
3	2.11867
4	2.24850
5	2.45154
6	2.41942
7	2.47094
8	2.45836
9	2.64371
10	2.77427
11	3.05619
12	3.10151
13	3.10151

Модель без включения детерминированных составляющих в оцениваемое уравнение:

Ширина окна	Статистика критерия
3	4.51174
4	4.48610
5	4.76835
6	4.71538
7	4.77881
8	4.75252
9	5.00488
10	5.17870
11	5.56153
12	5.61023
13	5.84205

Во всем диапазоне использованных значений ширины окна (от 4 до 13) значения статистик критерия положительны, и гипотеза единичного корня поэтому не отвергается.

Если применить для проверки DS-гипотезы (в качестве нулевой) критерий DF-GLS с включением в модель константы, линейного тренда и 13 запаздывающих разностей, то получим следующие результаты:

Critical values (asymptotic)					
Test	Statistic	1 %	2.5 %	5 %	10 %
DFGLS	-0.985	-3.48	-3.15	-2.89	-2.57

Наблюдаемое значение статистики критерия -0.985 выше 5% критического уровня; DS-гипотеза не отвергается. То же решение принимается, если использовать для вычисления критических значений приближенную формулу, учитывающую как количество имеющихся наблюдений, так и наибольшее запаздывание включаемых в модель разностей (получаемое при этом 5% критическое значение равно -2.62).

Возьмем теперь в качестве исходной (нулевой) гипотезу стационарности ряда M_0 и применим критерий KPSS:

Гипотеза стационарности отвергается в пользу DS-гипотезы, если наблюдаемое значение статистики $\text{ETA}(\mu)$ превышает критическое.

Для ряда M_0 , рассматриваемого на периоде 1995:06–2000:07, в зависимости от выбранной ширины окна получаем следующие результаты.

For lag parameter $l =$	$\text{ETA}(\mu) =$
3	1.51504
4	1.24933
12	0.59065
13	0.56191

При всех использованных значениях ширины окна гипотеза стационарности отвергается в пользу DS-гипотезы.

Если нулевой является гипотеза стационарности относительно линейного тренда, то критерий основывается на статистике $\text{ETA}(\tau)$, критические значения которой равны

Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216

Гипотеза стационарности относительно линейного тренда отвергается в пользу DS-гипотезы, если наблюдаемое значение этой статистики превышает критическое.

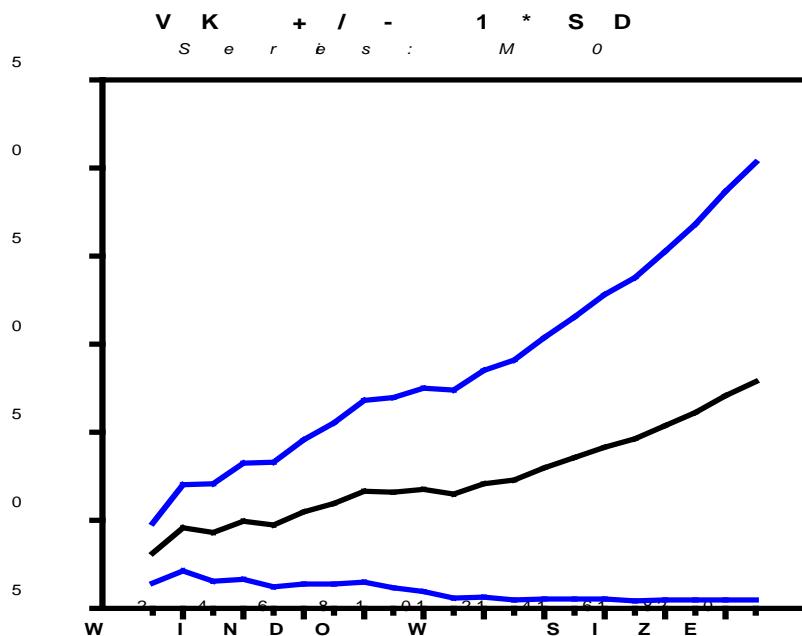
Для ряда M_0 , рассматриваемого на периоде 1995:06–2000:07, в зависимости от выбранной ширины окна получаем следующие результаты.

For lag parameter l =	ETA(tau) =
3	0.31134
4	0.26651
12	0.15545
13	0.15098

Гипотеза стационарности ряда M0 относительно линейного тренда на периоде 1995:06–2000:07 отвергается в пользу гипотезы наличия у этого ряда единичного корня.

Таким образом, использованные критерии, в которых за нулевую берется или DS или TS гипотеза, дают согласованные результаты.

В пользу DS-гипотезы говорит и поведение отношения дисперсий Кохрейна:



Имея в виду возможность изменения наклона тренда и сдвига уровня ряда, применим теперь обобщение критерия Перрона с эндогенным выбором момента излома тренда по минимуму статистики критерия единичного корня.

Сначала допустим только изменение наклона тренда в рамках модели аддитивного выброса (AO), положив при этом максимальное число запаздываний равным 14 и производя понижение порядка модели методом GS с уровнем значимости 10%. При этом получаем следующие результаты:

break date TB = 1999:01; statistic t(alpha=1) = -3.69570

Critical values at	1 %	5%	10%
for 100 obs.	-5.45	-4.83	-4.48
Number of lag retained: 12			
Explained variable: M0			
Переменная	Коэффициент	t-статистика	
CONSTANT	59106.87212	14.93557	
TIME	2357.19676	16.59750	
DT	5505.22025	11.13153	
M0 {1}	-0.36991	-0.99792	

(Напомним, что при постулировании аддитивного выброса оценивание регрессионной модели при каждой испытываемой дате производится в два этапа. На первом шаге в правую часть регрессионной модели в качестве объясняющих включаются только переменные CONST, TIME, DT; в результате оценивания этой модели получаем ряд остатков e_t .. На втором шаге оценивается модель регрессии e_t на e_{t-1} и запаздывающие разности $\Delta e_{t-1}, \dots, \Delta e_{t-p}$.)

Поскольку пренебрежение возможным сдвигом уровня (так же как и пренебрежение возможным изменением наклона тренда) может приводить к ложным единичным корням (см., например, [Leybourne, Mills, Newbold (1998)]), рассмотрим теперь модель со сдвигом траектории и изменением наклона тренда в форме инновационного выброса (IO), опять осуществляя эндогенный выбор точки излома по минимуму статистики критерия единичного корня, положив максимальное число запаздываний равным 14 и

понижая порядок модели методом GS с уровнем значимости 10%. В этой ситуации получаем:

break date TB = 1999:01 ; statistic t(alpha=1) = -3.24111

Critical values at	1%	5%	10%
for 70 obs.	-6.32	-5.59	-5.29

Number of lag retained : **12**

Explained variable : M0

	coefficient	student
CONSTANT	93203.60949	3.16641
DU	-802428.37416	-3.41458
D(Tb)	8419.59298	0.75410
TIME	4236.75927	3.31729
DT	7988.20640	3.43175
M0{1}	-0.91391	-1.54766

(Напомним, что при постулировании инновационного выброса оценивание регрессионной модели при каждой испытываемой дате производится в один этап – в правую часть регрессионной модели в качестве объясняющих включаются сразу все 6 переменных: CONST, DU, D(Tb), TIME, DT и запаздывающая на один шаг переменная M0{1}.)

Учет возможности излома тренда в обоих ситуациях не приводит к отвержению DS-гипотезы.

Подведем итоги анализа ряда M0 на интервале 1995:06 по 2000:07:

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий Дики-Фуллера (расширенный)	Не отвергается	
Критерий Филлипса-Перрона	Не отвергается	
Критерий DF-GLS	Не отвергается	
Критерий KPSS		Отвергается
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу DS	
Критерий Перрона (экзогенный выбор даты излома тренда)	Не отвергается	
Обобщенный критерий Перрона (эндогенный выбор даты излома тренда)	Не отвергается	

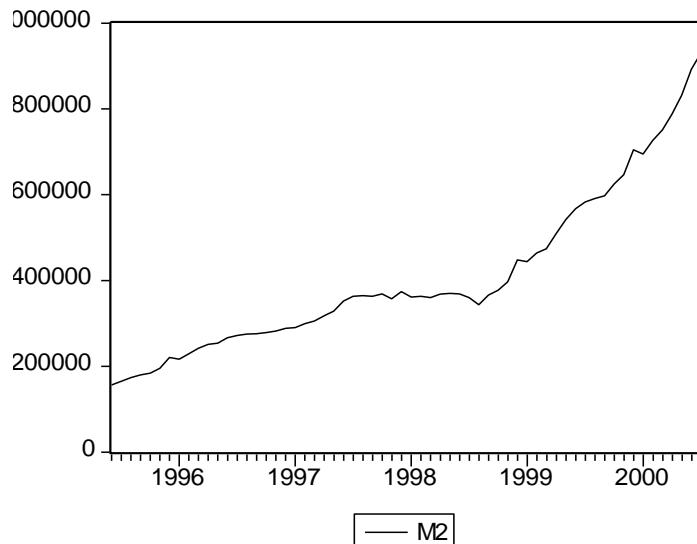
Статистические выводы, полученные при применении всех перечисленных в таблице процедур, согласуются между собой: нулевая DS-гипотеза не отвергается, тогда как нулевая TS-гипотеза отвергается; поведение отношений дисперсий Кохрейна также говорит в пользу DS-гипотезы.

2.2.3. Денежный агрегат M2

Денежный агрегат M2 – объем наличных денег в обращении (вне банков) и остатков средств в национальной валюте на расчетных, текущих счетах и депозитах нефинансовых предприятий, организаций и физических лиц, являющихся резидентами Российской Федерации. В этот агрегат не включаются депозиты в иностранной валюте. Начиная с 1 января 1998 г. в состав денежной массы не включаются данные по кредитным организациям с отозванной лицензией.

В качестве исходной информации используются данные: денежный агрегат M2, млрд. руб. (с 1998 г. млн. руб.) – месячные данные с 1990:12 по 2000:07; источник – ЦБ РФ.

Ограничимся опять рассмотрением общего для всех денежных показателей периода с 1995:06 по 2000:07. График ряда $X_t=M2$ на этом периоде имеет вид



И в этом случае наблюдается излом тренда. Кроме того, обращает на себя внимание поведение ряда M2 в предкризисный период: на интервале 1997:08-1998:07 ряд M2 “топчется на месте”.

В правую часть расширенной статистической модели критерия Дики-Фуллера (с константой и трендом) опять приходится включать разность с

запаздыванием на 13 месяцев. Получаемое при этом значение *t*-статистики критерия равно 0.751 при 5% критическом уровне -3.482, так что гипотеза единичного корня не отвергается. Однако коэффициенты при многих запаздывающих разностях оказываются статистически незначимыми:

ADF Test Statistic	0.751177	1% Critical Value*	-4.1109
		5% Critical Value	-3.4824
		10% Critical Value	-3.1689

*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(M2)

Method: Least Squares

Date: 02/21/01 Time: 12:22

Sample: 1995:06 2000:07

Included observations: 62

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
M2(-1)	0.051437	0.068475	0.751177	0.4564
D(M2(-1))	0.153723	0.145734	1.054815	0.2970
D(M2(-2))	0.282703	0.141848	1.993001	0.0522
D(M2(-3))	0.152426	0.150454	1.013107	0.3163
D(M2(-4))	-0.171566	0.151069	-1.135680	0.2620
D(M2(-5))	-0.092493	0.132650	-0.697270	0.4891
D(M2(-6))	0.266310	0.127068	2.095801	0.0416
D(M2(-7))	0.192078	0.154991	1.239288	0.2215
D(M2(-8))	-0.174375	0.156768	-1.112312	0.2718
D(M2(-9))	-0.483386	0.154209	-3.134619	0.0030
D(M2(-10))	0.014774	0.159316	0.092735	0.9265
D(M2(-11))	0.034310	0.165689	0.207073	0.8369
D(M2(-12))	0.575335	0.171785	3.349151	0.0016
D(M2(-13))	-0.482094	0.193203	-2.495275	0.0162
C	-5393.940	5339.081	-1.010275	0.3176
@TREND(1995:06)	-204.8787	509.0531	-0.402470	0.6892
R-squared	0.680388	Mean dependent var	12790.32	
Adjusted R-squared	0.576167	S.D. dependent var	16295.92	
S.E. of regression	10609.04	Akaike info criterion	21.59444	
Sum squared resid	5.18E+09	Schwarz criterion	22.14337	
Log likelihood	-653.4275	F-statistic	6.528315	
Durbin-Watson stat	2.096000	Prob(F-statistic)	0.000000	

Исключим из правой части оцениваемого уравнения запаздывающие разности со статистически незначимыми коэффициентами. Результаты последовательного исключения таких разностей приведены в следующей таблице.

Порядок запаздывания исключаемой разности	SC	P-val LM-автокорр.	P-val White	P-val J-B	t-статистика критерия
– (полная модель с 13 запаздывающими разностями)	22.143	1 – 0.250 2 – 0.252	0.287	0.051	0.751
10	22.077	1 – 0.411 2 – 0.253	0.430	0.065	0.783
11	22.011			0.009	
5	21.954			0.009	
3	21.906			0.014	0.335
7	21.857			0.023	1.171
8	21.823		0.155	0.019	1.575
4	21.794		0.054		1.109
6*	21.770	1 – 0.093 2 – 0.230	0.028	0.123	1.566
1	21.761	1 – 0.534 2 – 0.405	0.028	0.295	2.618
2	21.752	1 – 0.403 2 – 0.108	0.016	0.439	4.122

Процедура редукции модели “от общего к частному” (с 10% уровнем значимости при исключении незначимых разностей) приводит к модели, результаты проверки которой приведены в строке таблицы, помеченной звездочкой. Если продолжать редукцию, уменьшив уровень значимости до 5%, то приходим к модели, результаты для которой приведены в последней строке таблицы. Эта модель оказывается лучшей по критерию Шварца.

В то же время, в последней модели обнаруживается гетероскедастичность, как в модели, отмеченной звездочкой. Возвращаясь обратно вверх по той же цепочке, замечаем, что удовлетворительно проходит проверку по различным критериям только модель с исключенной разностью, запаздывающей на 10 месяцев. Однако и для этой и для всех остальных моделей (полней и редуцированных) значения статистики критерия положительны, что не дает возможности отвергнуть гипотезу единичного корня для ряда M2.

Следуя схеме Доладо (шаг 2 процедуры) проверим гипотезу $H_0 : \beta = 0$ в рамках статистической модели

$$SM: \Delta x_t = \varphi x_{t-1} + \alpha + \beta t + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T,$$

и в предположении, что данные порождаются моделью

$$DGP: \Delta x_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T.$$

При оценивании модели с одной исключенной разностью (запаздывающей на 10 месяцев), получаем значение t -статистики для параметра β , равное -0.424 . В то же время 5% критическое значение для проверки гипотезы $H_0 : \beta = 0$ против двусторонней альтернативы равно 3.17 , эта гипотеза не отвергается, и мы должны перейти к шагу 3 используемой процедуры.

Как и в случае рядов $M1$ и $M0$, последующие шаги и здесь не приводят к отверждению DS-гипотезы. Приведем результаты для полных моделей (с 13 запаздывающими разностями). Для модели с включением в правую часть константы значение t -статистики критерия равно 1.178 ; для модели без включения в правую часть константы значение t -статистики критерия равно 1.253 .

Приведем теперь результаты применения критерия Филлипса-Перрона в трех различных ситуациях: с включением в оцениваемую модель и тренда и константы, с включением в оцениваемую модель только константы и без включения в оцениваемую модель детерминированных составляющих.

Критерий, основанный на модели с константой и трендом:

Ширина окна	Статистика критерия
3	2.63324
4	2.59715
5	2.56834
6	2.43783
7	2.32673
8	2.26941
9	2.32449
10	2.39557
11	2.52389
12	2.55470
13	2.63931

Критерий с включением константы (без тренда):

Ширина окна	Статистика критерия
3	4.37034
4	4.54957
5	4.46640
6	4.29340
7	4.14101
8	4.04731
9	4.06176
10	4.09185
11	4.17005
12	4.16109
13	4.19499

Критерий без включения константы и тренда:

Ширина окна	Статистика критерия
3	7.27233
4	7.03590
5	6.83753
6	6.55422
7	6.29882
8	6.11824
9	6.05329
10	6.00632
11	6.00280
12	5.91879
13	5.87156

Ни один из критериев не отвергает гипотезу единичного корня.

Применяя для проверки DS-гипотезы (в качестве нулевой) критерий DF-GLS с включением в модель константы, линейного тренда и 13 запаздывающих разностей получаем следующие результаты:

Critical values (asymptotic)					
Test	Statistic	1%	2.5%	5%	10%
DFGLS	-1.446	-3.48	-3.15	-2.89	-2.57

Наблюдаемое значение статистики критерия -1.446 выше 5% критического уровня; DS-гипотеза не отвергается. То же решение принимается при использовании для вычисления критических значений приближенной формулы, учитывающей как количество имеющихся наблюдений, так и

наибольшее запаздывание включаемых в модель разностей (получаемое при этом приближенное 5% критическое значение равно -2.62).

Применим теперь критерий KPSS, берущий в качестве нулевой TS-гипотезу.

Для модели без включения линейного тренда:

ETA(mu) Values:

Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.347	0.463	0.574	0.739
For lag parameter l =	ETA(mu) =			
3	1.45488			
4	1.19809			
12	0.57423			
13	0.54802			

Гипотеза стационарности отвергается в пользу гипотезы единичного корня.

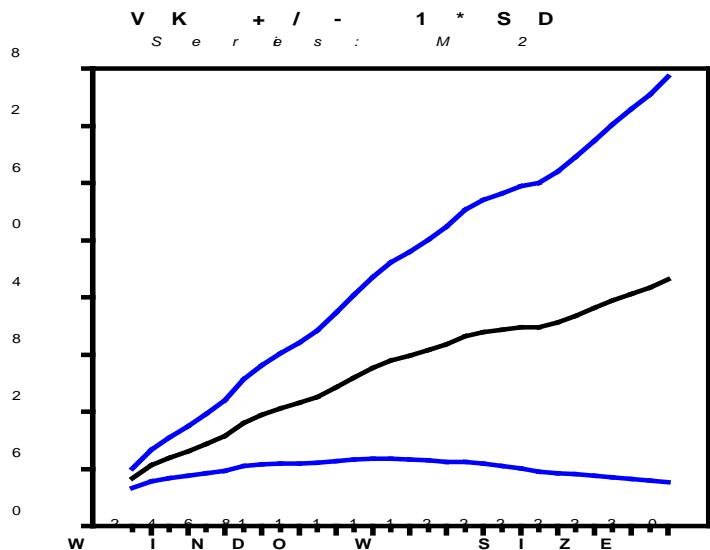
Для модели с включением линейного тренда:

ETA(mu) Values:

Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter l =	ETA(mu) =			
3	0.32707			
4	0.27270			
12	0.14618			
13	0.14212			

Гипотеза стационарности относительно линейного тренда отвергается в пользу гипотезы единичного корня на 10% уровне значимости и отвергается на 5% уровне значимости при ширине окна, меньшей 13.

Результаты применения критериев, берущих в качестве нулевой различные гипотезы (DS или TS), подтверждают друг друга. В пользу DS-гипотезы говорит и поведение отношения дисперсий Кохрейна :



Тем не менее, имея в виду возможное изменение наклона тренда с одновременным сдвигом уровня ряда, применим теперь еще и критерий Перрона с эндогенным выбором точки излома (модель с инновационным выбросом):

break date TB = 1999:10; statistic t(alpha=1) = -2.78182

critical values at	1%	5%	10%
for 70 obs.	-6.32	-5.59	-5.29

number of lag retained : 12

explained variable : M2

	coefficient	student
CONSTANT	73764.42647	2.48260
DU	-1421216.11961	-2.76082
D(Tb)	-786.33813	-0.04148
TIME	4269.66737	2.99594
DT	13273.55715	2.77995
M2 {1}	0.34649	1.47489

Гипотеза единичного корня не отвергается.

Если рассмотреть модель, допускающую только изменение наклона тренда (модель с аддитивным выбросом), то при этом получим следующие результаты:

break date TB = 1997:05; statistic t(alpha=1) = -2.78944

critical values at	1%	5%	10%
for 100 obs.	-5.45	-4.83	-4.48

number of lag retained : 12

explained variable : M2

	coefficient	student
CONSTANT	190978.79927	8.21763
TIME	3283.15278	2.47380
DT	9565.20521	5.15626
M2 {1}	0.85569	16.53993

И в этой ситуации гипотеза единичного корня не отвергается.

Подведем итоги анализа ряда M2 на интервале 1995:06 по 2000:07:

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий Дики-Фуллера (расширенный)	Не отвергается	
Критерий Филлипса-Перрона	Не отвергается	
Критерий DF-GLS	Не отвергается	
Критерий KPSS		Отвергается
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу DS	
Критерий Перрона (экзогенный выбор даты излома тренда)	Не отвергается	
Обобщенный критерий Перрона (эндогенный выбор даты излома тренда)	Не отвергается	

Статистические выводы, полученные при применении всех перечисленных в таблице процедур, согласуются между собой: нулевая DS-гипотеза не отвергается, тогда как нулевая TS-гипотеза отвергается; поведение отношений дисперсий Кохрейна также говорит в пользу DS-гипотезы.

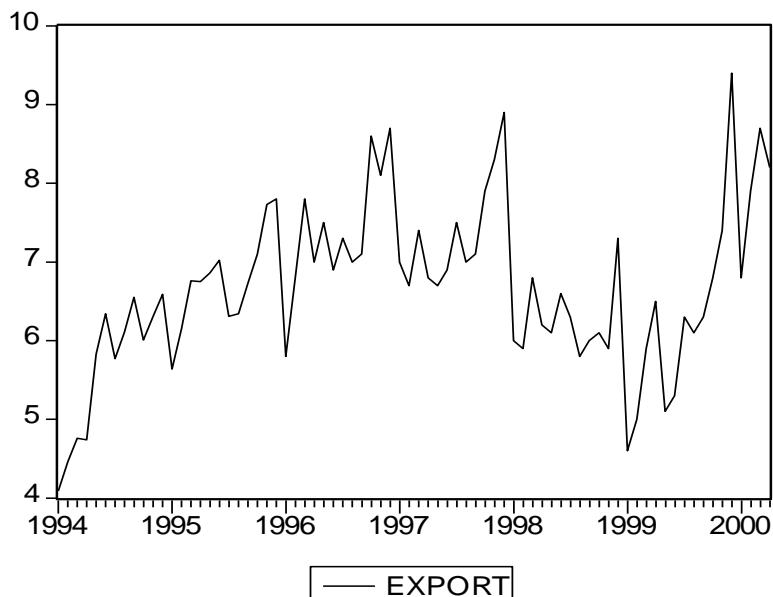
2.3. Анализ временных рядов для экспорта и импорта

2.3.1. Экспорт

Экспорт – вывоз из страны товаров отечественного производства, а также реэкспорт товаров. К товарам отечественного производства относятся также товары иностранного происхождения, ввезенные в страну и подвергшиеся существенной переработке, изменяющей основные качественные или технические характеристики товаров. К реэкспортным товарам относятся товары, ввезенные в страну, а затем вывезенные за границу без переработки.

В качестве исходной информации используются данные: объем экспорта (во все страны), млрд. долл. – месячные данные с 1994:01 по 2000:04; источник – Госкомстат РФ.

График ряда имеет следующий вид:



Форма этого графика коренным образом отличается от графиков дежных рядов, более напоминая график стационарного ряда. Стационарность ряда экспорта может являться, например, результатом статистиче-

ского сглаживания фактических колебаний экспортных доходов вследствие ряда причин, указанных ниже в разделе 3.2.1.

Вид коррелограммы ряда

Sample: 1994:01 2000:04

Included observations: 76

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
*****	*****	1	0.590	0.590	27.557	0.000
***	*	2	0.404	0.085	40.623	0.000
***	**	3	0.396	0.198	53.370	0.000
**		4	0.318	0.004	61.698	0.000
**		5	0.226	-0.022	65.950	0.000
*	*	6	0.147	-0.059	67.774	0.000
*		7	0.121	0.012	69.024	0.000
*		8	0.092	-0.005	69.769	0.000
		9	0.055	-0.008	70.034	0.000
	*	10	-0.037	-0.118	70.155	0.000
	*	11	0.012	0.101	70.169	0.000
**	***	12	0.229	0.337	75.013	0.000
	****	13	-0.044	-0.456	75.192	0.000
*	*	14	-0.165	-0.095	77.799	0.000
*	*	15	-0.148	-0.094	79.917	0.000
*	*	16	-0.106	0.149	81.031	0.000

указывает на необходимость включения в правую часть статистической модели, оцениваемой в критерии Дики-Фуллера, разностей с запаздываниями до 12 месяцев. Кроме того, судя по графику ряда, из трех вариантов моделей, оцениваемых в критериях Дики-Фуллера, следует выбрать вариант, не включающий в уравнение линейный тренд, но с включением в правую часть уравнения константы. Оценивание расширенной модели для этого случая дает следующие результаты.

ADF Test Statistic	-2.172099	1% Critical Value*	-3.5362
		5% Critical Value	-2.9077
		10% Critical Value	-2.5911

*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(EXPORT)
 Sample(adjusted): 1995:02 2000:04
 Included observations: 63 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
EXPORT(-1)	-0.320298	0.147460	-2.172099	0.0347
D(EXPORT(-1))	-0.021490	0.164733	-0.130454	0.8967
D(EXPORT(-2))	-0.012906	0.157857	-0.081755	0.9352
D(EXPORT(-3))	0.081849	0.153277	0.533990	0.5958
D(EXPORT(-4))	0.143501	0.151594	0.946613	0.3485
D(EXPORT(-5))	0.142530	0.153347	0.929464	0.3572
D(EXPORT(-6))	0.060647	0.152810	0.396876	0.6932
D(EXPORT(-7))	0.115841	0.154146	0.751501	0.4559
D(EXPORT(-8))	0.119480	0.149454	0.799443	0.4279
D(EXPORT(-9))	0.026379	0.140848	0.187288	0.8522
D(EXPORT(-10))	-0.030960	0.136149	-0.227401	0.8211
D(EXPORT(-11))	-0.163303	0.127508	-1.280726	0.2063
D(EXPORT(-12))	0.640801	0.126129	5.080512	0.0000
C	2.198274	0.996168	2.206731	0.0320
R-squared	0.652897	Mean dependent var		0.040635
Adjusted R-squared	0.560808	S.D. dependent var		0.943584
S.E. of regression	0.625328	Akaike info criterion		2.092050
Sum squared resid	19.16073	Schwarz criterion		2.568302
Log likelihood	-51.89956	F-statistic		7.089867
Durbin-Watson stat	2.125882	Prob(F-statistic)		0.000000

Гипотеза единичного корня не отвергается даже на 10% уровне. Однако это может быть связано с оцениванием излишнего количества коэффициентов при запаздывающих разностях, среди которых лишь коэффициент при разности, запаздывающей на 12 месяцев, оказывается статистически значимым.

Результаты последовательного исключения из правой части оцениваемого уравнения запаздывающих разностей со статистически незначимыми коэффициентами приведены в следующей таблице.

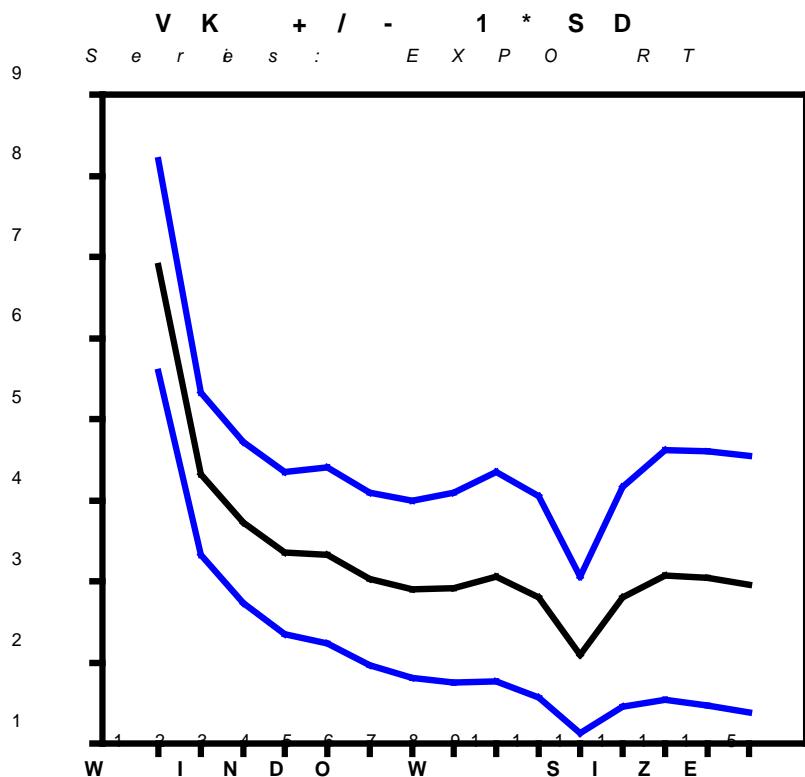
Порядок запаздывания исключаемой разности	SC	P-val LM-автокорр.	P-val White	P-val J-B	t-статистика критерия
– (полная модель с 12 запаздывающими разностями)	2.568	1 – 0.293 2 – 0.285	0.377	0.663	-2.172
2	2.503				
1	2.437				
10	2.372				
9	2.310				
6	2.248				
7	2.193				
3	2.139				
5	2.080				
4	2.031				
8	1.981				
11	1.947	1 – 0.251 2 – 0.175 3 – 0.142 4 – 0.244	0.711	0.840	-3.186

При редукции модели методом “от общего к частному” (с 10% уровнем значимости) из расширенной модели с 12 запаздывающими разностями последовательно удаляются разности, запаздывающие на 2, 1, 10, 9, 6, 7, 3, 5, 4, 8, 11 единиц времени (месяцев). Это приводит модели, содержащей в правой части только одну разность, запаздывающую на 12 месяцев; результаты оценивания этой модели приведены в последней строке таблицы. Эта же модель выбирается и критерием Шварца.

В результате редукции мы получили модель, в которой значение t-статистики расширенного критерия Дики-Фуллера ниже 5% критического уровня, так что гипотеза единичного корня отвергается в пользу гипотезы стационарного процесса (имеющего ненулевое математическое ожидание). Более того, судя по приведенным результатам статистического анализа ряда остатков от оцененной модели, нет указаний на ненормальность, гетероскедастичность или автокоррелированность ошибок, так что можно считать выполненными предположения, при которых были рассчитаны крити-

ческие значения статистики Дики-Фуллера. Поэтому, в отличие от анализа денежных агрегатов, здесь анализ с использованием других критериев с DS-гипотезой в качестве нулевой можно не проводить.

Приведем теперь график поведения отношения дисперсий Кохрейна и результаты применения критерия KPSS.



Поведение отношения дисперсий говорит в пользу TS-гипотезы.

Применение критерия KPSS (для модели без тренда) дает следующие результаты:

ETA(mu) Values:				
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.347	0.463	0.574	0.739
For lag parameter l =	ETA(mu) =			
3	0.31930			
4	0.27642			
10	0.18705			
11	0.18204			
12	0.17662			
13	0.17245			
14	0.16979			

Гипотеза стационарности ряда не отвергается.

Подведем итоги анализа ряда EXPORT:

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий Дики-Фуллера (расширенный)	Отвергается	
Критерий KPSS		Не отвергается
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу TS	

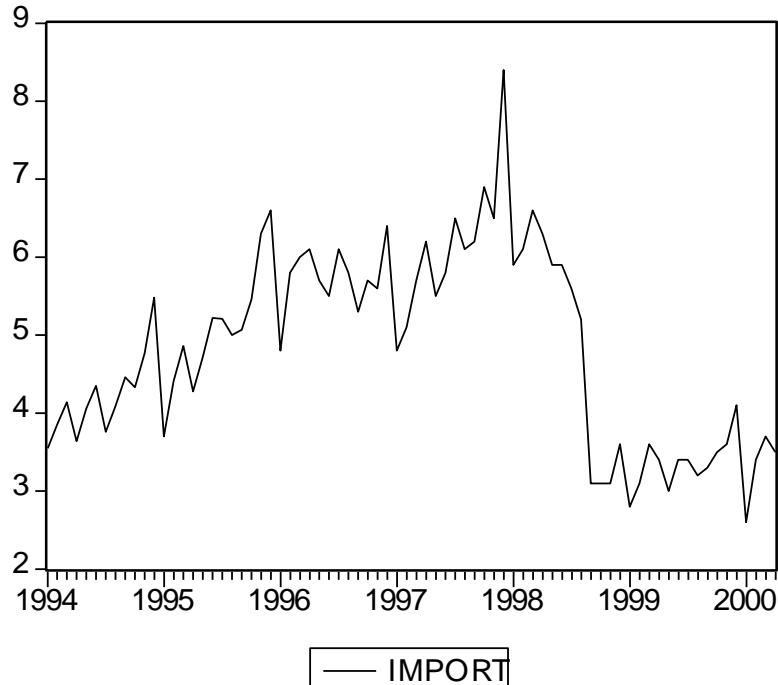
Результаты применения различных статистических процедур согласуются друг с другом: гипотеза DS в качестве нулевой гипотезы отвергается, тогда как гипотеза TS в качестве нулевой не отвергается; поведение отношения дисперсий Кохрейна говорит в пользу TS-гипотезы.

2.3.2. Импорт

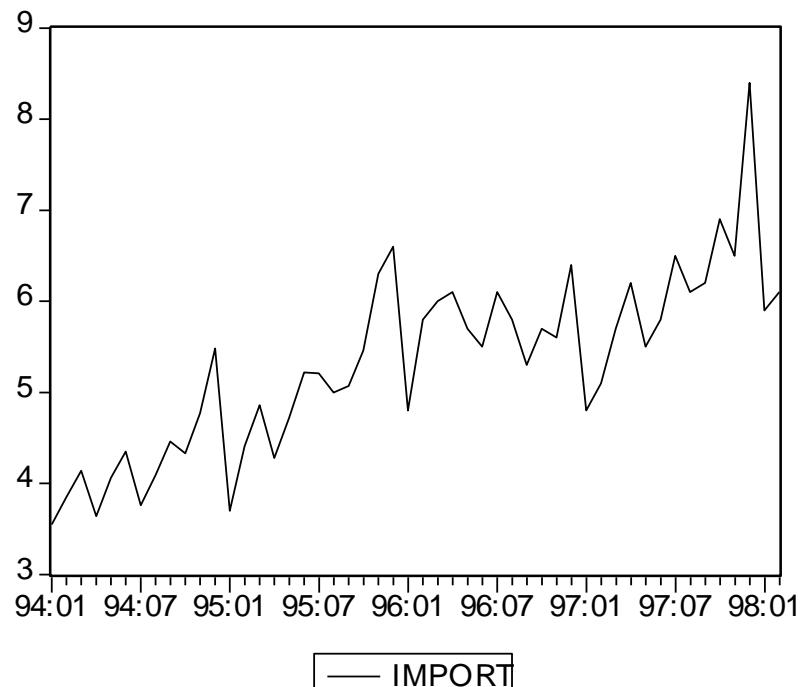
Импорт – ввоз товаров в страну. В импорт включаются ввезенные товары, предназначенные для потребления в экономике страны, реэкспорта, и товары, закупаемые для отечественных организаций за границей, для потребления на месте.

В качестве исходной информации используются данные: объем импорта (во все страны), млрд. долл. – месячные данные с 1994:01 по 2000:04; источник – Госкомстат РФ.

График ряда имеет вид



Этот график показывает, что в сентябре 1998 года происходит резкое изменение траектории ряда (падение на более низкий уровень), связанное с девальвацией рубля и относительным удорожанием импортных товаров. Поскольку количество наблюдений на втором подпериоде мало, мы возьмем для исследования период 1994:01 – 1998:01. График ряда на этом промежутке времени имеет вид



Отметим весьма выраженный сезонный характер этого ряда с пиками в декабрях и провалами в январях, а также наличие излома тренда на рассматриваемом периоде. В разд. 3.2.2 дается возможное объяснение такого поведения ряда.

В правую часть уравнения, оцениваемого при применении расширенного критерия Дики-Фуллера, приходится включать разность, запаздывающую на 12 месяцев.

Оценивание уравнения с включением в правую часть константы, линейного тренда и всех разностей с запаздываниями до 12 месяцев включительно дает следующие результаты.

ADF Test Statistic	-1.614015	1% Critical Value	-4.2242
		5% Critical Value	-3.5348
		10% Critical Value	-3.1988

*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(IMPORT)

Sample(adjusted): 1995:02 1998:02

Included observations: 37 after adjusting endpoints

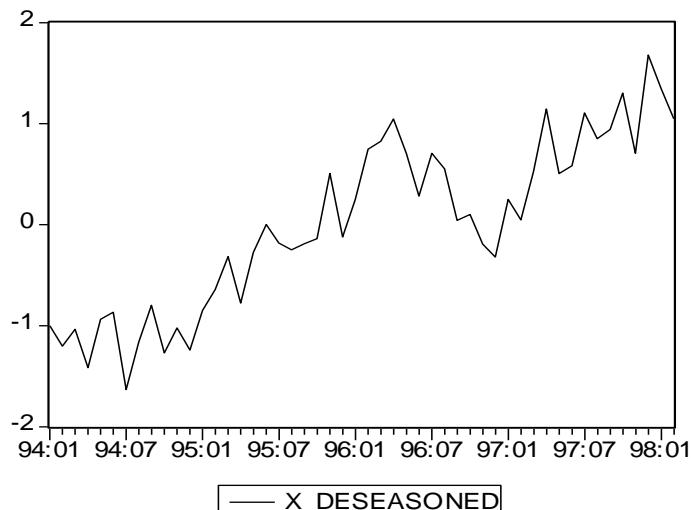
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
IMPORT(-1)	-0.687650	0.426050	-1.614015	0.1208
D(IMPORT(-1))	0.020600	0.417224	0.049375	0.9611
D(IMPORT(-2))	0.079784	0.354080	0.225327	0.8238
D(IMPORT(-3))	0.159596	0.311822	0.511818	0.6139
D(IMPORT(-4))	0.319003	0.290247	1.099071	0.2836
D(IMPORT(-5))	0.508832	0.292103	1.741961	0.0955
D(IMPORT(-6))	0.388655	0.314875	1.234318	0.2301
D(IMPORT(-7))	0.281873	0.336228	0.838341	0.4109
D(IMPORT(-8))	0.287544	0.351195	0.818759	0.4217
D(IMPORT(-9))	0.003979	0.350617	0.011350	0.9910
D(IMPORT(-10))	-0.130758	0.325622	-0.401564	0.6919
D(IMPORT(-11))	-0.465013	0.273920	-1.697620	0.1037
D(IMPORT(-12))	0.361035	0.229435	1.573584	0.1299
C	2.840222	1.558390	1.822536	0.0820
@TREND(1994:01)	0.032467	0.024645	1.317368	0.2013
R-squared	0.820057	Mean dependent var	0.064865	
Adjusted R-squared	0.705548	S.D. dependent var	0.805842	
S.E. of regression	0.437277	Akaike info criterion	1.474437	
Sum squared resid	4.206651	Schwarz criterion	2.127512	
Log likelihood	-12.27708	F-statistic	7.161511	
Durbin-Watson stat	2.158910	Prob(F-statistic)	0.000027	

Значение *t*-статистики Дики-Фуллера выше даже 10% критического уровня, так что гипотеза единичного корня не отвергается. В этой связи можно было бы опять произвести редукцию модели, последовательно исключая из правой части оцениваемой модели разности, коэффициенты которых статистически незначимы на 10% уровне. Однако на этот раз положение отличается от ситуации, с которой мы встретились при анализе ряда объемов экспорта. Дело в том, что здесь Р-значение критерия Бройша-

Годфри автокоррелированности ошибок в полной модели, соответствующее модели авторегрессии (для ошибок) 2-го порядка, оказывается равным 0.000766, так что включения в правую часть оцениваемого уравнения 12 запаздывающих разностей оказывается недостаточным. Обращение к более длинному варианту коррелограммы показывает наличие пика еще и на лаге 24. И хотя оценки автокорреляций со столь большими запаздываниями при столь малом количестве наблюдений совершенно ненадежны, тем не менее возникает вопрос об оправданности использования при применении расширенного критерия Дики-Фуллера только запаздываний, меньших 12 месяцев.

Обращаясь к графику ряда на рассматриваемом интервале, можно заметить весьма выраженный сезонный характер этого ряда с пиками в декабрях и провалами в январях. Имея это в виду, воспользуемся здесь рекомендацией [Dickey, Bell, Miller (1986)] применять критерий Дики-Фуллера в таких ситуациях не к “сырому” ряду, а к ряду, “очищенному от детерминированной сезонности”, т.е. к ряду остатков от оцененной регрессии исходного ряда на сезонные переменные (“dummies”) D1, D2,..., D12, отвечающие, соответственно, 1-му (январь), 2-му (февраль),..., 12-му (декабрь) месяцу года. (Переменная D1 принимает значение 1 для январей и значение 0 для всех остальных месяцев года. Аналогично определяются и остальные сезонные переменные.)

График “очищенного” ряда имеет вид



Поскольку этот график в целом имеет выраженный излом; применим процедуру Перрона с допущением сдвига уровня с одновременным изменением наклона тренда (инновационный выброс). Процедура Перрона с эндогенным выбором даты сдвига уровня дает следующие результаты:

break date TB = 1996:07 ; statistic t(alpha=1) = -5.03902

critical values at	1%	5%	10%
for 70 obs.	-6.32	-5.59	-5.29
number of lag retained : 6			
explained variable : IMP_DES			
	coefficient	student	
CONSTANT	-2.36511	-4.38786	
DU	0.10875	0.08382	
D(Tb)	0.60556	1.65437	
TIME	0.10353	4.48843	
DT	-0.01642	-0.91853	
IMP_DES {1}	-0.21537	-0.89294	

При сделанных допущениях DS-гипотеза не отвергается.

Отметим весьма низкое значение абсолютной величины t-статистики для коэффициента при переменной DT, что указывает на возможное отсутствие изменения наклона тренда при сдвиге уровня. В связи с этим, применим процедуру Перрона при допущении только лишь сдвига уровня ряда (инновационный выброс). В этом случае процедура Перрона с эндогенным выбором даты сдвига уровня дает следующие результаты:

break date TB = 1997:05; statistic t(alpha=1) = -4.25858

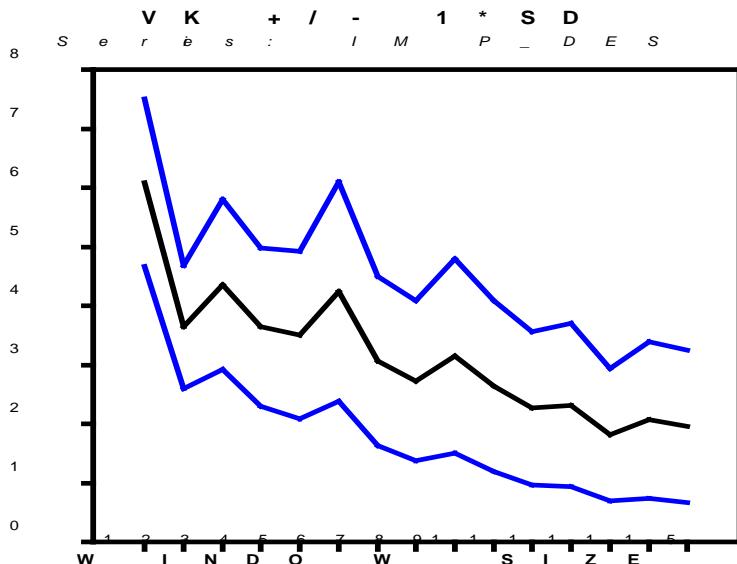
critical values at	1%	5%	10%
for 60 obs.	-5.92	-5.23	-4.92
number of lag retained : 6			
explained variable : IMP_DES			
	coefficient	student	
CONSTANT	-1.31878	-3.56353	
DU	-0.28657	-1.51369	
D(Tb)	-0.54686	-1.59774	
TIME	0.04897	3.75276	
IMP_DES {1}	0.17386	0.89624	

Полученная датировка момента излома тренда другая; однако, DS-гипотеза все равно не отвергается.

Результаты применения критерия KPSS (с включения линейного тренда):

ETA(tau) Values:				
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter l =	ETA(tau) =			
3	0.11094			
4	0.09783			
5	0.08947			
10	0.08556			
11	0.08864			
12	0.09220			
13	0.09675			

Гипотеза стационарности относительно линейного тренда не отвергается. Поведение отношения дисперсий Кохрейна говорит в пользу TS-гипотезы.



Приведем еще результаты проверки DS-гипотезы критерием DF-GLS
(модель включает линейный тренд):

Lags = 13					
Test	Statistic	Critical values (asymptotic)			
		1%	2.5%	5%	10%
DFGLS	-1.017	-3.48	-3.15	-2.89	-2.57

Этот критерий не отвергает DS-гипотезу в пользу TS-гипотезы. То же решение принимается, если вычислять критические значения по приближенной формуле, учитывающей как количество имеющихся наблюдений, так и наибольшее запаздывание включаемых в модель разностей (получаемое при использовании этой формулы 5% критическое значение равно -2.68).

Подведем итоги анализа ряда IMPORT на интервале 1994:01 – 1998:01:

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий DF-GLS	Не отвергается	
Критерий KPSS		Не отвергается
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу TS	
Обобщенный критерий Перрона (эндогенный выбор даты излома тренда)	Не отвергается	

Здесь согласия между выводами, полученными при применении различных статистических процедур, нет: две из четырех процедур склоняются к гипотезе TS, а две другие – к гипотезе DS. Как уже отмечалось в разд. 1.3.1, такое положение может объясняться недостаточной мощностью использованных критериев, связанной с малым количеством наблюдений на исследованном периоде.

2.4. Анализ ряда доходов федерального бюджета и ряда налоговых доходов федерального бюджета

2.4.1. Доходы федерального бюджета

Доходы бюджета – денежные средства, поступающие в безвозмездном и безвозвратном порядке в соответствии с бюджетным и налоговым законодательством Российской Федерации в распоряжение органов государственной власти Российской Федерации. В доходах бюджетов могут быть частично централизованы доходы, зачисляемые в бюджеты других

уровней бюджетной системы Российской Федерации для целевого финансирования централизованных мероприятий, а также безвозмездные перечисления. В составе доходов бюджетов обособленно учитываются доходы целевых бюджетных фондов.

К налоговым доходам относятся предусмотренные налоговым законодательством Российской Федерации федеральные налоги и сборы, а также пени и штрафы.

К неналоговым доходам относятся доходы от использования имущества, находящегося в государственной собственности; от продажи или иного возмездного отчуждения имущества, находящегося в государственной собственности; от платных услуг, оказываемых соответствующими органами государственной власти, а также бюджетными учреждениями, находящимися в ведении федеральных органов исполнительной власти; средства, полученные в результате применения мер гражданско-правовой, административной и уголовной ответственности, в том числе штрафы, конфискации, компенсации, а также средства, полученные в возмещение вреда, причиненного Российской Федерации, и иные суммы принудительного изъятия; иные неналоговые доходы.

В качестве исходной информации используются следующие данные: совокупные (налоговые и неналоговые доходы) федерального бюджета, млрд. руб. (с 1998 г. млн. руб.) – месячные данные с 1992:01 по 2000:05; источник – Министерство финансов РФ.

График ряда доходов федерального бюджета $X_t = \text{DokhFedBud}$ имеет вид:

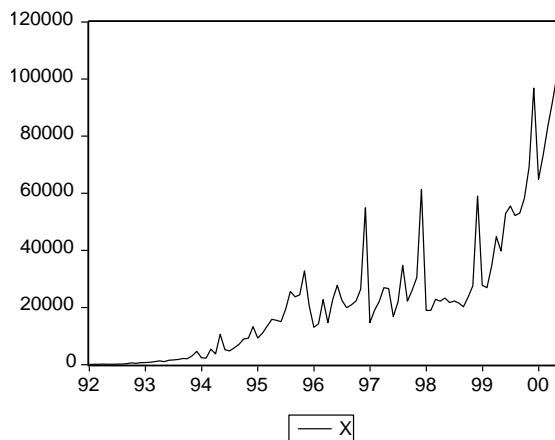
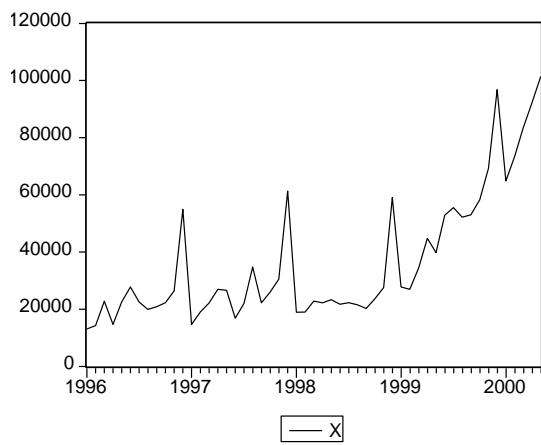
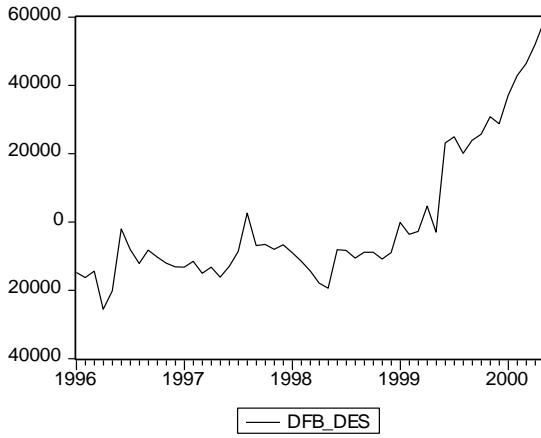


График указывает на наличие детерминированных сезонных составляющих, амплитуда которых резко возрастает с конца 1995 г., когда влияние инфляционного эффекта масштаба цен стало доминирующим по отношению к предшествующей динамике ряда.

В связи с этим мы выделим для анализа период 1996:01-2000:05, на котором график ряда имеет вид



и рассмотрим на этом интервале ряд DFB_DES, очищенный от детерминированных сезонных составляющих:



Применение к ряду DFB_DES процедуры Перрона с эндогенным выбором даты излома тренда и последовательной редукцией модели в отношении максимального запаздывания разностей (в итоге оказывается возможным вообще отказаться от включения в модель запаздывающих разностей) дает следующие результаты.

Для модели с аддитивным выбросом, приводящим только к изменению наклона тренда:

break date TB = 1998:12 ; statistic t(alpha=1) = -5.38168

Critical values at	1%	5%	10%
for 100 obs.	-5.45	-4.83	-4.48
Explained variable : X_deseas			
Coefficient		student	
CONSTANT	-	-8.20735	
	13754.29814		
TIME	124.63087	1.71624	
DT	3598.89564	16.31043	
X_deseas(-1)	0.26764	1.96676	

Если пользоваться указанными критическими значениями, то DS-гипотеза отвергается на 5% уровне значимости в пользу TS-гипотезы. Следует, однако, заметить, что Р-значение критерия Жарка-Бера при проверке нормальности по остаткам от последнего оцененного уравнения равно 0.006 за счет большого значения коэффициента эксцесса (4.98 против 3 у нормального распределения). Как было замечено в работе [Zivot, Andrews (1992)], в подобных случаях критические уровни существенно поникаются, а это означает, что наблюдаемое значение *t*-статистики критерия -5.382 в действительности может находиться ниже 5% критического уровня. Но тогда DS-гипотеза не может быть отвергнута.

Если допустить одновременное изменение наклона тренда и сдвиг траектории ряда (в рамках модели с инновационным выбросом), то получаем следующие результаты:

break date TB = 1998:12 statistic t(alpha=1) = -5.20414

Critical values at	1 %	5 %	10 %
for 70 obs.	-6.32	-5.59	-5.29
Number of lag retained: 0			
Explained variable: DFB_DES			

	Coefficient	student
CONSTANT	-10006.79048	-3.73394
DU	-	-4.86542
	278103.35966	
D(Tb)	7576.57283	1.33219
TIME	93.92653	1.08695
DT	2850.55763	4.97317
DFB_DES {1}	0.26757	1.90121

Эти результаты не позволяют в рамках сделанных предположений отвергнуть гипотезу DS в пользу TS.

Результаты применения критерия DF-GLS (с включенным линейным трендом):

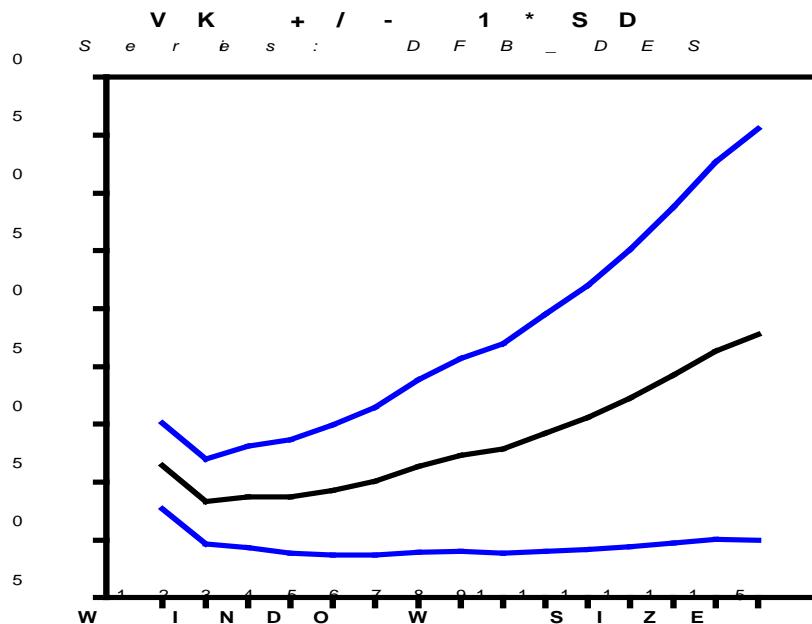
Test	Statistic	Critical values (asymptotic)			
		1%	2.5%	5%	10%
DFGLS	-1.181	-3.48	-3.15	-2.89	-2.57

Этот критерий также не отвергает DS-гипотезы в качестве нулевой. То же решение принимается, если использовать приближенную формулу для критических значений, учитывающую количество имеющихся наблюдений и наибольшее запаздывание включаемых в модель разностей (получаемое при использовании этой формулы 5% критическое значение равно -2.78).

Эти выводы подтверждаются применением критерия KPSS (с включением линейного тренда):

ETA(tau) Values:				
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter l =	ETA(tau) =			
3	0.30564			
4	0.25663			
10	0.15320			
11	0.14758			
12	0.14357			

В пользу DS-гипотезы говорит и поведение отношения дисперсий Кохрейна:



Подведем итоги анализа ряда доходов федерального бюджета на интервале 1996:01-2000:05 :

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий DF-GLS	Не отвергается	
Критерий KPSS		Отвергается
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу DS	
Обобщенный критерий Перрона (эндогенный выбор даты излома тренда)	Не отвергается	

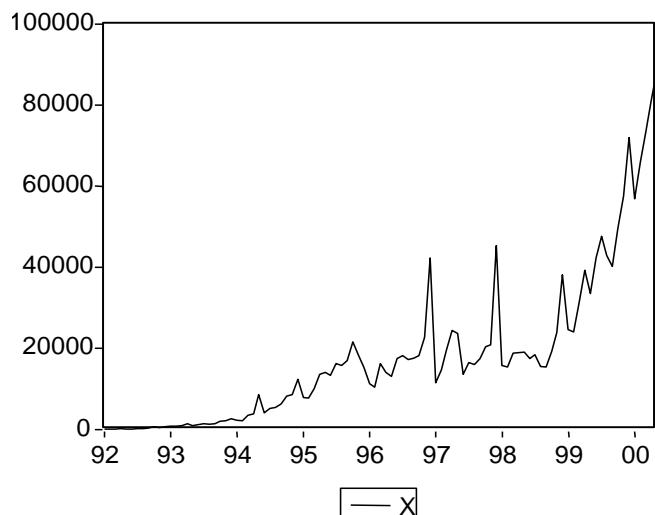
Статистические выводы, полученные при применении всех перечисленных в таблице процедур, согласуются между собой: нулевая DS-гипотеза не отвергается, тогда как нулевая TS-гипотеза отвергается; поведение отношений дисперсий Кохрейна также говорит в пользу DS-гипотезы.

2.4.2. Налоговые доходы федерального бюджета

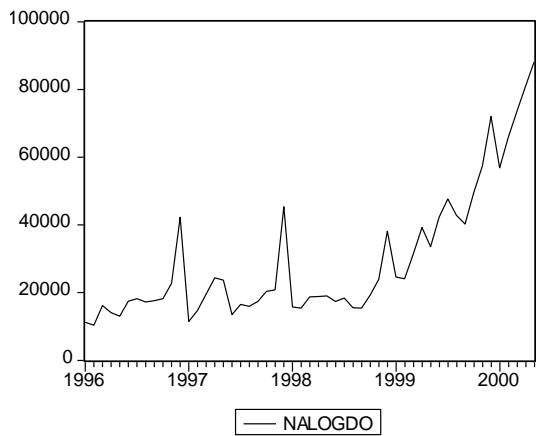
К налоговым доходам федерального бюджета относятся предусмотренные налоговым законодательством Российской Федерации федеральные налоги и сборы, а также пени и штрафы.

В качестве исходной информации используются следующие данные: все налоговые доходы федерального бюджета, млрд. руб. (с 1998 г. млн. руб.) – месячные данные с 1992:01 по 2000:05; источник – Министерство финансов РФ.

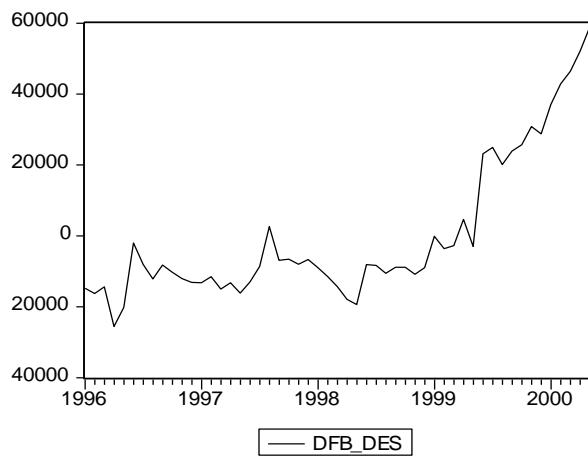
График ряда налоговых доходов федерального бюджета $X_t = \text{Nalogdokh}$ имеет вид

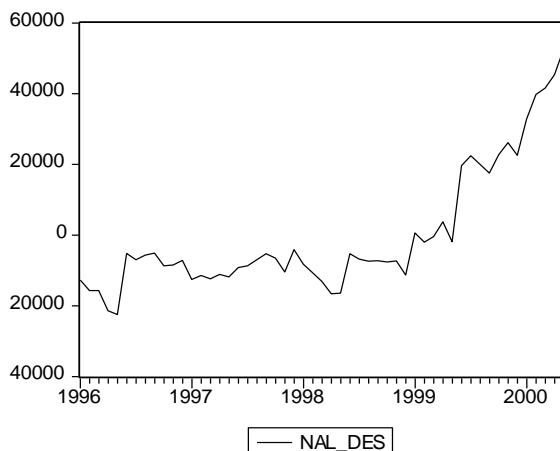


и весьма похож на график ряда Dokhfedbud (являющегося суммой ряда налоговых и ряда неналоговых доходов). Для анализа опять выделим интервал 1996:01:2000:05, на котором ряд имеет следующий вид:



Ориентируясь на форму графика, применим процедуру Перрона, предполагающую изменение наклона тренда. Рассмотрим ряд NAL_DES, очищенный от детерминированных сезонных составляющих. Применение к этому ряду процедуры Перрона с эндогенным выбором даты излома тренда и последовательной редукцией модели в отношении максимального запаздывания разностей на этот раз приводит к несколько иному (но близкому к полученному для ряда доходов федерального бюджета) результату. Отметим в связи с этим весьма похожее поведение DFB_DES и NAL_DES:





При применении процедуры PERRON97 к ряду налоговых доходов, реализующей эндогенный выбор даты изменения наклона тренда в модели с аддитивным выбросом, получаем следующие результаты:

break date TB = 1999:02 ; statistic t(alpha=1) = -4.88088

critical values at	1%	5%	10%
for 100 obs.	-5.45	-4.83	-4.48
number of lag retained : 0			
explained variable : NAL DES			

	coefficient	student
CONSTANT	-13594.20391	-9.05378
TIME	214.85839	3.43942
DT	3441.92040	15.39548
NAL DES {1}	0.35871	2.73011

В качестве даты изменения наклона тренда указанная процедура выбирает 1999:02 (а не 1998:12, как в модели для ряда всех доходов федерального бюджета).

При использовании указанных критических значений и уровня значимости 5% DS-гипотеза отвергается формально в пользу TS-гипотезы. Остатки от оцененной модели проходят тесты на нормальность (Р-значение 0.134) и на отсутствие автокоррелированности ошибок (Р-значения при разных значениях параметра критерия не меньше 0.425).

При допущении одновременного изменения наклона тренда и уровня ряда (модель с инновационным выбросом) процедура PERRON97 выбирает датой излома 1999:04. При этом получаются следующие результаты:

break date TB = 1999:04 ; statistic t(alpha=1) = -4.56691				
critical values at	1%	5%	10%	
for 70 obs.	-6.32	-5.59	-5.29	
number of lag retained : 0				
explained variable : NAL_DES				
	coefficient	student		
CONSTANT	-8770.40256	-3.69052		
DU	-151804.20882	-2.66436		
D(Tb)	-12287.41898	-2.36503		
TIME	163.54522	2.37784		
DT	1596.10854	2.88630		
NAL_DES {1}	0.38512	2.86039		

В соответствии с этими результатами DS-гипотеза не отвергается.

Результаты применения критерия DF-GLS (с включенным трендом):

Lags = 0						
Critical values (asymptotic)						
Test	Statistic		1%	2.5%	5%	10%
DFGLS	-1.090		-3.48	-3.15	-2.89	-2.57

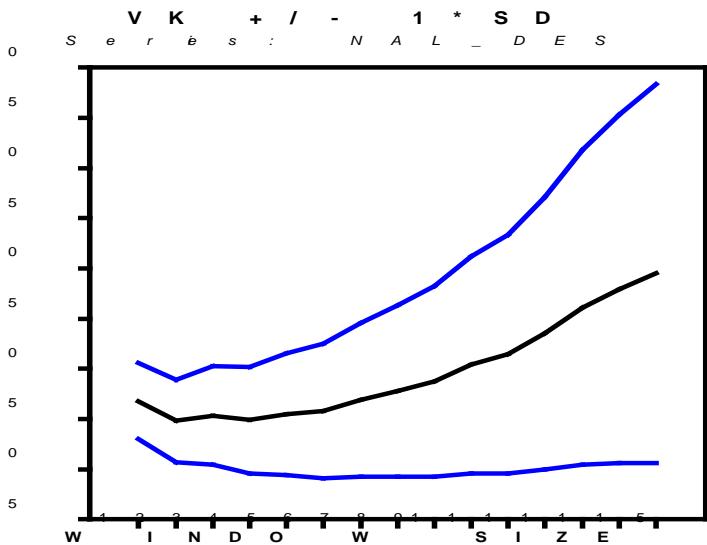
Нулевая DS-гипотеза не отвергается. То же решение принимается при использовании для вычисления критических значений упоминавшейся ранее приближенной формулы (получаемое при использовании этой формулы 5% критическое значение равно -2.62).

Критерий KPSS:

ETA(tau) Values:					
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01	
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216	
For lag parameter l =	ETA(tau) =				
3	0.30690				
4	0.25870				
10	0.15405				

Гипотеза TS в качестве нулевой отвергается в пользу DS-гипотезы.

Поведение отношения дисперсий Кохрейна



говорит в пользу DS-гипотезы.

Подведем итоги анализа ряда налоговых доходов федерального бюджета на интервале 1996:01-2000:05:

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий DF-GLS	Не отвергается	
Критерий KPSS		Отвергается
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу DS	
Обобщенный критерий Перрона (эндогенный выбор даты излома тренда)	Не отвергается	

Статистические выводы, полученные при применении всех перечисленных в таблице процедур, согласуются между собой: нулевая DS-гипотеза не отвергается, тогда как нулевая TS-гипотеза отвергается; поведение отношений дисперсий Кохрейна также говорит в пользу DS-гипотезы.

2.5. Анализ временного ряда для данных о темпах инфляции

Здесь в качестве исходной информации рассматривается **теппы прироста индекса потребительских цен, %** – месячные данные с 1991:01 по 2000:08; источник - Госкомстат РФ.

Индекс потребительских цен (ИПЦ) измеряет отношение стоимости фактического фиксированного набора товаров и услуг в текущем периоде к его стоимости в базисном периоде. ИПЦ является важнейшим показателем, характеризующим уровень инфляции, и используется для целей государственной политики, анализа и прогноза ценовых процессов в экономике, пересмотра минимальных социальных гарантий, решения правовых споров.

Расчет ИПЦ производится путем объединения двух информационных потоков:

- данных об изменении цен, полученных методом регистрации цен и тарифов на потребительском рынке;
- данных о структуре фактических потребительских расходов населения за предыдущий год.

График ряда $X_t = \text{INFL}$, представляющего значения темпов прироста индекса потребительских цен на периоде с 1991:01 по 2000:08, имеет следующий вид:

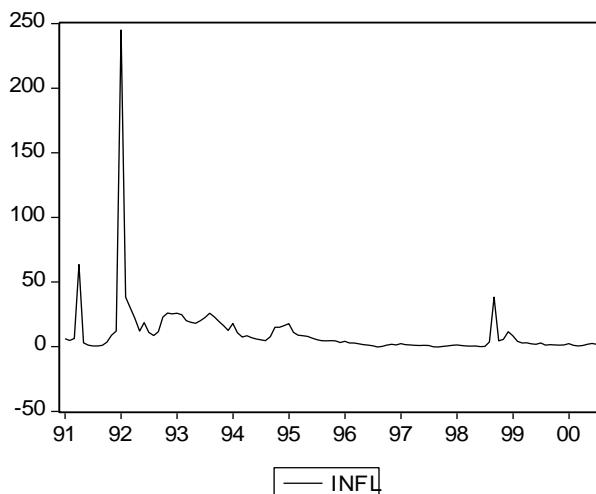
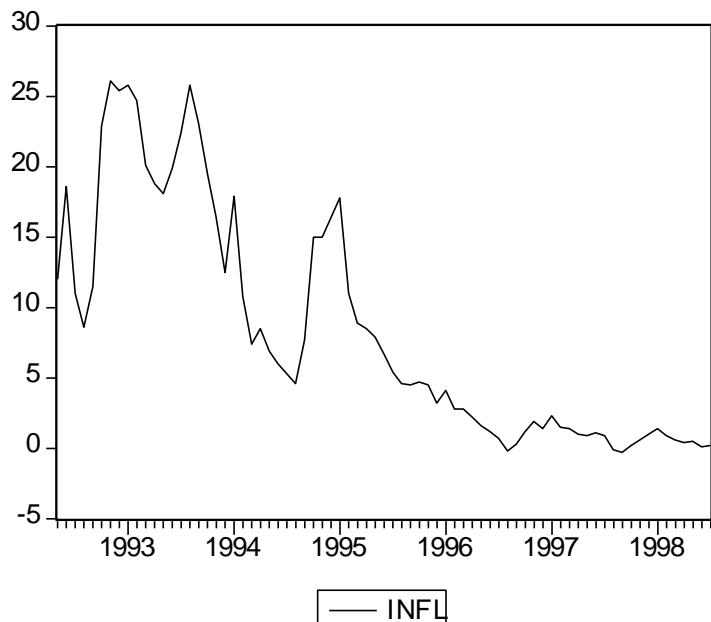


График показывает резкие всплески ряда в апреле 1991 г., в январе-феврале 1992 г. и в сентябре 1998 г., связанные, соответственно, с моментами повышения цен правительством В. Павлова, либерализации цен и инфляционного всплеска после августовского кризиса.

Выделим для исследования промежуток времени между двумя последними всплесками, точнее, период 1992:05-1998:07. Для этого периода график ряда имеет вид



Проверку ряда X , на принадлежность его классу DS процессов начнем с использования критерия Дики-Фуллера. Ряд имеет выраженный тренд, поэтому будем оценивать статистическую модель, содержащую в правой части уравнения константу и трендовую составляющую.

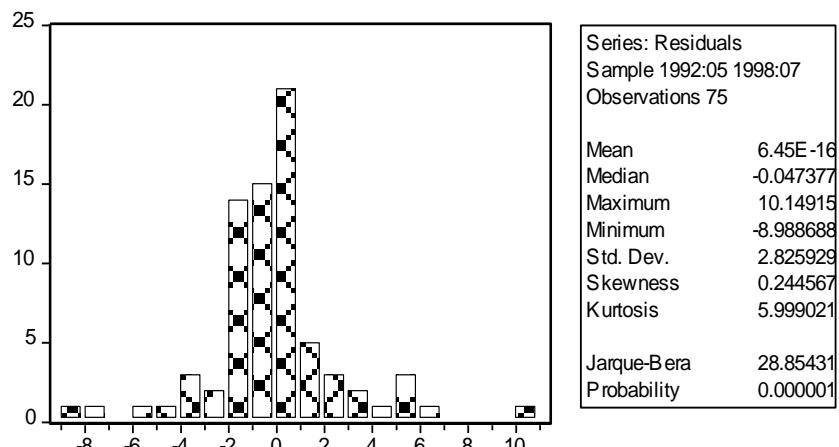
Получаемый в результате оценивания модели ряд остатков имеет автокорреляционную функцию, типичную для процесса белого шума: отсутствуют сколько-нибудь заметные пики как автокорреляционной, так и частной автокорреляционной функции:

Sample: 1992:05 1998:07

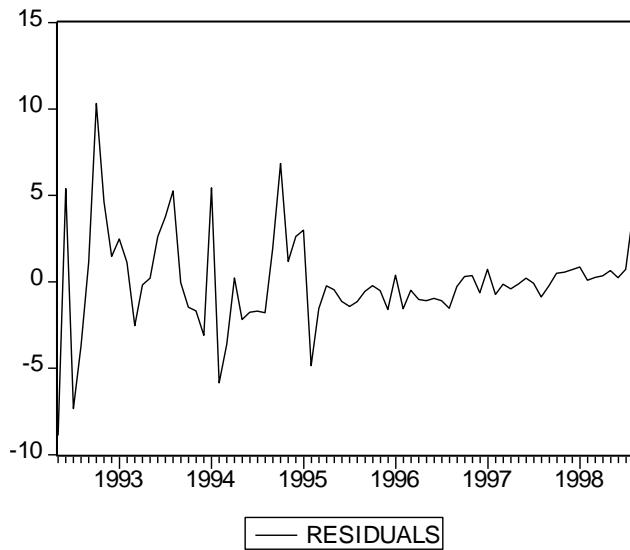
Included observations: 75

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
*	*	1	0.106	0.106	0.8693 0.351
*	*	2	0.079	0.069	1.3646 0.505
		3	0.004	-0.011	1.3662 0.713
*	*	4	-0.077	-0.083	1.8483 0.764
**	**	5	-0.203	-0.191	5.2570 0.385
*		6	-0.094	-0.050	6.0022 0.423
		7	-0.047	-0.005	6.1929 0.517
		8	0.012	0.027	6.2053 0.624
*		9	0.085	0.065	6.8398 0.654
	*	10	-0.019	-0.084	6.8709 0.738
*	*	11	-0.087	-0.131	7.5465 0.753
		12	-0.037	-0.033	7.6697 0.810
**	*	13	-0.194	-0.173	11.184 0.595

Вместе с тем распределение остатков весьма отличается от нормального:



и это не позволяет пользоваться критическими значениями t -статистики критерия Дики-Фуллера. Столь серьезное отклонение оцененного распределения ошибок от нормального связано с существенным изменением амплитуды колебаний ряда остатков весной 1995 г.:



на что указывалось ранее в работах [Развитие российского финансового рынка... (1998, Глава 3)] и [Экономика переходного периода... (1998, Приложение IV)].

Следующая таблица показывает значения оцененных стандартных отклонений значений ряда остатков на левом и правом подинтервалах данного периода, отношение этих стандартных отклонений и Р-значения статистики Жарка-Бера при проверке на нормальность значений на левом и правом подинтервалах. Дата, указанная в заголовке каждого столбца, соответствует конечной точке левого подинтервала.

	94:12	95:01	02	03	04	05	06	07	08
SDлев	4.136	4.097	4.134	4.084	4.026	3.971	3.923	3.879	3.834
Pлев	0.989	0.990	0.995	0.981	0.963	0.932	0.886	0.829	0.694
SDправ	1.123	1.006	0.733	0.715	0.725	0.734	0.730	0.714	0.706
Pправ	0.000	0.000	0.317	0.347	0.330	0.311	0.329	0.362	0.377
SDлев/SDправ	3.683	4.073	5.640	5.712	5.533	5.410	5.374	5.433	5.431

Отношение стандартных ошибок SDлев/SDправ максимально при окончании левого подинтервала в точке 1995:03. Р-значение статистики Жарка-Бера на левом подинтервале достигает максимума при расширении левого подинтервала до 1995:02, после чего начинает убывать. Р-значение

статистики Жарка-Бера на правом подинтервале становится существенно отличным от нуля только при уменьшении правого подинтервала до 1995:02-1998:07. Основываясь на этих результатах, мы выделим подинтервалы 1992:05-1995:03 и 1995:04-1998:07 для предварительного раздельного анализа.

На интервале 1992:05-1995:03 ряд остатков при оценивании статистической модели с трендом (без включения запаздывающих разностей) проходит тесты на нормальность и отсутствие автокоррелированности. Значение t -статистики критерия Дики-Фуллера равно -2.193 при 5% критическом значении -3.547, так что DS-гипотеза не отвергается.

На интервале 1995:03-1998:07 ряд остатков при оценивании аналогичной статистической модели с трендом также проходит тесты на нормальность и отсутствие автокоррелированности. Значение t -статистики критерия Дики-Фуллера равно -3.437 при 5% критическом значении -3.522, так что формально DS-гипотеза не отвергается и здесь при выборе такого критического уровня.

На объединенном периоде мы не можем использовать процедуру Дики-Фуллера, но можем применить критерий Филиппса-Перрона, допускающий наличие гетероскедастичности ошибок. Применение этого критерия к модели, допускающей линейный тренд, с выбором ширины окна, равной 3, дает значение скорректированной t -статистики, равное -3.285 при 5% критическом уровне -3.470. Если в оцениваемую модель не включается линейный тренд, то тогда значение скорректированной t -статистики равно -1.877 при 5% критическом уровне -2.900. Наконец, если в оцениваемую модель не включается еще и константа, то значение скорректированной t -статистики получается равным -1.878 при 5% критическом значении -1.945. Во всех этих трех случаях DS-гипотеза не отвергается. Расширение окна, используемого при оценивании долговременной дисперсии, не меняет дела. Так, при включении в модель константы и тренда расширение ширины окна с 3 до 9 приводит к увеличению значений статистики критерия с -3.285 до -2.922 и не изменяет решения о неотвержении DS-гипотезы.

Применение критерия DF-GLS

Lags = 0		Critical values (asymptotic)				
Test	Statistic	1%	2.5%	5%	10%	
DFGLS	-2.258	-3.48	-3.15	-2.89	-2.57	

также не приводит к отверждению DS-гипотезы. То же решение принимается при вычислении критических значений по приближенной формуле из [Cheung, Lay (1995)] (получаемое при использовании этой формулы 5% критическое значение равно -3.08).

Предполагая теперь возможное изменение наклона тренда, применим процедуру PERRON97 с эндогенным выбором точки излома тренда.

Если предполагать только изменение наклона тренда (модель с аддитивным выбросом), то результаты применения этой процедуры таковы:

break date TB = 1996:09 ; statistic t(alpha=1) = -3.68319

	1%	5%	10%
critical values at			
For 100 obs.	-5.45	-4.83	-4.48
number of lag retained : 9			
explained variable : INFL			

	coefficient	student
CONSTANT	22.27305	19.61729
TIME	-0.39843	-11.77569
DT	0.36387	3.11099
INFL{1}	0.50575	3.76886

Если допустить одновременное изменение наклона тренда и сдвиг уровня ряда (модель с инновационным выбросом), то получаем следующие результаты:

break date TB = 1996:02 ; statistic t(alpha==1) = -3.77937

	1%	5%	10%
critical values at			
for 70 obs.	-6.32	-5.59	-5.29
for 100 obs.	-6.21	-5.55	-5.25
number of lag retained : 9			
explained variable : INFL			

	coefficient	student
CONSTANT	15.38542	3.44129
DU	-15.71117	-2.70978
D(Tb)	1.57031	0.71748
TIME	-0.27679	-3.32577
DT	0.23045	2.74869
INFL{1}	0.39869	2.50589

Хотя оцененные даты излома в этих двух моделях отличаются, DS-гипотеза в обоих случаях не отвергается.

Возьмем теперь в качестве исходной TS-гипотезу и применим критерий KPSS. Результаты применения этого критерия следующие:

ETA(mu) Values:

Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.347	0.463	0.574	0.739
For lag parameter l = 1 ETA(mu) =				
0	5.74061			
1	2.96682			
2	2.03981			
3	1.57389			
4	1.29263			
12	0.59361			

ETA(tau) Values:

Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter l =	ETA(tau) =			
3	0.11674			
4	0.10484			
12	0.09731			

В модели без тренда TS-гипотеза отвергается в пользу DS-гипотезы в рассматриваемом диапазоне значений ширины окна. В модели с трендом при ширине окна 3 и при более широких окнах TS-гипотеза не отвергается, что не согласуется с результатами применения предыдущих критериев.

Рассмотрим поведение отношения дисперсий Кохрейна:

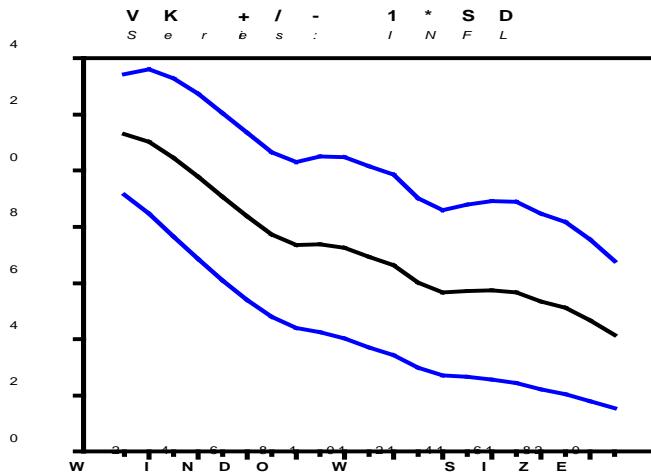


График изменения значений этого отношения говорит в пользу TS-гипотезы.

Если применить критерий KPSS ко второму подинтервалу, то получаем следующие результаты:

ETA(mu) Values:				
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.347	0.463	0.574	0.739
For lag parameter l =	ETA(mu) =			
0	2.75929			
1	1.49846			
2	1.06897			
3	0.85409			
4	0.72445			

ETA(tau) Values:					
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01	
Critical Value:		0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter $l =$	ETA(tau)				
0		0.67046			
1		0.37587			
2		0.27557			
3		0.22718			
4		0.19878			

Здесь TS-гипотеза отвергается в пользу DS-гипотезы.

Подведем итоги анализа ряда INFU на интервале 1992:05-1998:07:

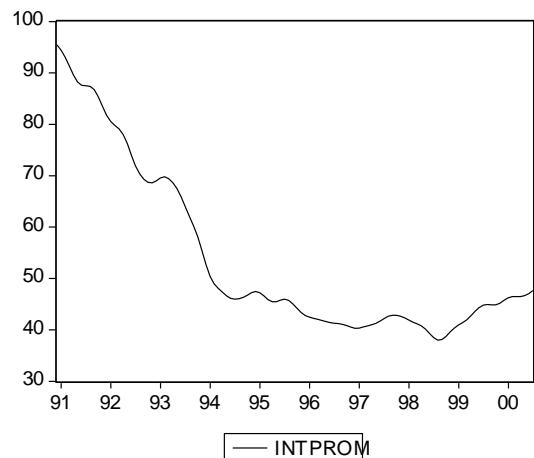
Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий Дики-Фуллера	Не отвергается	
Критерий Филлипса-Перрона	Не отвергается	
Критерий DF-GLS	Не отвергается	
Критерий KPSS		Результат не вполне ясен
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу DS	
Обобщенный критерий Перрона (эндогенный выбор даты излома тренда)	Не отвергается	

Несогласованность выводов, получаемых при выборе гипотезы DS в качестве нулевой или альтернативной, можно объяснить взаимодействием двух факторов – отклонением распределения ошибок в оцениваемых моделях от нормального и изменением амплитуды колебаний ряда при переходе ко второму подинтервалу.

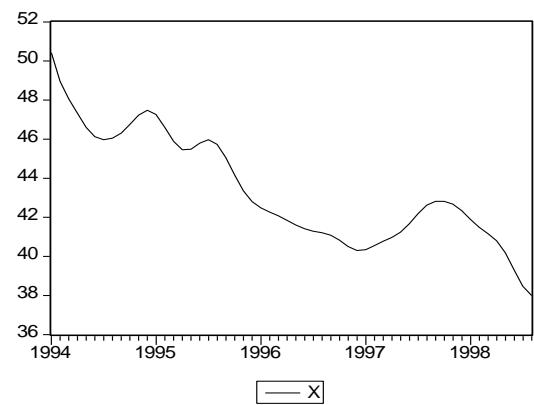
2.6. Анализ временного ряда индекса интенсивности промышленного производства

В качестве исходной информации используются сезонно скорректированные месячные данные по индексу интенсивности промышленного производства с 1990:12 по 2000:07, рассчитанные ЦЭК при Правительстве РФ и ИИР Государственного университета – Высшей школы экономики.

График ряда (с учетом сезонной коррекции) выглядит следующим образом:



Если пытаться решать вопрос об использовании для описания ряда DS или TS модели, то здесь не вполне ясной представляется подходящая модель тренда. С одной стороны, в целом кажется подходящей модель квадратичного тренда. С другой стороны, выделяются два подпериода, на которых более предпочтительным представляется линейный тренд. Это участки спада промышленного производства до момента кризиса 1998 года и послекризисного роста производства. Один из таких периодов – это интервал 1994:01-1998:



При проверке DS-гипотезы на этом интервале методом Дики-Фуллера в оцениваемое уравнение помимо константы и тренда приходится первона-чально включать 7 запаздывающих разностей, поскольку разность, запаз-зывающая на 7 месяцев, статистически значима:

ADF Test Statistic	-2.017956	1% Critical Value*	-4.1540
		5% Critical Value	-3.5025
		10% Critical Value	-3.1804

*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(X)

Method: Least Squares

Date: 02/22/01 Time: 09:46

Sample: 1994:01 1998:01

Included observations: 49

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X(-1)	-0.012284	0.006087	-2.017956	0.0505
D(X(-1))	2.593330	0.134552	19.27388	0.0000
D(X(-2))	-3.204512	0.380911	-8.412763	0.0000
D(X(-3))	1.923210	0.604972	3.179005	0.0029
D(X(-4))	0.193033	0.677911	0.284747	0.7773
D(X(-5))	-1.372521	0.563908	-2.433943	0.0196
D(X(-6))	1.158955	0.329394	3.518443	0.0011
D(X(-7))	-0.403933	0.104910	-3.850283	0.0004
C	0.534607	0.296595	1.802481	0.0792
@TREND(1994:01)	-0.000806	0.001404	-0.573960	0.5693
R-squared	0.990786	Mean dependent var		-0.221429
Adjusted R-squared	0.988660	S.D. dependent var		0.524786
S.E. of regression	0.055885	Akaike info criterion		-2.751147
Sum squared resid	0.121801	Schwarz criterion		-2.365061
Log likelihood	77.40310	F-statistic		465.9683
Durbin-Watson stat	2.112515	Prob(F-statistic)		0.000000

При этом гипотеза о наличии единичного корня в авторегрессионном представлении ряда не отвергается.

Исключение из правой части разности, запаздывающей на 4 месяца, приводит к модели со статистически значимыми коэффициентами.

Dependent Variable: D(X)

Method: Least Squares

Sample: 1994:01 1998:01

Included observations: 49

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.530484	0.293839	1.805355	0.0785
@TREND(1993:12)	-0.000804	0.001388	-0.579622	0.5654
X(-1)	-0.012165	0.006003	-2.026557	0.0494
D(X(-1))	2.615517	0.108429	24.12187	0.0000
D(X(-2))	-3.289578	0.233588	-14.08281	0.0000
D(X(-3))	2.085218	0.203252	10.25930	0.0000
D(X(-5))	-1.221284	0.187269	-6.521545	0.0000
D(X(-6))	1.084367	0.197403	5.493155	0.0000
D(X(-7))	-0.385655	0.082023	-4.701813	0.0000
R-squared	0.990767	Mean dependent var		-0.221429
Adjusted R-squared	0.988920	S.D. dependent var		0.524786
S.E. of regression	0.055239	Akaike info criterion		-2.789886
Sum squared resid	0.122054	Schwarz criterion		-2.442409
Log likelihood	77.35222	F-statistic		536.5299
Durbin-Watson stat	2.154521	Prob(F-statistic)		0.000000

Эта модель обладает удовлетворительными остатками (Р-значение критерия Жарка-Бера равно 0.938, Р-значение критерия Уайта равно 0.449, Р-значения LM теста автокоррелированности превышают значение 0.405). Однако значение t-статистики критерия -2.027 выше 5% критического уровня -3.503. Поэтому DS-гипотеза остается неотвергнутой.

В рамках процедуры Доладо теперь следовало бы проверить гипотезу о равенстве нулю коэффициента β при трендовой составляющей в DS-модели DGP. Значение t-статистики соответствующего критерия берем из только что приведенной таблицы: оно равно -0.580. В то же время 5% кри-

тическое значение одностороннего критерия (против альтернативы $\beta < 0$) равно (при 50 наблюдениях) -2.81 . Таким образом, гипотеза $\beta = 0$ не отвергается, и далее следует применять критерий Дики-Фуллера к модели с включением в правую часть только константы (но не тренда).

При оценивании модели с константой, но без тренда в правую часть оцениваемого уравнения необходимо включать разность, запаздывающую на 7 месяцев. При этом опять оказывается статистически незначимой разность с запаздыванием на 4 месяца. Исключение последней из правой части оцениваемой модели дает следующий результат:

Dependent Variable: D(X)

Method: Least Squares

Sample: 1994:01 1998:01

Included observations: 49

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.386789	0.156455	2.472206	0.0177
X(-1)	-0.009415	0.003647	-2.581691	0.0135
D(X(-1))	2.627685	0.105513	24.90400	0.0000
D(X(-2))	-3.313664	0.227993	-14.53407	0.0000
D(X(-3))	2.104959	0.198748	10.59107	0.0000
D(X(-5))	-1.244470	0.181459	-6.858130	0.0000
D(X(-6))	1.109549	0.190997	5.809249	0.0000
D(X(-7))	-0.398960	0.078105	-5.107988	0.0000
R-squared	0.990689	Mean dependent var		-0.221429
Adjusted R-squared	0.989100	S.D. dependent var		0.524786
S.E. of regression	0.054790	Akaike info criterion		-2.822339
Sum squared resid	0.123079	Schwarz criterion		-2.513470
Log likelihood	77.14730	F-statistic		623.2228
Durbin-Watson stat	2.169413	Prob(F-statistic)		0.000000

Значение t -статистики критерия единичного корня -2.582 оказывается выше 5% критического уровня, который на этот раз равен -2.922 . DS-гипотеза не отвергается.

Проверяем теперь гипотезу о равенстве нулю константы в DGP. Наблюданное значение статистики критерия для проверки этой гипотезы берем из последней таблицы. Оно равно

2.472, что меньше 5% критического уровня 2.89. Поэтому гипотеза о равенстве нулю константы в DGP не отвергается. Остается только проверить DS-гипотезу в рамках оценивания модели без константы.

Исключая разность с запаздыванием на 4 месяца, получаем оцененную модель

Dependent Variable: D(X)

Method: Least Squares

Sample: 1994:01 1998:01

Included observations: 49

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X(-1)	-0.000416	0.000237	-1.754543	0.0866
D(X(-1))	2.673588	0.110005	24.30418	0.0000
D(X(-2))	-3.359898	0.240655	-13.96145	0.0000
D(X(-3))	2.125533	0.210311	10.10660	0.0000
D(X(-5))	-1.227803	0.192052	-6.393074	0.0000
D(X(-6))	1.082069	0.201944	5.358274	0.0000
D(X(-7))	-0.376041	0.082137	-4.578220	0.0000
R-squared	0.989301	Mean dependent var		-0.221429
Adjusted R-squared	0.987773	S.D. dependent var		0.524786
S.E. of regression	0.058028	Akaike info criterion		-2.724203
Sum squared resid	0.141427	Schwarz criterion		-2.453943
Log likelihood	73.74299	Durbin-Watson stat		1.991915

Значение -1.755 t -статистики критерия единичного корня выше 5% критического уровня -1.947 ; DS-гипотеза не отвергается.

Итак, при использовании критериев Дики-Фуллера DS-гипотеза не отвергается.

Проверим теперь DS-гипотезу, используя критерий DF-GLS.

Для модели с включением линейного тренда получаем:

Lags = 7		Critical values (asymptotic)				
Test	Statistic	1%	2.5%	5%	10%	
DFGLS	-0.976	-3.48	-3.15	-2.89	-2.57	

Этот критерий не отвергает DS-гипотезу. То же решение принимается, если использовать для вычисления критических значений приближенную формулу, (получаемое при использовании этой формулы 5% критическое значение равно -2.88).

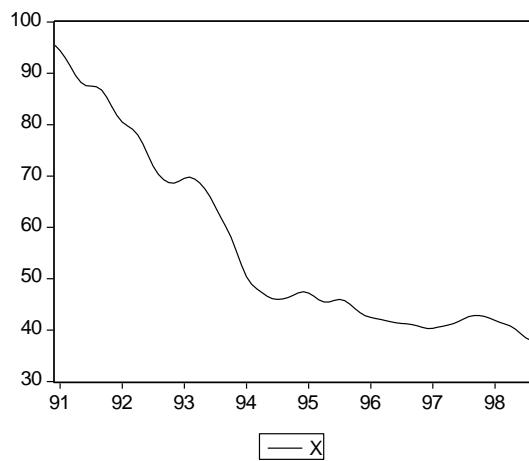
Критерий KPSS с TS-гипотезой в качестве нулевой дает следующие результаты:

ETA(tau) Values:				
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter l =	ETA(tau) =			
3	0.23079			
4	0.19541			

7	0.14612
8	0.13798
12	0.12337

При ширине окна 3 гипотеза TS отвергается в пользу DS-гипотезы. Однако, если учитывать упомянутую выше статистическую значимость разностей, запаздывающих на 7 месяцев, значение статистики критерия практически совпадает с 5% критическим значением.

На более продолжительном периоде 1990:12–1998:08 график ряда имеет следующий вид:



Такой вид графика позволяет предположить, что детерминированный тренд можно описать как сегментированный линейный тренд со сменой наклона. Имея это в виду, воспользуемся процедурой Перрона с эндогенным выбором даты излома тренда (по минимуму t -статистики для проверки DS-гипотезы) и редукцией модели с использованием стратегии GS (с уровнем значимости 10%) – процедура PERRON97 из пакета RATS. Указанная процедура приводит к следующим результатам (модель с аддитивным выбросом):

break date TB = 1994:10 ; statistic t(alpha=1) = -5.48413

critical values at	1%	5%	10%
for 100 obs.	-5.45	-4.83	-4.48
number of lag retained : 4			
explained variable : INTPROM			
	coefficient	student	
CONSTANT	96.10760	176.67216	
TIME	-1.09112	-64.60380	

DT	0.98282	32.53140
INTPROM(-1)	0.91884	62.08842

Гипотеза о том, что ряд INTPROM принадлежит классу DS-рядов, отвергается последней процедурой (на периоде 1990:12 – 1998:08).

Подведем итоги анализа ряда INTPROM:

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Период 1994:01–1998:08		
Критерий Дики-Фуллера (расширенный)	Не отвергается	
Критерий Филлипса-Перрона	Не отвергается	
Критерий DF-GLS	Не отвергается	
Критерий KPSS		Отвергается
Период 1990:12–1998:08		
Обобщенный критерий Перрона (эндогенный выбор даты излома тренда)	Отвергается	

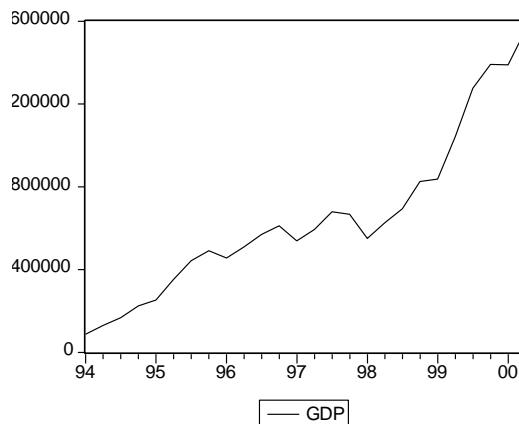
Здесь следует все же скорее согласиться с выводом последнего критерия, поскольку он построен по большему количеству наблюдений и учитывает возможность изменения структуры модели.

2.7. Анализ временного ряда для валового внутреннего продукта

Валовой внутренний продукт (ВВП) – Представляет собой на стадии производства сумму добавленных стоимостей отраслей экономики, а на стадии использования – стоимость товаров и услуг, предназначенных для конечного потребления, накопления и экспорта. ВВП рассчитывается в текущих основных и рыночных ценах (номинальный ВВП). Для изучения динамики ВВП применяются постоянные цены. Реальный ВВП рассчитывается методом дефляции.

В качестве исходной информации используются данные: номинальный объем валового внутреннего продукта, млрд. руб. (с 1998 г млн. руб.) – квартальные данные с 1994:1 по 2000:2; источник – Госкомстат РФ.

График этого ряда имеет следующий вид:



Этот график похож по характеру поведения на графики денежных рядов. Поэтому на основании характера этого графика можно было бы опять рассмотреть в качестве модели порождения ряда модель сегментированного тренда и проверить гипотезу о принадлежности ряда классу DS-процессов, используя процедуру PERRON97 из пакета RATS. Однако данных для анализа слишком мало (26 наблюдений), поэтому проведем анализ в рамках более простой модели линейного тренда.

Ряд остатков при оценивании регрессии ряда разностей $Y_t = X_t - X_{t-1}$ на константу и линейный тренд имеет коррелограмму, указывающую на необходимость включения в правую часть расширенного уравнения (по крайней мере, в качестве исходного пункта до 12 запаздывающих разностей):

Sample: 1994:2 2000:2

Included observations: 25

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
*	*	1	0.148	0.148	0.6181 0.432
*	*	2	-0.133	-0.159	1.1397 0.566
	*	3	0.045	0.096	1.2022 0.752
****	***	4	0.477	0.456	8.5129 0.074
**	***	5	-0.196	-0.436	9.8056 0.081
***	*	6	-0.344	-0.162	13.998 0.030
**	**	7	-0.201	-0.240	15.518 0.030
**	**	8	0.294	0.230	18.956 0.015
**	*	9	-0.231	-0.142	21.203 0.012
***	*	10	-0.351	-0.139	26.741 0.003
*	*	11	-0.164	-0.108	28.040 0.003
*	***	12	0.120	-0.362	28.784 0.004

При этом теряется еще 13 первых наблюдений, и всего остается $25 - 13 = 12$ наблюдений – меньше, чем число оцениваемых параметров. Таким образом, мы не можем воспользоваться здесь и расширенным критерием Дики-Фуллера.

По той же причине нельзя воспользоваться и критерием DF-GLS.

Если использовать вместо критерия Дики-Фуллера критерий Филлипса-Перрона с шириной окна 2, рекомендуемой Швертом и Newey-West, то скорректированная t -статистика критерия (с включением константы и тренда) получается равной -0.423 , тогда как 5% критический уровень равен -3.603 . Расширение окна не изменяет положения вещей: изменения ее можно добиться всего лишь значения -0.698 (при ширине окна, равной 5).

Итак, имеющееся количество наблюдений не дает возможности отвергнуть DS-гипотезу, выбранную в качестве исходной (нулевой).

В то же время, если в качестве нулевой использовать TS-гипотезу, то тогда можно воспользоваться процедурой KPSS. Применение этой процедуры дает следующие результаты:

ETA(tau) Values:

Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter 1 =	ETA(tau) =			
0	0.37987			
1	0.21571			
2	0.16020			
3	0.13464			
4	0.12210			

При ширине окна равной 3 и 4, нулевая TS-гипотеза не отвергается, в то время как при ширине окна 2 (рекомендуемой) она отвергается в пользу DS-гипотезы.

Подведем итоги анализа ряда GDP:

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий Дики-Фуллера (расширенный)	Неприменим	
Критерий Филлипса-Перрона	Не отвергается	
Критерий DF-GLS	Неприменим	
Критерий KPSS		Результат не ясен

Получение сколько-нибудь надежных статистических выводов оказывается невозможным ввиду слишком малого количества наблюдений.

2.8. Анализ временного ряда для уровней безработицы

Уровень безработицы определяется как удельный вес численности безработных в численности экономически активного населения.

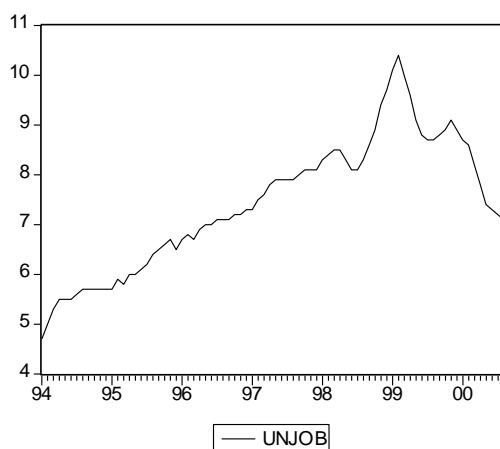
Экономически активное население (рабочая сила) – это часть населения, обеспечивающая предложение рабочей силы для производства товаров и услуг. Численность экономически активного населения включает занятых в экономике и безработных.

К **безработным**, применительно к стандартам Международной Организации Труда (МОТ), относятся лица в возрасте, установленном для измерения экономической активности, которые в рассматриваемый период одновременно удовлетворяли следующим критериям:

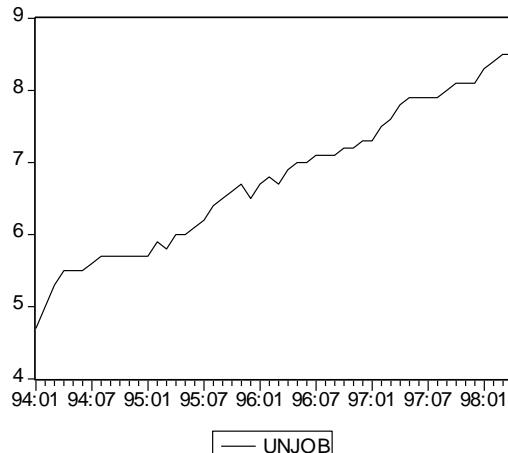
- не имели работы (доходного занятия);
- занимались поиском работы, т.е. обращались в государственную или коммерческую службу занятости, использовали или помещали объявления в печати, непосредственно обращались к администрации предприятия или работодателю, использовали личные связи и т.д. или предпринимали шаги к организации собственного дела;
- были готовы приступить к работе.

Учащиеся, студенты, пенсионеры и инвалиды учитываются в качестве безработных, если они занимались поиском работы и были готовы приступить к ней.

График ряда имеет вид



Поскольку на графике явно наблюдается перелом тенденции в 1998-1999 годах, для анализа выбираем период 1994:01- 1998:04, на котором ряд ведет себя более или менее однородным образом:



При оценивании уравнения, используемого при применении критерия Дики-Фуллера с включением тренда, но без запаздывающих разностей, получаем ряд остатков, имеющий коррелограмму, типичную для белого шума, и проходящий тесты на нормальность (Р-значение критерия Жарка-Бера равно 0.429), гетероскедастичность (Р-значение критерия Уайта равно 0.619) и отсутствие автокоррелированность (Р-значения LM-критерия равны 0.283, 0.108, 0.089, 0.155 при авторегрессионных моделях для остатков порядков 1, 2, 3, 4).

Гипотеза единичного корня отвергается критерием Дики-Фуллера (значение t -статистики критерия равно -4.515 при 5% критическом уровне -3.499). Поэтому можно не привлекать для анализа другие критерии, бе-рущие в качестве нулевой DS-гипотезу.

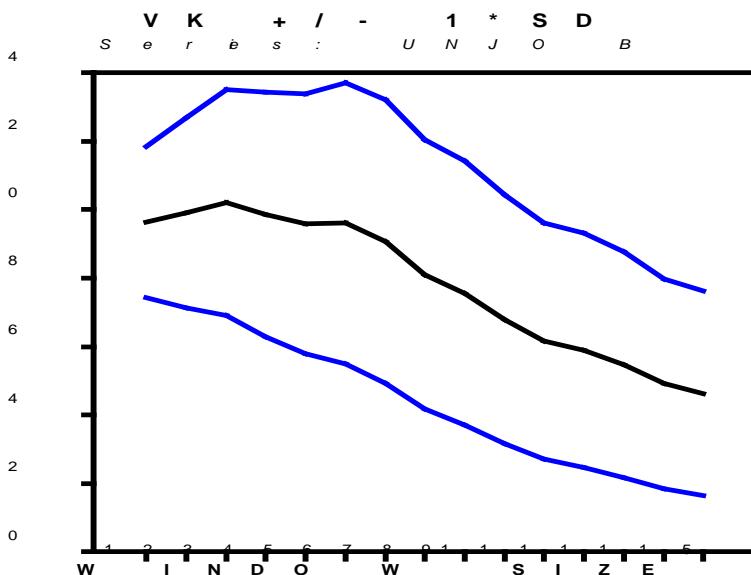
Критерий KPSS, берущий в качестве нулевой TS-гипотезу, дает сле-дующие результаты:

ETA(tau) Values:

Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter 1 =	ETA(tau) =			
3	0.04899			
4	0.04766			
12	0.11558			

Гипотеза TS не отвергается этим критерием, что подтверждает результаты применения предыдущих критериев.

Поведение отношения дисперсий Кохрейна также говорит в пользу TS-гипотезы.



Подведем итоги анализа ряда UNJOB на интервале 1994:01-1998:04:

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий Дики-Фуллера	Отвергается	
Критерий Филлипса-Перрона	Отвергается	
Критерий KPSS		Не отвергается
Отношение дисперсий Кохрейна		В пользу TS

Статистические выводы, полученные при применении перечисленных в таблице процедур, согласуются между собой: нулевая DS-гипотеза отвергается, тогда как нулевая TS-гипотеза не отвергается; поведение отношений дисперсий Кохрейна также говорит в пользу TS-гипотезы.

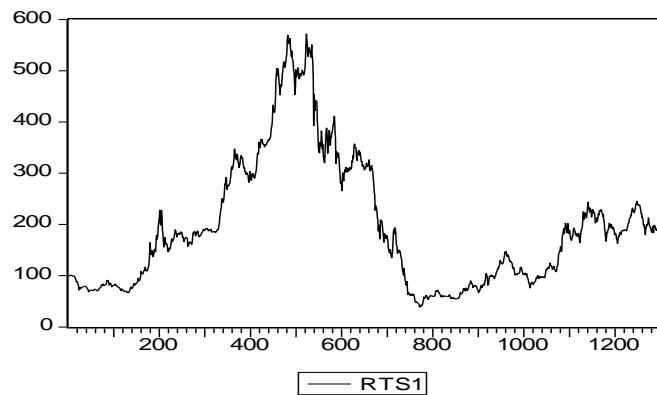
2.9. Анализ временного ряда для индекса РТС-1

Индекс РТС. Индекс РТС является единственным официальным индикатором Фондовой биржи РТС. Индекс рассчитывается один раз в 30 минут в течение всей торговой сессии, начиная с 12:00 и заканчивая в 18:10. В 18:00 индекс не рассчитывается. Рассчитанное значение индекса на 18:10 является значением закрытия. Соответственно значение индекса на 12:00 – это значение открытия.

Расчет индекса. Индекс рассчитывается в двух значениях – валютном и рублевом. Рублевые значения являются вспомогательными и рассчитываются на основе валютных значений. Индекс (валютное значение) на расчетное время рассчитывается как отношение суммарной рыночной капитализации акций, включенных в список для расчета индекса, к суммарной рыночной капитализации этих же акций на начальную дату, умноженное на значение индекса на начальную дату. Рублевое значение индекса РТС определяется как произведение валютного значения индекса на коэффициент, рассчитанный как отношение текущего значения курса рубля к доллару США к начальному значению. Общий контроль и внесение изменений в методику расчета индекса осуществляется Информационным Комитетом РТС.

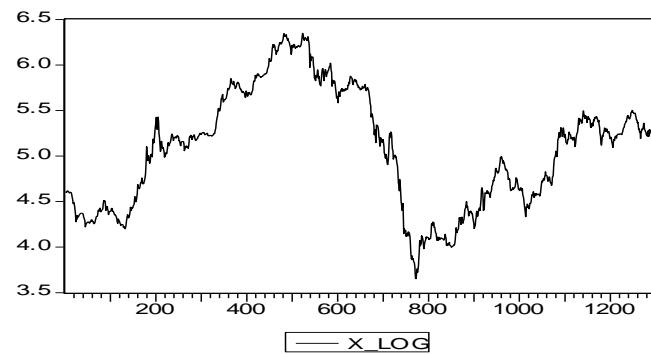
В качестве исходной информации используется фондовый индекс торговой системы РТС – дневные данные индекса РТС-1 на момент закрытия торгов с 01/09/95 по 31/10/00.

В отличие от всех ранее рассмотренных рядов здесь мы имеем дело с рядом дневных значений. График ряда фондового индекса $X_t = \text{RTS1}$ (на горизонтальной оси указаны номера последовательных наблюдений – всего 1294 наблюдения) имеет достаточно сложный вид

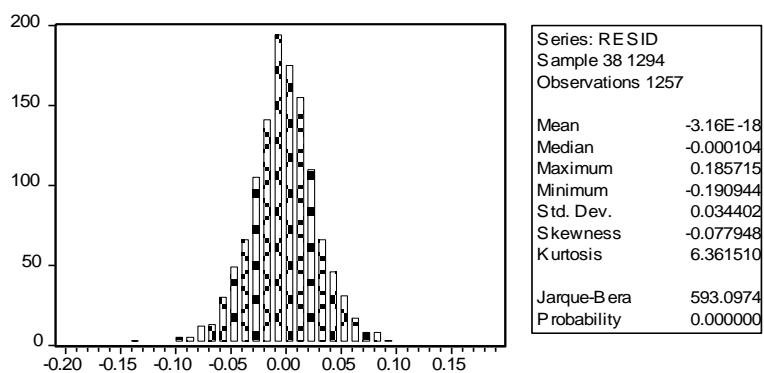


затрудняющий описание этого ряда единой трендовой моделью.

Имея в виду обычную практику построения моделей рядов высокочастотных финансовых показателей, а именно, построение моделей для ряда $Z_t = \ln X_t - \ln X_{t-1}$, мы рассмотрим вопрос о принадлежности классу DS или TS ряда $Y_t = \ln X_t$, график которого имеет вид



Отвергнуть DS-гипотезу для ряда Y_t , рассматриваемого на всем периоде наблюдений, конечно, сложно, если в качестве альтернативы рассматривать стационарный или стационарный относительно линейного тренда ряд, тем более что в уравнение, оцениваемое при применении расширенного критерия Дики-Фуллера, здесь приходится включать большое количество запаздывающих разностей: даже при включении 36 запаздывающих разностей последние две разности остаются статистически значимыми. При этом гистограмма ряда остатков от оцененной расширенной модели



и Р-значение статистики критерия Жарка-Бера определенно говорят об отличии распределения ошибок от нормального.

Если обратиться к критерию Филлипса-Перрона с рекомендуемой шириной окна $l = 7$, то значение скорректированной t-статистики оказывается равным $PP(7) = -1.290$ при 5% критическом уровне -2.864 . Увеличение ширины окна до 13 дает значение $PP(13) = -1.359$ и даже увеличение ширины окна до 36 приводит лишь к значению $PP(36) = -1.507$, так что критерием Филлипса-Перрона DS-гипотеза для ряда Y_t не отвергается.

В то же время используемая в качестве нулевой в критерии KPSS гипотеза TS уверенно отклоняется в пользу DS-гипотезы как при включении в модель линейного тренда, так и без его включения в модель:

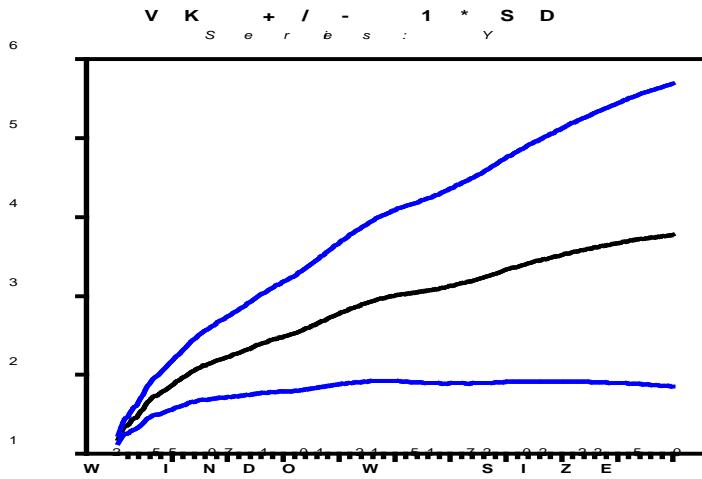
ETA(mu) Values (без включения линейного тренда):

Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.347	0.463	0.574	0.739
For lag parameter l =	ETA(mu) =			
7	1.90482			
8	1.69460			
9	1.52644			
10	1.38886			
11	1.27424			
12	1.17726			
24	0.61951			
36	0.42440			

ETA(tau) Values (с включением линейного тренда):

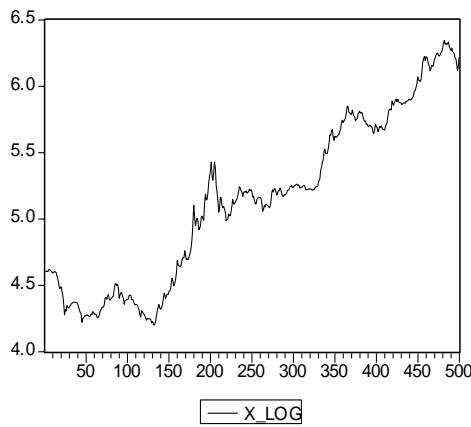
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter l =	ETA(mu) =			
7	1.85758			
8	1.65259			
9	1.48861			
10	1.35446			
11	1.24268			
12	1.14812			
24	0.60424			
36	0.41399			

Поведение статистики отношения дисперсий Кохрейна также говорит в пользу отнесения ряда Y_t к DS-рядам:

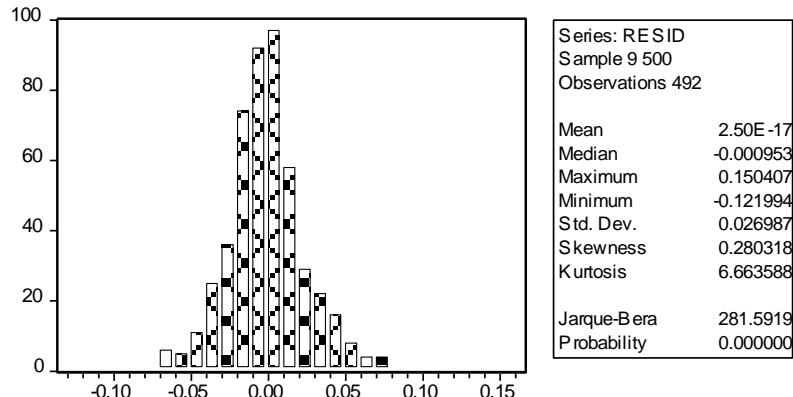


Возможно, что гипотезу принадлежности ряда Y_t можно отвергнуть на более коротких промежутках времени, естественно выделяющихся при взгляде на график ряда на всем интервале наблюдений. Проведем такой анализ на интервалах с 1 по 500 наблюдение, с 545 по 649 наблюдение, с 650 по 776 наблюдение и с 777 по 1294 наблюдение.

Период с 1 по 500 наблюдение (с 01/09/95 по 03/09/97) соответствует общей тенденции возрастания индекса РТС-1. График ряда $Y_t = \ln X_t$ на этом участке имеет вид



При оценивании расширенного уравнения в критерии Дики-Фуллера с включением в правую часть тренда и 13 запаздывающих разностей, получаем значительное количество статистически незначимых разностей, последовательное отбрасывание которых (на уровне значимости 10%) приводит к модели с 7 запаздывающими разностями. При этом t -статистика критерия ADF(7) (здесь ADF указывает на использование расширенного критерия Дики-Фуллера, а 7 – на наибольшее запаздывание разностей) равна -3.54 , что ниже 5% критического уровня -3.42 , так что формально гипотеза единичного корня для ряда Y_t должна быть отвергнута. Однако следует обратить внимание на гистограмму остатков, получаемых при оценивании расширенного уравнения:



Гипотеза нормальности распределения ошибок отвергается. Поэтому обратимся к критерию Филлипса-Перрона, менее требовательному к свойствам ряда ошибок.

В зависимости от выбранной ширины окна l получаем следующие значения скорректированной t -статистики критерия Филлипса-Перрона $PP(l)$ (в модели, включающей константу и тренд):

Ширина окна l	Значение $PP(l)$	Ширина окна l	Значение $PP(l)$
4	-3.10827	9	-3.15984
5	-3.11748	10	-3.16800
6	-3.12576	11	-3.17752
7	-3.14034	12	-3.18431
8	-3.15161	13	-3.18722

Все эти значения оказываются выше 5% критического уровня -3.42 , так что DS гипотеза для ряда Y_t не отвергается.

График ряда Y_t на рассматриваемом интервале времени позволяет предположить, что при проверке DS-гипотезы, возможно, следует допускать возможность излома тренда в некоторой точке.

Предполагая такую возможность, применим к анализу ряда процедуру PERRON77 из пакета RATS, проводящую процедуру проверки с эндогенным выбором точки изменения наклона тренда. При этом получаем следующие результаты.

Для модели с одним только изменением наклона тренда (аддитивный выброс):

break date TB = 8 ; statistic t(alpha=1) = -3.83291			
critical values at	1%	5%	10%
for 200 obs.	-5.28	-4.65	-4.38
infinite sample	-4.91	-4.36	-4.07
number of lag retained : 7			
explained variable : Y			
		coefficient	student
CONSTANT		4.91560	42.52236
TIME		-0.10263	-6.97001
DT		0.10692	7.25719
Y{1}		0.97071	127.00868

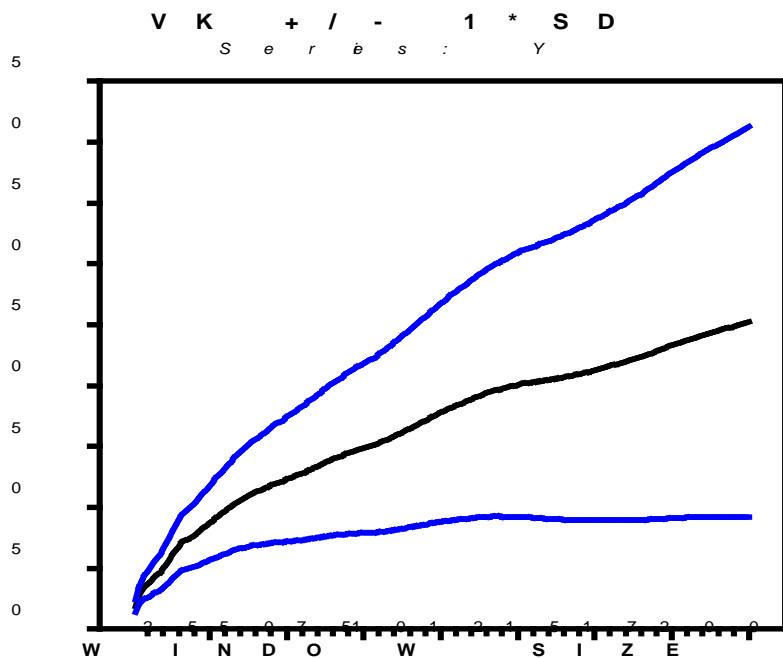
Для модели, допускающей сдвиг уровня ряда с одновременным изменением наклона тренда (инновационный выброс):

break date TB = 148 ; statistic t(alpha=1) = -3.90218			
critical values at	1%	5%	10%
for 100 obs.	-6.21	-5.55	-5.25
infinite sample	-5.57	-5.08	-4.82
number of lag retained : 7			
explained variable : Y			
		coefficient	student
CONSTANT		0.17089	3.72886
DU		-0.00316	-0.37357
D(Tb)		-0.02381	-0.86267
TIME		3.23993e-005	0.55435
DT		1.32791e-004	1.62462
Y {1}		0.96007	93.81295

В обоих случаях значения статистики критериев оказались выше даже 10% критического уровня, и поэтому DS-гипотеза не отвергается.

Применим теперь критерий KPSS, который в качестве нулевой берет TS-гипотезу. Применение этого критерия в диапазоне значений ширины окна l от 5 до 10 дает значения статистики критерия в диапазоне от 0.229 до 0.241. Все эти значения превышают 5%-критический уровень 0.146. Поэтому критерий KPSS отвергает TS-гипотезу в пользу DS-гипотезы.

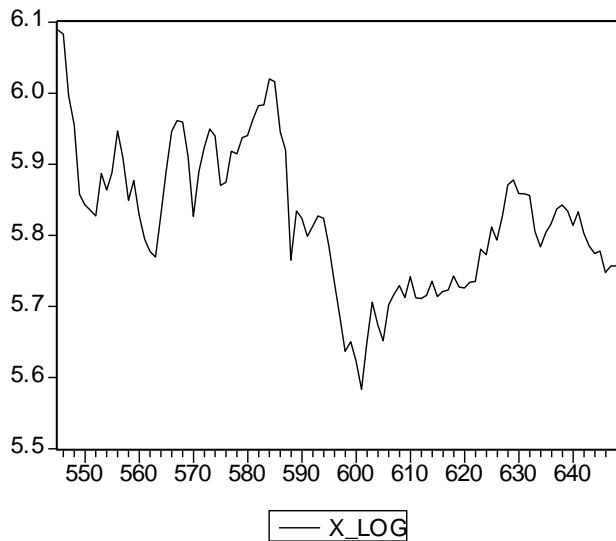
Наконец, рассмотрим поведение статистики отношения дисперсий Кохрейна:



Поведение этой статистики говорит скорее в пользу DS-гипотезы.

Итак, все рассмотренные критерии склоняются к признанию ряда Y_t по наблюдениям с 1 по 500 разностно стационарным (DS) рядом.

Перейдем теперь к анализу ряда Y_t на интервале с **545 по 649** наблюдение (**05/11/97-08/04/98**), соответствующему общему снижению индекса РТС-1:



В расширенное уравнение Дики-Фуллера на этом участке приходится включать 13 запаздывающих разностей:

Dependent Variable: D(Y)

Method: Least Squares

Sample: 545 649

Included observations: 105

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.001140	0.276175	3.625016	0.0005
@TREND(544)	-0.000405	0.000169	-2.398596	0.0185
Y(-1)	-0.167945	0.046235	-3.632429	0.0005
D(Y(-1))	0.131702	0.097361	1.352724	0.1796
D(Y(-2))	0.047363	0.098355	0.481549	0.6313
D(Y(-3))	0.054178	0.098161	0.551934	0.5824
D(Y(-4))	-0.031487	0.096156	-0.327454	0.7441
D(Y(-5))	0.025801	0.091657	0.281497	0.7790
D(Y(-6))	0.039993	0.081728	0.489342	0.6258
D(Y(-7))	-0.015957	0.079705	-0.200199	0.8418
D(Y(-8))	0.142763	0.079639	1.792618	0.0764
D(Y(-9))	0.061410	0.079897	0.768617	0.4442
D(Y(-10))	0.187308	0.078298	2.392236	0.0188

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(Y(-11))	0.075771	0.080819	0.937537	0.3510
D(Y(-12))	0.141246	0.080762	1.748919	0.0838
D(Y(-13))	0.261173	0.080272	3.253602	0.0016
R-squared	0.287618	Mean dependent var		-0.003293
Adjusted R-squared	0.167553	S.D. dependent var		0.037795
S.E. of regression	0.034484	Akaike info criterion		-3.757217
Sum squared resid	0.105833	Schwarz criterion		-3.352804
Log likelihood	213.2539	F-statistic		2.395527
Durbin-Watson stat	1.943850	Prob(F-statistic)		0.005872

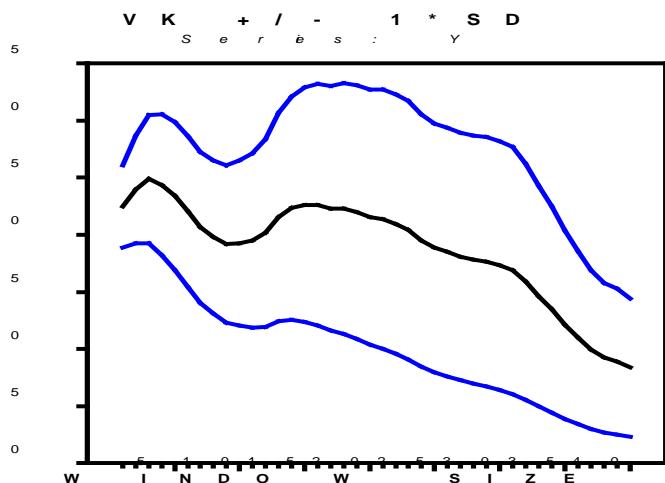
Остатки, получаемые при оценивании этого уравнения, имеют распределение, более близкое к нормальному, чем при рассмотрении ряда на всем интервале наблюдений, проходят тест на гетероскедастичность (Р-значение критерия Уайта равно 0.327) и LM тест на автокоррелированность (Р-значение 0.691 при параметре 2). Следовательно, здесь имеется больше оснований принять во внимание результат применения расширенного критерия Дики-Фуллера. Полученное значение *t*-статистики критерия -3.632 ниже 5% критического уровня -3.453. Поэтому DS-гипотеза для рассматриваемого отрезка ряда Y_t должна быть отвергнута и можно не применять более сложных критериев с DS-гипотезой в качестве нулевой.

Применим на этом участке критерий KPSS, берущий в качестве нулевой TS-гипотезу:

ETA(mu) Values:				
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.347	0.463	0.574	0.739
For lag parameter l =	ETA(mu) =			
4	0.86627			
10	0.48031			
11	0.45115			
12	0.42656			
13	0.40583			
ETA(tau) Values:				
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter l =	ETA(tau) =			
4	0.20477			
7	0.14726			
8	0.13615			
13	0.10383			
14	0.10046			

В отношении этого критерия положение не вполне определенное: при рекомендуемой ширине окна 4 гипотеза TS отвергается. В то же время, при увеличении ширины окна до 11 в модели без тренда и до 8 в модели с трендом получаем значения статистик, которые ниже 5% критических уровней, и гипотеза TS не отвергается.

Посмотрим на поведение статистики отношения дисперсий:



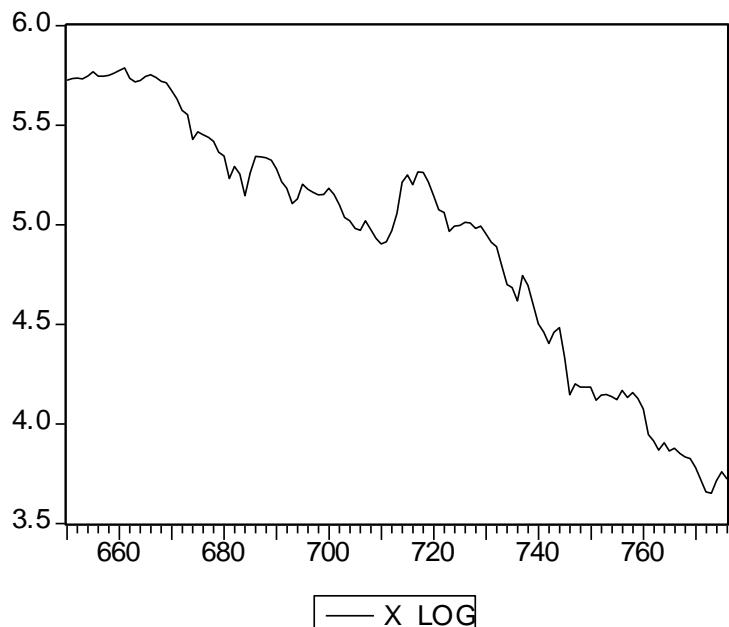
Структура графика говорит в пользу TS-гипотезы.

Можно предположить также, что где-то в середине рассматриваемого интервала происходит сдвиг уровня ряда. В соответствии с этим предположением, применим процедуру PERRON97 с эндогенным выбором даты момента сдвига. Это дает следующие результаты (модель с инновационным выбросом):

break date TB = 586; statistic t(alpha=1) = -4.43466			
critical values at	1%	5%	10%
for 100 obs.	-5.70	-5.10	-4.82
infinite sample	-5.41	-4.80	-4.58
number of lag retained : 13			
explained variable : Y			
	coefficient	student	
CONSTANT	1.68876	4.43159	
DU	-0.06361	-3.47660	
D(Tb)	0.05179	1.32380	
TIME	3.66382e-004	1.34112	
Y{1}	0.71311	11.02328	

Оцененная дата сдвига уровня вполне согласуется с визуальным впечатлением от графика. Гипотеза единичного корня при допущении сдвига уровня отвергается. По-видимому, такой результат говорит все же в пользу гипотезы TS.

Следующий рассматриваемый интервал – период **с 650 по 776** наблюдение (**09/04/98-08/10/98**) – последний этап общего снижения индекса РТС-1 перед началом периода его возрастания:



Оценим расширенное уравнение Дики-Фуллера с трендом и 13 запаздывающими разностями:

Dependent Variable: D(Y)

Method: Least Squares

Sample: 650 776

Included observations: 127

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.361578	0.197475	1.831010	0.0698
@TREND(649)	-0.001093	0.000518	-2.109901	0.0371
Y(-1)	-0.061276	0.032801	-1.868122	0.0644
D(Y(-1))	0.202075	0.094638	2.135228	0.0349
D(Y(-2))	-0.019964	0.097305	-0.205165	0.8378
D(Y(-3))	0.016297	0.097470	0.167195	0.8675
D(Y(-4))	-0.040131	0.097273	-0.412567	0.6807
D(Y(-5))	-0.000205	0.096241	-0.002131	0.9983
D(Y(-6))	0.074409	0.094653	0.786125	0.4335
D(Y(-7))	0.035719	0.094876	0.376477	0.7073
D(Y(-8))	-0.106997	0.095171	-1.124268	0.2633
D(Y(-9))	-0.054292	0.095118	-0.570793	0.5693
D(Y(-10))	0.180209	0.094765	1.901636	0.0598
D(Y(-11))	-0.051534	0.097217	-0.530097	0.5971
D(Y(-12))	0.151243	0.096972	1.559657	0.1217
D(Y(-13))	-0.017490	0.098229	-0.178050	0.8590
R-squared	0.139304	Mean dependent var		-0.015926
Adjusted R-squared	0.022994	S.D. dependent var		0.052214
S.E. of regression	0.051610	Akaike info criterion		-2.972874
Sum squared resid	0.295664	Schwarz criterion		-2.614552
Log likelihood	204.7775	F-statistic		1.197698
Durbin-Watson stat	1.994755	Prob(F-statistic)		0.284126

Распределение ошибок отлично от нормального (P-значение критерия Жарка-Бера равно 0.0004), что не позволяет вполне полагаться на P-значения, приведенные в последнем столбце таблицы. Поэтому при редукции модели они служат лишь ориентиром, указывающим на то, что в правую часть уравнения, возможно, следует включать запаздывания до 12 месяцев. Имея в виду эту величину, попробуем применить критерий Филлипса-Перрона.

Для значений ширины окна от 4 до 14 значение скорректированной *t*-статистики критерия Филлипса-Перрона изменяется от -2.061 до -2.005,

что выше 5% критического уровня, равного -3.445 , и не позволяет отвергнуть DS-гипотезу.

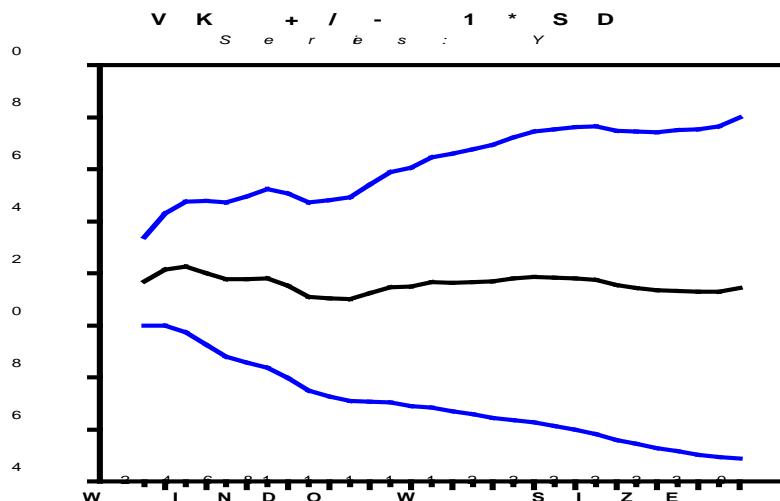
Если брать в качестве исходной TS-гипотезу, то критерий KPSS приводит к следующим результатам:

ETA(mu) Values:				
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.347	0.463	0.574	0.739
For lag parameter l =	ETA(mu) =			
4	2.44102			
13	0.95431			
14	0.90011			

ETA(tau) Values:				
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter l =	ETA(tau) =			
4	0.39585			
13	0.17636			
14	0.16857			

В обоих случаях TS-гипотеза отвергается при выборе 5% уровня значимости.

Рассмотрим поведение статистики Кохрейна. График значений этой статистики, приведенный ниже, также говорит скорее в пользу DS-гипотезы:



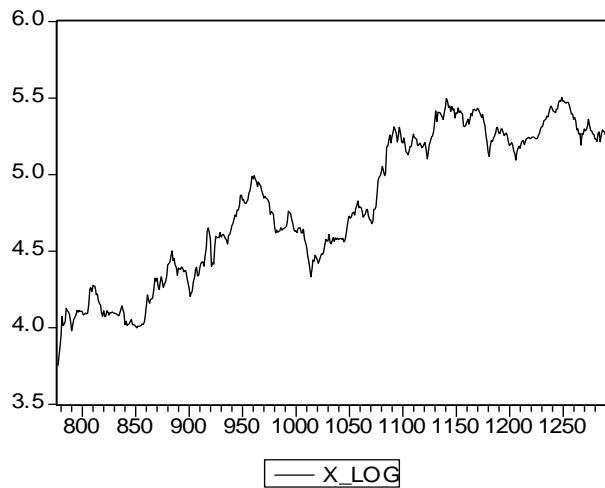
Во всех рассмотренных выше процедурах не предполагалось возможное изменение наклона тренда и/или сдвиг уровня ряда. Однако, судя по графику ряда, такое изменение вполне возможно в промежутке между 700 и 720 наблюдениями.

Применим процедуру PERRON97, предполагая возможное одновременное изменение уровня ряда и наклона тренда (инновационный выброс). Эта процедура дает следующие результаты:

break date TB = 711; statistic t(alpha=1) = -5.44184				
	critical values at	1%	5%	10%
for 100 obs.		-6.21	-5.55	-5.25
infinite sample		-5.57	-5.08	-4.82
number of lag retained : 12				
explained variable : Y				
	coefficient	student		
CONSTANT	2.11919	5.38448		
DU	2.59915	4.34286		
D(Tb)	-0.07749	-1.36832		
TIME	-0.00592	-4.93560		
DT	-0.00344	-4.20653		
Y{1}	0.64395	9.84216		

Мы имеем здесь 127 наблюдений, а критические значения даны только для 100 и бесконечного количества наблюдений. По-видимому, наблюдаемое значение -5.4418 статистики критерия близко к 5% критическому значению для 127 наблюдений.

Рассмотрим, наконец, последний отрезок наблюдений с 777 по 1294 наблюдение (09/10/98-31/10/00) – период общего возрастания индекса РТС-1:



В этом случае распределение ошибок в уравнении расширенного критерия Дики-Фуллера опять отличается от нормального, и поэтому мы начнем анализ сразу с критерия Филлипса-Перрона. При ширине окна от 4 до 24 значения скорректированной t -статистики критерия изменяются в пределах от 1.05 до 1.41, положительны, и поэтому DS-гипотеза для ряда Y , не отвергается.

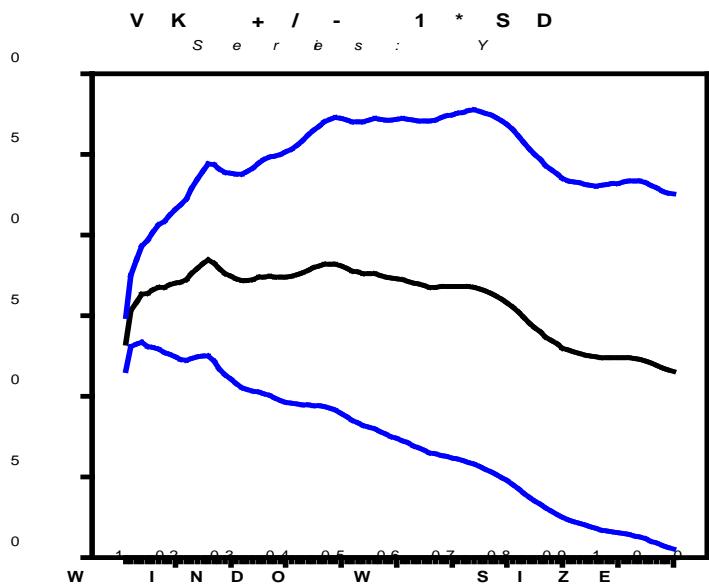
Критерий KPSS при включении в модель линейного тренда и рекомендованной ширине окна 5 дает следующие результаты:

ETA(tau) Values:

Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter l =	ETA(tau) =			
4	0.52225			
12	0.21694			
13	0.20337			

TS-гипотеза отвергается в пользу DS-гипотезы.

Статистика Кохрейна ведет себя следующим образом:



что также не отрицает DS-гипотезы.

Примем теперь в расчет возможность сдвига уровня ряда с одновременным изменением наклона тренда, что, судя по графику ряда, вполне возможно в интервале между 1000 и 1100 наблюдениями (между 01/09/99 и 26/01/00). Процедура PERRON97 (инновационный выброс) дает следующие результаты:

break date TB = 1070 statistic t(alpha=1) = -4.16208			
critical values at	1%	5%	10%
for 100 obs.	-6.21	-5.55	-5.25
infinite sample	-5.57	-5.08	-4.82
number of lag retained : 13			
explained variable : Y			
	coefficient	student	
CONSTANT	0.17712	4.24500	
DU	0.14512	2.85596	
D(Tb)	-0.05340	-1.60238	
TIME	1.02229e-004	2.76409	
DT	-1.14638e-004	-2.55189	
Y{1}	0.95704	92.72848	

Гипотеза DS не отвергается и при таких допущениях.

Подведем итоги анализа ряда РТС1 на интервале с 01/09/95 по 31/10/00 и на отдельных подинтервалах.

Полный интервал наблюдений 01/09/95-31/10/00:

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий Дики-Фуллера (расширенный)	Неприменим	
Критерий Филлипса-Перрона	Не отвергается	
Критерий DF-GLS	Неприменим	
Критерий KPSS		Отвергается
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу DS	

Статистические выводы, полученные при применении подходящих процедур, согласуются между собой: нулевая DS-гипотеза не отвергается, тогда как нулевая TS-гипотеза отвергается; поведение отношений дисперсий Кохрейна также говорит в пользу DS-гипотезы.

Интервал с 1 по 500 наблюдение (с 01/09/95 по 03/09/97):

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий Дики-Фуллера (расширенный)	Неприменим	
Критерий Филлипса-Перрона	Не отвергается	
Критерий DF-GLS	Неприменим	
Критерий KPSS		Отвергается
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу DS	
Обобщенный критерий Перрона (эндогенный выбор даты излома тренда)	Не отвергается	

Статистические выводы, полученные при применении перечисленных в таблице процедур, согласуются между собой: нулевая DS-гипотеза не отвергается, тогда как нулевая TS-гипотеза отвергается; поведение отношений дисперсий Кохрейна также говорит в пользу DS-гипотезы.

Интервал с 545 по 649 наблюдение (05/11/97-08/04/98):

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий Дики-Фуллера (расширенный)	Отвергается	
Критерий KPSS		Нет ясности
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу TS	
Обобщенный критерий Перрона (эндогенный выбор даты излома тренда)	Отвергается	

Статистические выводы, полученные при применении перечисленных в таблице процедур, говорят скорее в пользу TS-гипотезы: хотя интерпретация результатов применений критерия KPSS затруднительна, остальные процедуры склоняются в пользу TS-гипотезы.

Интервал с 650 по 776 наблюдение (09/04/98-08/10/98):

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий Дики-Фуллера (расширенный)	Неприменим	
Критерий Филлипса-Перрона	Не отвергается	
Критерий DF-GLS	Неприменим	
Критерий KPSS		Отвергается
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу DS	
Обобщенный критерий Перрона (эндогенный выбор даты излома тренда)	Значение <i>t</i> -статистики критерия близко к 5% критическому уровню	

Статистические выводы, полученные при применении перечисленных в таблице процедур, говорят скорее в пользу DS-гипотезы.

Наконец, для интервала с 777 по 1294 наблюдение (09/10/98-31/10/00):

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий Дики-Фуллера (расширенный)	Неприменим	
Критерий Филлипса-Перрона	Не отвергается	
Критерий DF-GLS	Неприменим	
Критерий KPSS		Отвергается
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу DS	
Обобщенный критерий Перрона (эндогенный выбор даты излома тренда)	Не отвергается	

Статистические выводы, полученные при применении перечисленных в таблице процедур, согласуются между собой: нулевая DS-гипотеза не отвергается, тогда как нулевая TS-гипотеза отвергается; поведение отношений дисперсий Кохрейна также говорит в пользу DS-гипотезы.

Общие итоги:

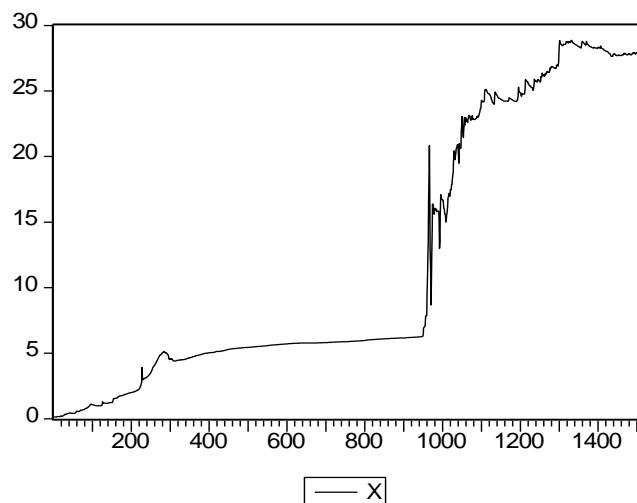
Интервал наблюдений	Предпочтительная модель (DS или TS)
01/09/95-31/10/00 (полный)	DS
01/09/95-03/09/97	DS
05/11/97-08/04/98	TS
09/04/98-08/10/98	DS
09/10/98-31/10/00	DS

2.10. Анализ временного ряда “обменный курс рубля”

Здесь используется показатель номинального обменного курса рубля к доллару – официальный обменный курс рубля к доллару США, устанавливаемый ЦБ РФ ежедневно.

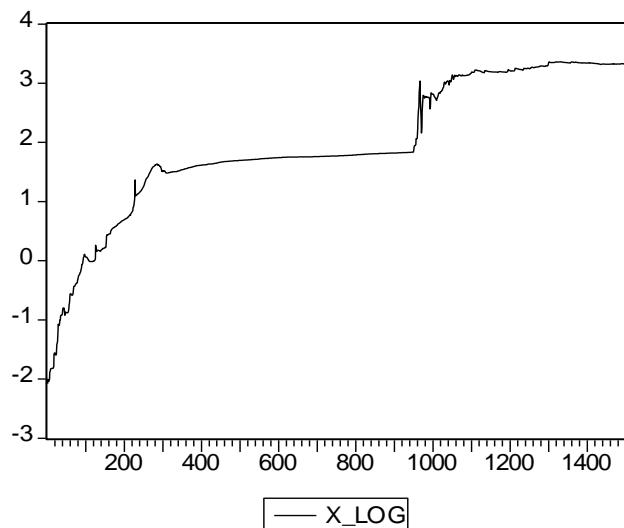
В качестве исходной информации используются следующие данные: номинальный обменный курс рубля к доллару – дневные данные с 01/07/92 по 01/11/00; источник – Министерство финансов РФ.

Поскольку здесь мы опять имеем дело с дневными данными, не удивительно, что график ряда $X_t = \text{Rubkurs}$ имеет весьма сложную форму:

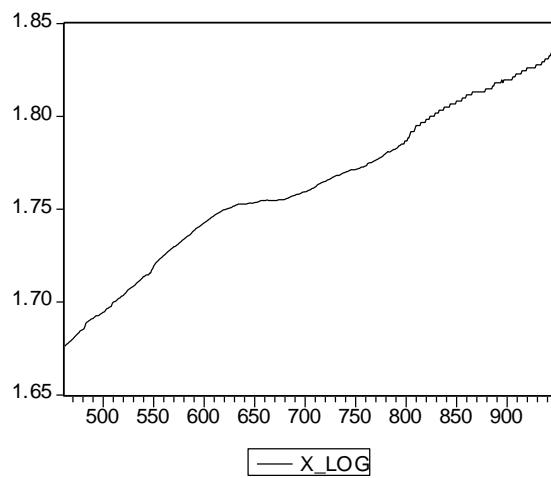


Как отмечается, например, в работе [Nadal-De Simone, Razzak (1999)], в настоящее время среди экономистов имеется определенное согласие в том, что в эпоху после Бреттон-Вудса ряды номинальных значений обменных курсов могут иметь единичные корни, т.е. относиться к классу DS-рядов. В этой же работе на основании анализа месячных данных за период с января 1980 г. по июль 1997 г. к этому классу были отнесены ряды логарифмов номинальных значений обменных курсов DM-USD, GBP-USD, YEN-USD и CAD-USD. Такая классификация дала возможность проведения дальнейшего анализа связей между этими обменными курсами с целью проверки выполнения теории паритета покупательной способности для различных пар стран.

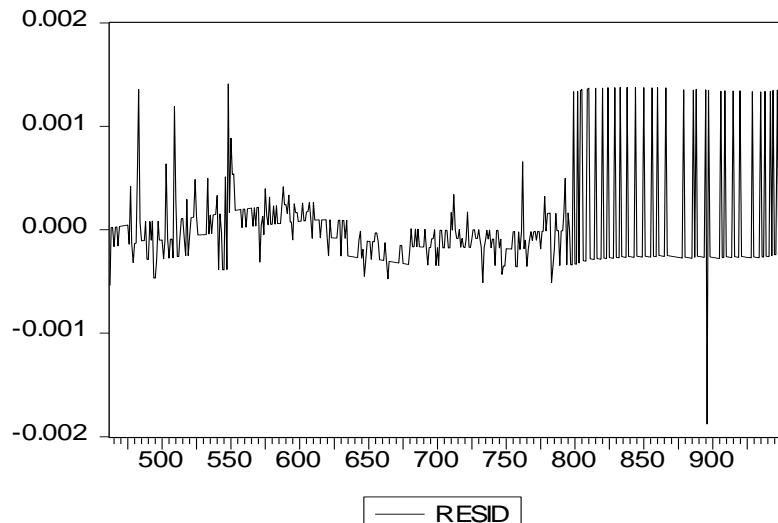
Мы также будем проводить анализ ряда логарифмов $Y_t = \ln X_t$, график которого имеет вид



Рассмотрим сначала период **03/09/96-14/08/98 (с 462 по 949 наблюдения)**, соответствующий формированию обменного курса в пределах установленных коридоров, что явным образом отражается на графике ряда:



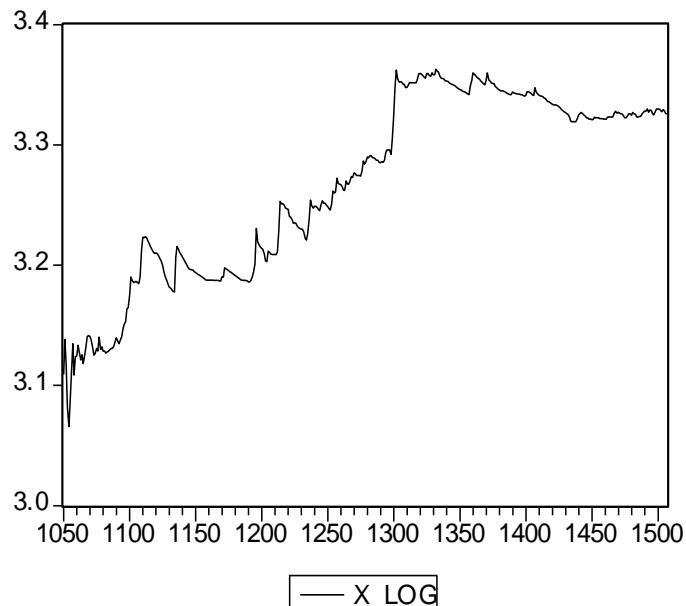
Попробуем применить здесь критерий Дики-Фуллера. Оценивание уравнения с включением в правую часть константы и тренда, но без включения в нее запаздывающих разностей приводит к ряду остатков, имеющему вид:



При таком поведении остатков мы не можем воспользоваться ни одним из критериев для проверки гипотез TS и DS, разработанных по существу для случая, когда ошибки имеют непрерывное распределение. Для анализа обменного курса рубля на данном периоде требуются методы, отличающиеся от тех, которыми мы пользуемся в настоящем исследовании.

Поэтому мы не будем анализировать ряд Y_t на этом периоде, а ограничимся рассмотрением его на некоторых периодах свободного изменения обменного курса (плавающего курса).

Интервал **11/01/99-01/11/00** (с 1050 по 1507 наблюдения):



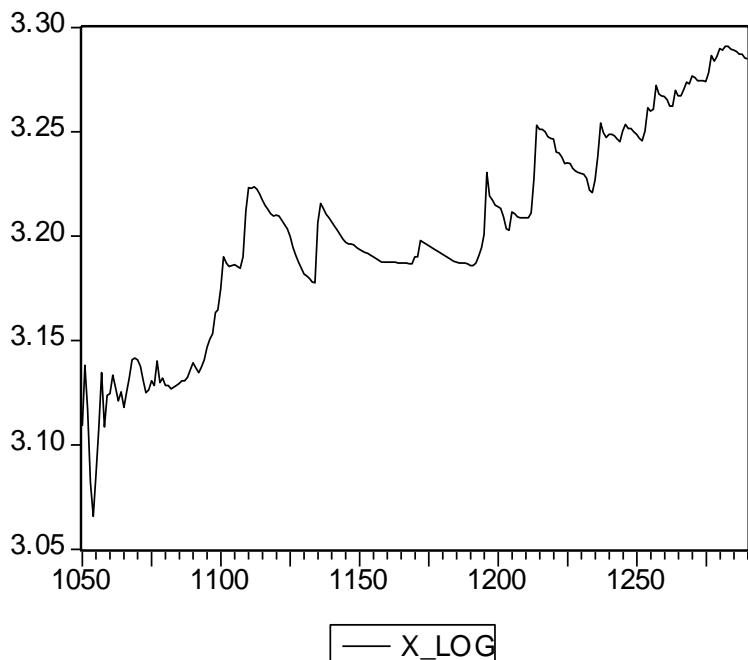
Ввиду наличия на графике излома в окрестности 1300 наблюдения (11/01/00) имеет смысл сразу применить процедуру PERRON77 с эндогенным выбором даты излома и допустить при этом одновременный сдвиг уровня и изменение наклона тренда. В результате применения этой процедуры (модель инновационного выброса) получаем:

break date TB = 1297 ; statistic t(alpha=1) = -5.64108			
Critical values at	1%	5%	10%
for 100 obs.	-6.21	-5.55	-5.25
Infinite sample	-5.57	-5.08	-4.82
Number of lag retained : 11			
Explained variable : RUBKURS			
	coefficient	student	
CONSTANT	1.78751	5.66944	
DU	2.46555	5.65979	
D(Tb)	-0.24166	-2.28691	

TIME	0.00125	5.25651
DT	-0.00177	-5.61882
RUBKURS {1}	0.92176	66.45906

Гипотеза DS отвергается в пользу гипотезы TS.

Рассмотрим, однако, подпериод **11/01/99-22/12/99** (с 1050 по 1290 наблюдения):



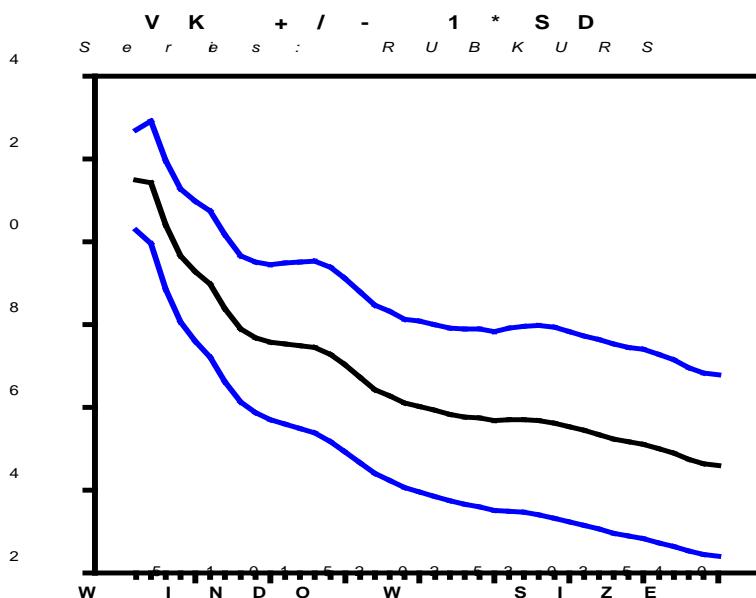
Критерий KPSS дает на этом подпериоде следующие результаты:

ETA(tau) Values:				
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter l =	ETA(tau) =			
4	0.35318			
12	0.16172			
13	0.15316			
14	0.14581			
15	0.13943			
16	0.13384			

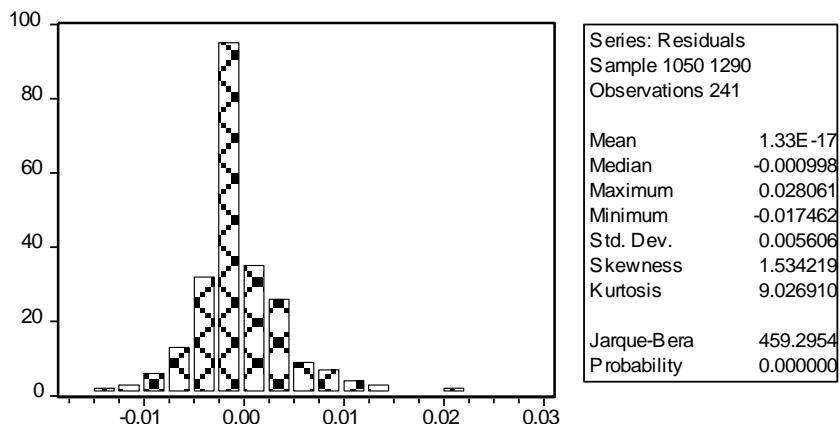
В зависимости от выбранной ширины окна получаем противоположные выводы в отношении принадлежности ряда к TS или DS классам.

Применим к выделенному подпериоду другие критерии.

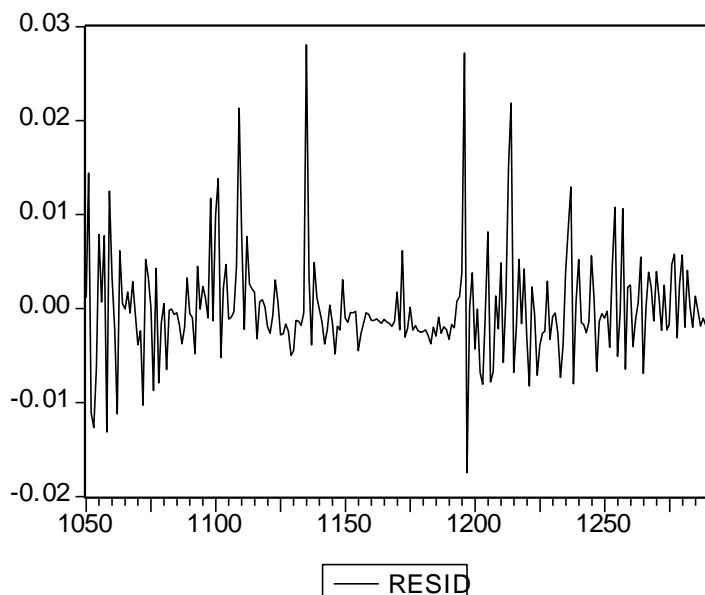
Отношение дисперсий Кохрейна скорее говорит в пользу TS-гипотезы:



Обратимся теперь к критерию Дики-Фуллера. Остатки от оцененной модели с константой и трендом в правой части даже при включении в правую часть 24 запаздывающих разностей не проходят тесты на отсутствие автокоррелированности (P -значение LM критерия с 2 запаздывающими остатками равно 0.00008) и нормальность:



Такое положение характерно для многих финансовых рядов и связано с весьма нерегулярным поведением остатков в оцениваемом уравнении:

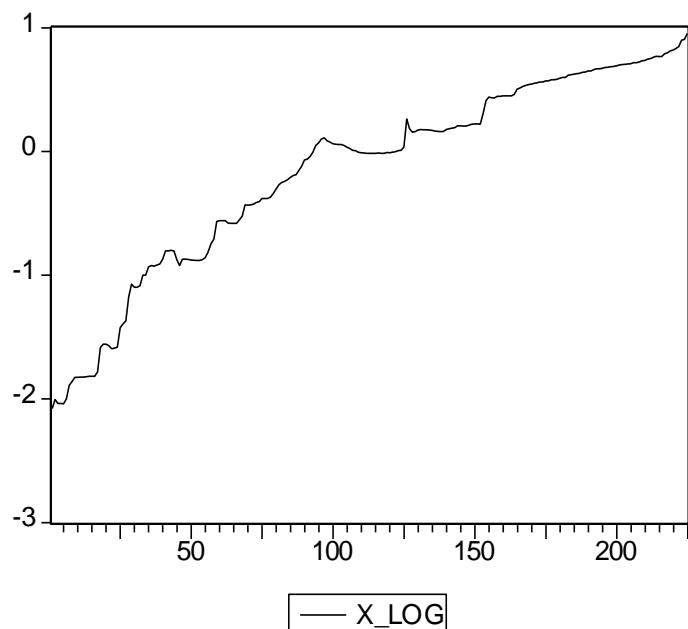


В этих случаях ARIMA моделирование с независимыми и одинаково распределенными ошибками не годится: для описания ряда более подходят

нелинейные модели, например, модели с ARCH, GARCH ошибками, в которых ошибки имеют условную гетероскедастичность авторегрессионного характера. Такое положение осложняет интерпретацию результатов, получаемых при использовании стандартных критериев проверки DS-гипотезы. В рамках настоящей работы мы не будем углубляться в эту тему. Заметим только, что изменчивость дисперсий, равно как и изменчивость уровней ряда может приводить как к неоправданно частому, так и к неоправданно редкому отвержению TS-гипотезы.

Оставляя в стороне проблемы, связанные с указанными осложнениями, представим результаты применения стандартных критериев еще на нескольких выделенных периодах времени.

Период **01/07/92-26/08/94 (с 1 по 215 наблюдение):**



Применим процедуру PERRON97, предполагая возможное одновременное изменение уровня ряда и наклона тренда. Эта процедура дает следующие результаты (модель инновационного выброса):

break date TB = 125 ; statistic t(alpha=1) = -4.64360

Critical values at	1%	5%	10%
--------------------	----	----	-----

for 100 obs. -6.21 **-5.55** -5.25
 Infinite sample -5.57 **-5.08** -4.82

Number of lag retained : 12

Explained variable : RUBKURS

	coefficient	student
CONSTANT	0.00411	0.82027
DU	-0.10113	-4.46211
D(Tb)	0.26144	12.66729
TIME	0.00118	4.36206
DT	6.52082e-004	4.48231
RUBKURS {1}	0.86678	30.21349

Гипотеза единичного корня не отвергается.

Процедура, предполагающая только изменение наклона тренда дает следующие результаты (модель аддитивного выброса):

break date TB = 140; statistic t(alpha=1) = -3.15871			
Critical values at	1%	5%	10%
for 200 obs.	-5.28	-4.65	-4.38
Infinite sample	-4.91	-4.36	-4.07

Number of lag retained : 1

Explained variable : RUBKURS

	coefficient	student
CONSTANT	0.05774	5.11654
TIME	0.00859	68.56875
DT	0.00409	11.65102
RUBKURS {1}	0.91711	34.94671

Гипотеза единичного корня не отвергается и в этом случае.

Критерий KPSS:

ETA(tau) Values:				
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter l =	ETA(tau) =			
0	3.41074			
4	0.76524			
12	0.33370			
24	0.21045			

Для всех значений ширины окна в диапазоне от 0 до 24 гипотеза TS отвергается в пользу DS-гипотезы.

Отношение дисперсий Кохрейна:

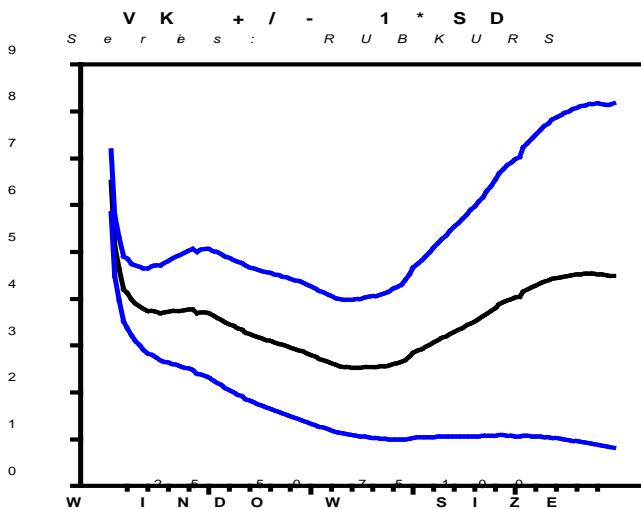
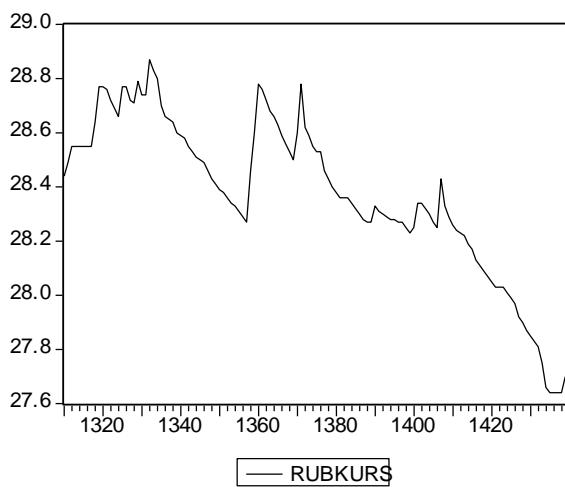


График изменения этого отношения не дает определенного ответа на вопрос, к какому из двух классов отнести ряд по наблюдениям его на интервале 1-250.

Период 25/01/2000-28/07/00 (с 1310 по 1439 наблюдение):



Критерий KPSS:

ETA(tau) Values:				
Critical Level:	0.10	0.05	0.025	0.01
Critical Value:	0.119	0.146	0.176	0.216
For lag parameter l =	ETA(tau) =			
0	1.22425			
4	0.29309			
12	0.16087			
16	0.14802			
17	0.14680			
18	0.14619			
19	0.14612			
20	0.14654			
24	0.15205			

Здесь при ширине окна от 0 до 12 TS-гипотеза отвергается. При более широких окнах значения статистики колеблются около 5% критического уровня.

Отношение дисперсий Кохрейна:

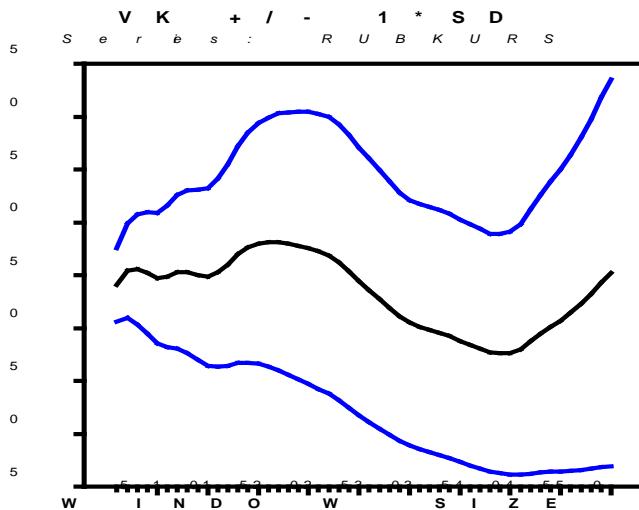


График изменения этого отношения также говорит в пользу DS-гипотезы.

Применим процедуру PERRON97, предполагая возможное одновременное изменение уровня ряда и наклона тренда. Эта процедура дает следующие результаты (модель инновационного выброса):

break date TB = 1356; statistic t(alpha=1) = -4.83009			
Critical values at	1%	5%	10%
for 100 obs.	-6.21	-5.55	-5.25
Infinite sample	-5.57	-5.08	-4.82
Number of lag retained : 1			
Explained variable : RUBKURS			
coefficient	student		
CONSTANT	5.21179	4.85003	
DU	0.37708	0.45186	
D(Tb)	-0.10339	-2.01671	
TIME	-0.00214	-3.55302	
DT	-2.15747e-004	-0.34859	
RUBKURS {1}	0.81950	21.92879	

Гипотеза единичного корня не отвергается.

Если обратить внимание на весьма близкое к нулю значение t -статистики при переменной DT, то следует, по-видимому, рассмотреть еще и модель с одним только сдвигом уровня (без изменения наклона тренда). Оценивание такой модели приводит к следующим результатам (модель с инновационным выбросом):

break date TB = 1356; statistic t(alpha=1) = -4.97646			
Critical values at	1%	5%	10%
for 100 obs.	-5.70	-5.10	-4.82
Infinite sample	-5.41	-4.80	-4.58
Number of lag retained : 13			
Explained variable : RUBKURS			
coefficient	student		
CONSTANT	8.15044	4.98109	
DU	0.10380	4.82563	
D(Tb)	-0.13128	-2.51146	
TIME	-0.00324	-5.74401	
RUBKURS {1}	0.71820	12.68305	

Поскольку здесь мы имеем 120 наблюдений, наблюдаемое значение t -статистики критерия -4.976 близко к 5% критическому уровню.

Суммируем полученные результаты.

Интервал **01/07/92-26/08/94 (с 1 по 215 наблюдение):**

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий KPSS		Отвергается
Отношение дисперсий Кохрейна	Нет ясности	
Обобщенный критерий Перрона	Не отвергается	
(эндогенный выбор даты излома тренда)		

Интервал 11/01/99-01/11/00 (с 1050 по 1507 наблюдение):

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Обобщенный критерий Перрона (эндогенный выбор даты излома тренда)	Отвергается	

Интервал 11/01/99-22/12/99 (с 1050 по 1290 наблюдение).

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий Дики-Фуллера (расширенный)	Применение затруднено	
Критерий KPSS		Нет ясности
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу TS	

Интервал 25/01/00-28/07/00 (с 1310 по 1439 наблюдение):

Используемая процедура (критерий)	Исходная (нулевая) гипотеза	
	DS	TS
Критерий KPSS		В основном отвергается
Отношение дисперсий Кохрейна	В пользу DS	
Обобщенный критерий Перрона (эндогенный выбор даты излома тренда)	На границе отвержения	

Общие итоги:

Интервал наблюдений	Предпочтительная модель (DS или TS)
01/07/92-26/08/94	DS
11/01/99-01/11/00	TS
11/01/99-22/12/99	Ясности нет
25/01/00-28/07/00	DS

Таким образом, полученные результаты лишь отчасти подтверждают сложившееся среди экономистов мнение о том, что ряды номинальных значений обменных курсов валют имеют единичный корень (т.е. относятся к классу DS-рядов). Это ограничивает возможность проведения проверки выполнимости закона паритета покупательной способности в парах, включающих российский рубль и основные иностранные валюты.

Заметим в заключение, что мы не рассматривали здесь эффекты дней недели и банковских каникул. В этом отношении можно сослаться на работу [Copeland (1991)], автор которой, проведя соответствующее исследование, не обнаружил заметного влияния на критерии единичного корня введение дополнительных объясняющих переменных, принимающих во внимание возможное проявление таких эффектов.

3. Экономический анализ результатов эконометрического анализа

3.1. Анализ временных рядов для денежных агрегатов

3.1.1. Денежный агрегат M1

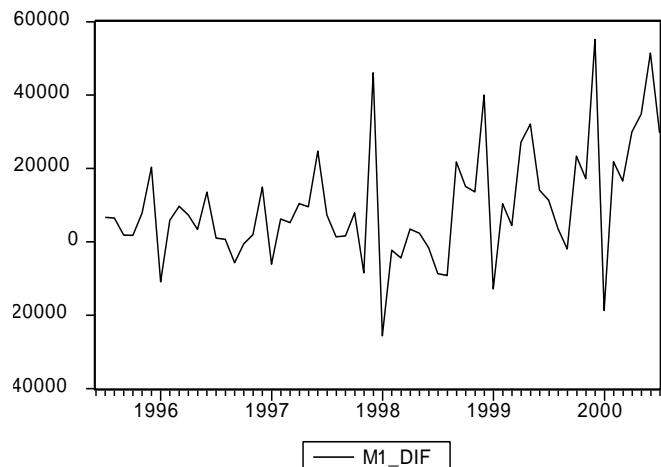
Мы рассматриваем ряд номинальных значений этого и других денежных рядов, имея в виду возможность использования именно номинальных денежных агрегатов для оценки уравнения спроса на деньги и моделирования инфляционных процессов.

График ряда (см. рис. 2-2 части 2.1) позволяет предположить, что более подходящей может оказаться модель с изломом тренда в конце 1998 – начале 1999 г., связанного с финансово-экономическим кризисом 1998 года. Иными словами, возможно описание ряда двухфазной моделью с переключением в точке $t = T_B = 42$, соответствующей июлю 1998 г. Момент переключения для данного ряда можно считать экзогенным, т.к. он непосредственно связан с девальвацией рубля и внешним по отношению к динамике денежных агрегатов инфляционным шоком⁵, и график ряда всего лишь отражает последствия данных событий.

Как было показано в 2.2.1, ряд M1 является (в рамках рассмотренных процедур) DS-рядом. В связи с этим будем далее интерпретировать ряд как интегрированный. Рассмотрим график ряда разностей $Y_t = X_t - X_{t-1}$

На этом графике отчетливо выражен сезонный характер изменений темпов увеличения денежного предложения, резкое увеличение денежной массы M1 в декабре, сменяющееся затем значительным изъятием денег из экономики в январе. Кроме того, можно наблюдать смену режима ряда, поведение которого явно различается на периоде до 1997:08 и на периоде с 1998:09.

⁵ Под влиянием оттока капитала из страны денежно-кредитной политики в первой половине 1998 года характеризовалась, скорее, избыточной жесткостью.



Последнее наблюдение совместно в выводе о стационарности ряда относительно стохастического тренда представляется особенно важной для экономической интерпретации полученных результатов. Во-первых, стационарность темпов прироста денежного предложения относительно стохастического тренда свидетельствует о невозможности использования их Центральным банком РФ в качестве одной из промежуточных (но не обязательно заявленных) целей денежно-кредитной политики, т.е. осуществлять таргетирование денежного предложения. В нашем случае отклонения от тренда, вызванные реальными и курсовыми шоками, являются перманентными и их влияние на темпы роста денежной массы сохраняются в долгосрочном периоде (если такой термин применим для анализа временного интервала протяженностью около 5 лет).

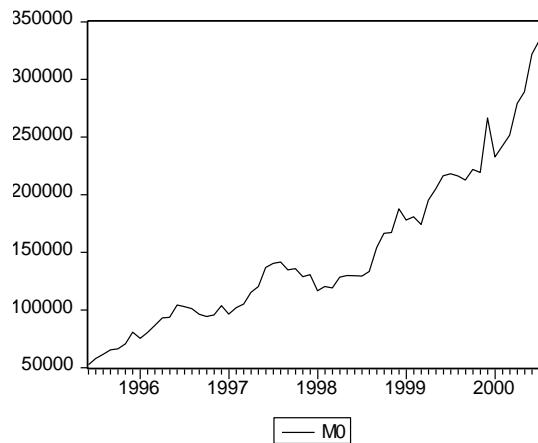
Во-вторых, время смены трендов (зима 1997-1998 годов) отражает момент относительной потери Банком России независимости в денежно-кредитной политике. В частности, период с начала 1995 года до осени 1997 года, когда впервые мировой финансовый кризис затронул Россию, Центральный банк в значительной степени контролировал ситуацию в денежной сфере: курс рубля находился вдали от краев валютного коридора, приток капитала в виде портфельных инвестиций стерилизовался операциями на высоколиквидном и относительно (по отношению к объему денежной массы) большом рынке внутреннего долга.

Однако с началом кризисных явлений на российском фондовом рынке (конец осени 1997 года) денежно-кредитная политика ЦБ РФ стала менее независимой от внешних факторов. Так, снижение ликвидности и глубины рынка ГКО-ОФЗ в первой половине 1998 года ограничило возможности стерилизации снижения денежного предложения из-за оттока капитала, и денежно-кредитная политика стала чрезмерно жесткой. После кризиса августа 1998 года в условиях фактического отсутствия финансовых рынков возможности стерилизации и управления денежным предложением за исключением операций на валютном рынке денежно-кредитная политика стала, фактически, эндогенной по отношению динамике платежного баланса, определяемого, в свою очередь, стохастическим процессом движения цен на нефть на мировых рынках.

3.1.2. Денежный агрегат M_0

Представленные выше для ряда M_1 рассуждения относительно экономической интерпретации полученных результатов, в основе своей едины для всех денежных агрегатов. Для возможности сравнения результатов, получаемых для различных денежных рядов, ограничиваем период рассмотрения данного ряда периодом с 1995:06 по 2000:07.

На этом периоде график ряда имеет вид



Как видно из сравнения графиков, выраженность возможного излома тренда у ряда M_0 не столь велика, как у ряда M_1 . На наш взгляд это объясняется различием в скорости реструктуризации портфелей населения и

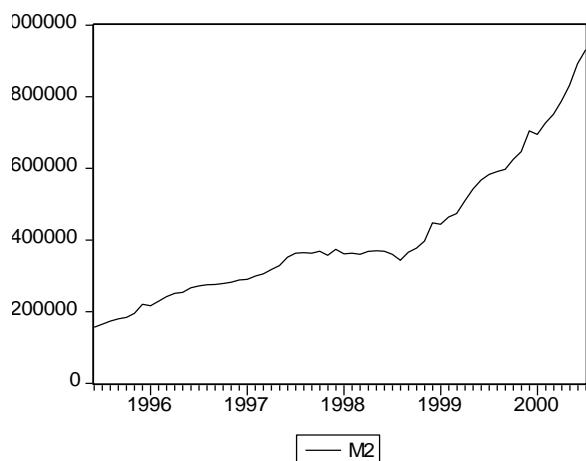
предприятий. Динамика агрегата M_1 , включающего средства на расчетных счетах юридических лиц, быстрее отреагировала на изменение масштаба цен после августа 1998 года, в том числе, из-за увеличения объема прибыли и уровня денежных расчетов в реальном секторе экономики.

Перестройка портфелей активов населения происходила медленнее, и траектория роста агрегата наличных денег (M_0) более плавная. Основными причинами негибкости портфелей населения, по нашему мнению, являлись падение реальных доходов населения (т.е. более медленный по отношению к темпам роста цен темп роста располагаемого дохода) и кризис банковской системы, приведший к «замораживанию» значительной части вкладов населения, что препятствовало превращению их в наличную форму.

Как и ряд M_1 ряд M_0 является интегрированным рядом первого порядка. При этом на периоде до 1997:07 проявляется сезонная компонента, а на периоде после августовского кризиса 1998 г. и излома тренда сезонность не проявляется, но возникает необходимость компенсации пика, приходящегося на декабрь 1999 г.

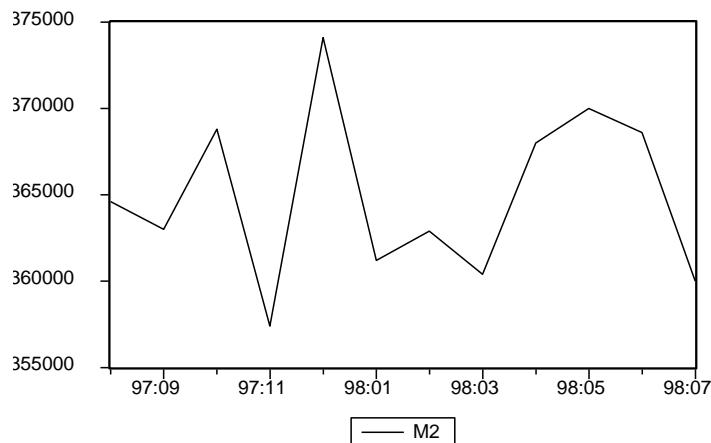
3.1.3. Денежный агрегат M_2

Ограничимся опять рассмотрением общего для всех денежных показателей периода с 1995:06 по 2000:07. График ряда M_2 на этом периоде имеет вид



И в этом случае получаем интегрированный ряд с изломом тренда. Как и в случае ряда M0 на периоде до 1997:07 проявляется сезонная компонента, но здесь сезонность проявляется и на периоде после августовского кризиса 1998 г. и излома тренда.

Особенное внимание при анализе ряда M2 следует уделить предкризисному периоду. На интервале 1997:08-1998:07 ряд M2 “топчется на месте” и формально может быть описан как последовательность некоррелированных одинаково распределенных случайных величин. Такое поведение широкого денежного агрегата в рассматриваемый подпериод непосредственно отражает вынужденную «непоследовательность» Банка России, пытавшегося не допустить слишком сильного сокращения денежной массы в условиях оттока капитала из страны и уменьшающейся возможности стерилизации на рынке ГКО-ОФЗ.

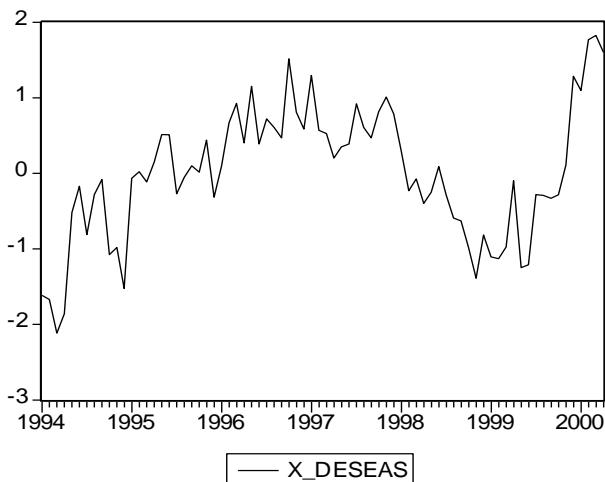


3.2. Анализ временных рядов для экспорта и импорта

3.2.1. Экспорт

Анализа ряда EXPORT, проведенный в 2.2.1 позволяет сделать вывод о его стационарности.

Сезонный характер графика ряда $X_t = Export$ предполагает проверку наличия единичного корня у ряда, очищенного от детерминированной сезонности. Очищенный ряд X_{deseas} не обнаруживает тренда:



Значимые компоненты сезонности приходятся на январь, март, октябрь, ноябрь и декабрь, что приводит к модели авторегрессии первого порядка с 5 сезонными переменными.

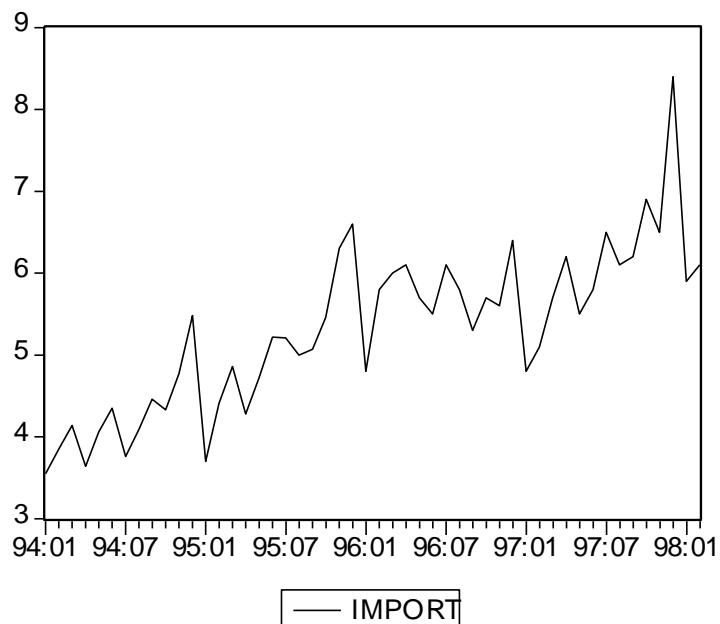
Вместе с тем необходимо отметить, что динамика объемов экспорта из России в значительной степени определяется движением цен на сырье на мировых рынках, поведение которых, скорее, может рассматриваться как нестационарный случайный процесс. Стационарность ряда экспорта, на наш взгляд, является результатом статистического сглаживания фактических колебаний экспортных доходов. Такое сглаживание возникает в связи с наличием различных по продолжительности для разных товарных групп и разных экспортёров временного лага между, во-первых, моментом заключения контракта и достижения договоренности о цене и времени поставки товара, а, во-вторых, – между моментом поставки товара и временем возвращения экспортной выручки в страну. Статистический учет экспорта же делается по последнему моменту.

3.2.2. Импорт

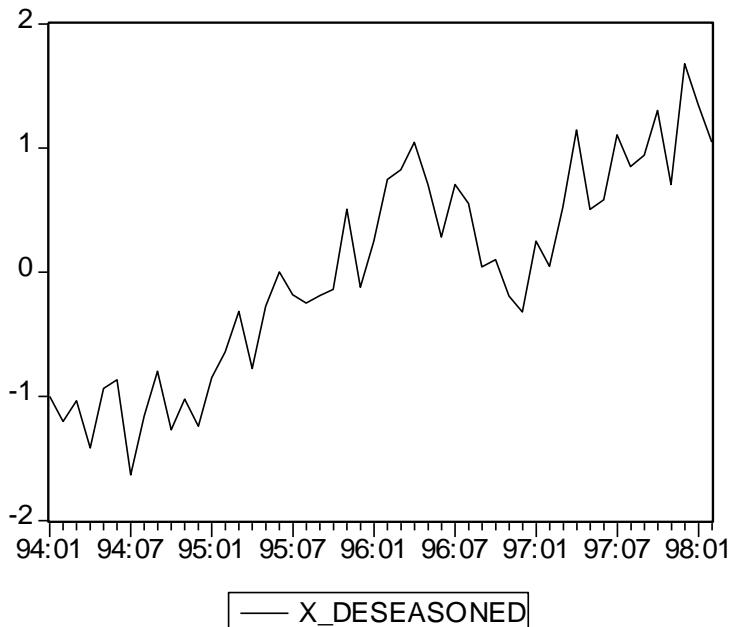
График ряда $X_t = \text{Import}$ (см. рис. 2-3 части 2.1) указывает на значительное падение объемов импорта в период после 1998:09, которое никак не согласуется с поведением ряда вне этого периода, и объясняется внеш-

ним по отношению к динамике импорта шоком (девальвацией рубля). Поэтому необходимо проводить раздельный анализ ряда X_t для периода 1994:01-1998:01 ($n=49$) и для периода 1998:10-2000:04 ($n=19$). Таким образом, ряд в целом имеет выраженный излом со сдвигом уровня и одновременным изменением наклона тренда (интервенционный выброс). Как показано в 2.2.2, для данного ряда согласия между выводами, полученными при применении различных статистических процедур, нет: две из четырех процедур склоняются к гипотезе TS, а две другие – к гипотезе DS.

Сначала возьмем для исследования период 1994:01 – 1998:01. График ряда на этом промежутке времени имеет вид

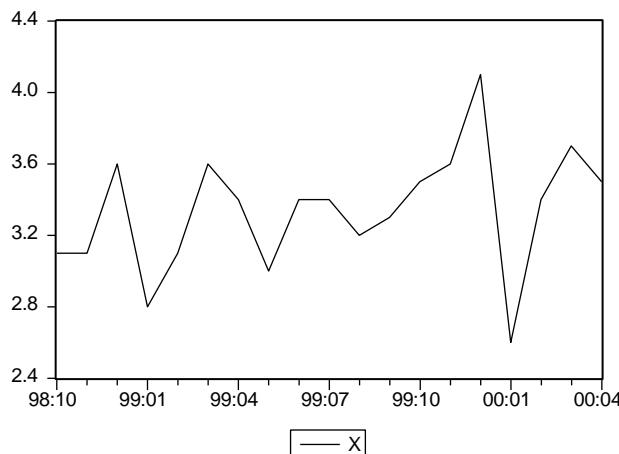


Обращаясь к графику ряда на рассматриваемом интервале, можно заметить весьма выраженный сезонный характер этого ряда с пиками в декабрях и провалами в январях. График “очищенного” ряда имеет вид



Обращаясь к графику ряда, очищенного от сезонности, можно выделить три участка с линейным трендом значений ряда: линейное возрастание в течение 1995 г., линейное убывание в течение 1996 г. и линейное возрастание в течение 1997 г. Кроме того, значимыми являются сезонные компоненты, относящиеся к январю и декабрю. Таким образом, за исключением короткого периода в 1996 году (возможно, связанного с ростом политической нестабильности в стране), в целом наблюдается тренд с положительным наклоном, угла которого увеличивался от периода к периоду. Такое поведение ряда соответствует характерной траектории ускоряющегося роста импорта в условиях растущего реального курса национальной валюты в период, предшествующий валютному кризису первого поколения (кризис платежного баланса).

Что касается периода с 1998:10 по 2000:04, то на этом периоде график ряда имеет вид



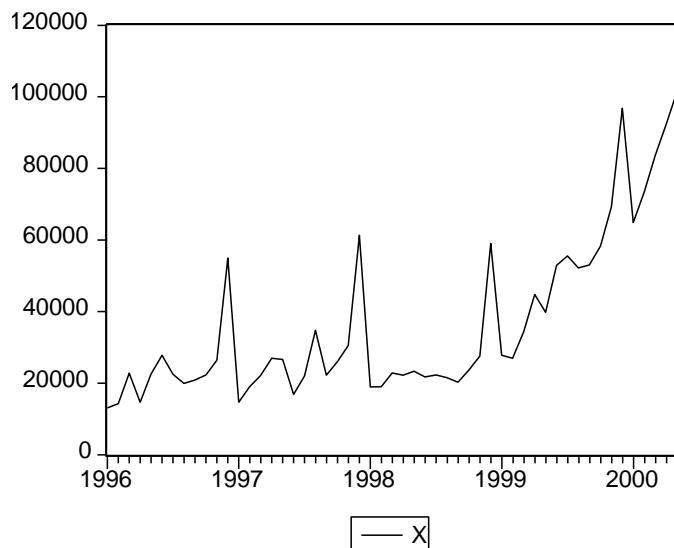
Здесь приемлема модель для X_t , включающая константу и сезонные переменные января и декабря, а также дополнительной переменной, отличной от нуля и равной единице для наблюдений, начиная с ноября 1999 г.

3.3. Анализ рядов доходов федерального бюджета

3.3.1. Доходы федерального бюджета

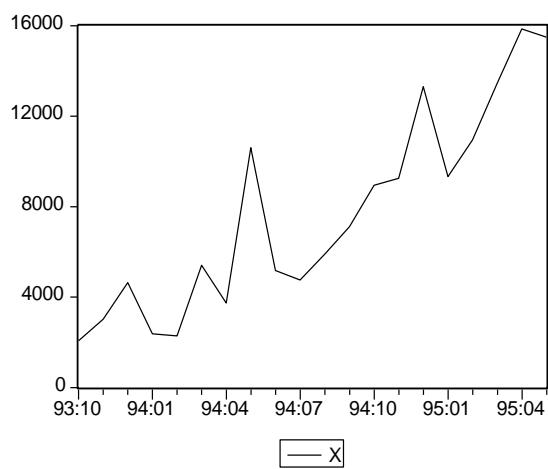
График ряда $X_t = \text{Dokhfedbud}$ (см рис. 2-5 раздела 2.1) указывает на наличие детерминированных сезонных составляющих, амплитуда которых резко возрастает с конца 1995 г., когда влияние инфляционного эффекта масштаба цен стало доминирующим по отношению к предшествующей динамике ряда. В связи с этим мы выделим для анализа период 1996:01-2000:05, на котором график ряда имеет вид, приведенный ниже, и рассмотрим на этом интервале ряд X_{deseas} , очищенный от детерминированных сезонных составляющих.

Статистические выводы, полученные в 2.4.1, согласуются между собой: ряд является интегрированным первого порядка. Если считать, что изменение структуры ряда опять связано с августовским кризисом 1998 г., то точка излома тренда $T_B = 28$. Опять получаем значимые сезонные компоненты, относящиеся к январю и декабрю.



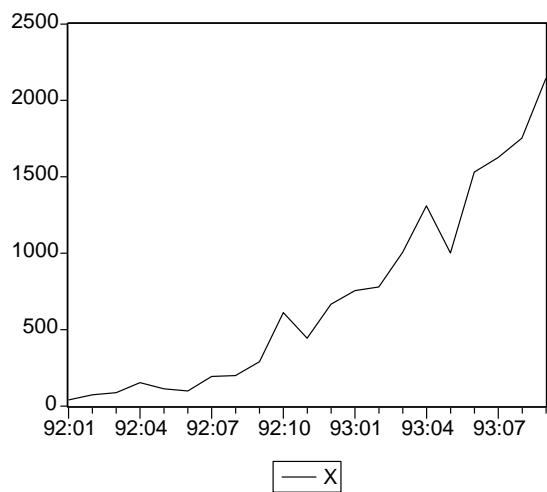
Наличие стохастического тренда отражает наличие перманентного влияния на уровень доходов бюджета со стороны экзогенных реальных и институциональных шоков, связанных как с изменением макроэкономических условий, так и налогового законодательства. В этих условиях эффекты от принимаемых мер экономической политики (как фискальной, так и денежно-кредитной) практически неразличимы в краткосрочной перспективе, поскольку накладываются на эффекты от предыдущих шоков. Более того, в краткосрочном периоде результирующий эффект может иметь противоположный по отношению к целям принятых мер знак, если влияние от предыдущих негативных шоков накладывается друг на друга.

Рассмотрим теперь оставшийся отрезок ряда 1992:01 – 1995:12. Здесь ряд опять ведет себя неоднородным образом, изменяя свое поведение в октябре 1993 г. В связи с этим мы выделим для рассмотрения два подпериода: 1993:10 – 1995:05 и 1992:01 – 1993:09. На участке 1993:10 – 1995:05 ряд имеет вид:



и описывается моделью линейного тренда

Наконец, на начальном периоде наблюдений 1992:01 – 1993:09 ряд имеет вид

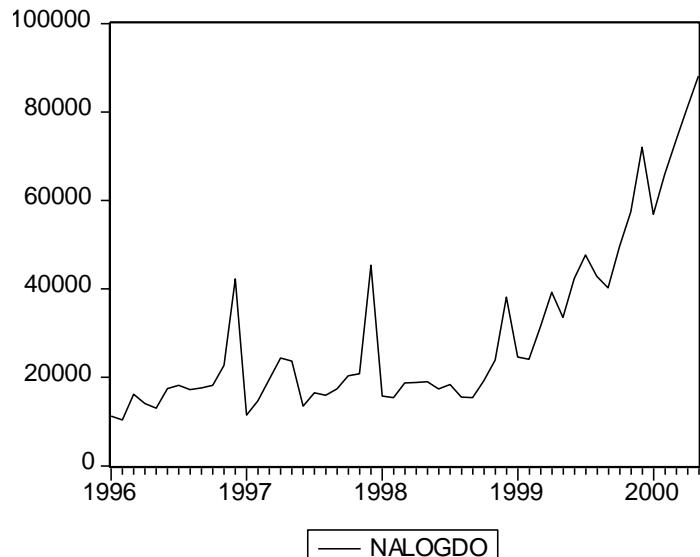


Его можно описать в первом приближении квадратичным трендом; однако, получаемый при этом ряд остатков делает уточнение модели на этом интервале бессмысленным ввиду слишком малого количества наблюдений.

Наличие детерминированных трендов на обоих участках отражает доминирующее влияние инфляции в этот период (среднемесячный темп прироста цен в рассматриваемый период превышал 20% в месяц), влияние остальных факторов практически свелось к нулю.

3.3.2. Налоговые доходы федерального бюджета

График ряда $X_t=Nalogdokh$ (см. рис. 2-5 раздела 2.1) имеет вид и весьма похож на график ряда $Dokhfeedbud$. Для анализа опять выделим интервал 1996:01:2000:05 (53 наблюдения), на котором ряд имеет вид

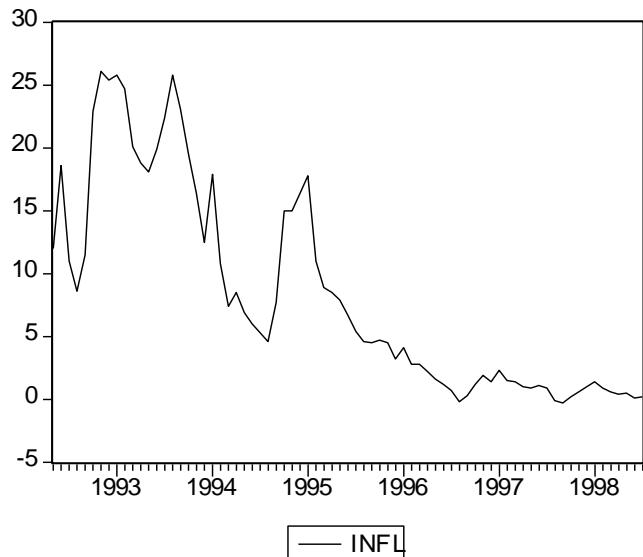


В отличие от ряда доходов федерального бюджета, учет сезонности в ряде налоговых доходов достигается при помощи одной сезонной компоненты отвечающей декабрю. Интерпретация результатов для ряда налоговых доходов полностью аналогично нашим выводам при анализе ряда полных доходов федерального бюджета. Единственной отличительной чертой в данном случае является более выраженный перелом в случайному тренде в период после августа 1998 года. Данный факт может быть объяснен тем, что в 1996-первой половине 1998 года доля неналоговых доходов (в первую очередь, доходов от приватизации) была значительно выше, чем в послекризисный период. Таким образом, снижение неналоговых доли до-

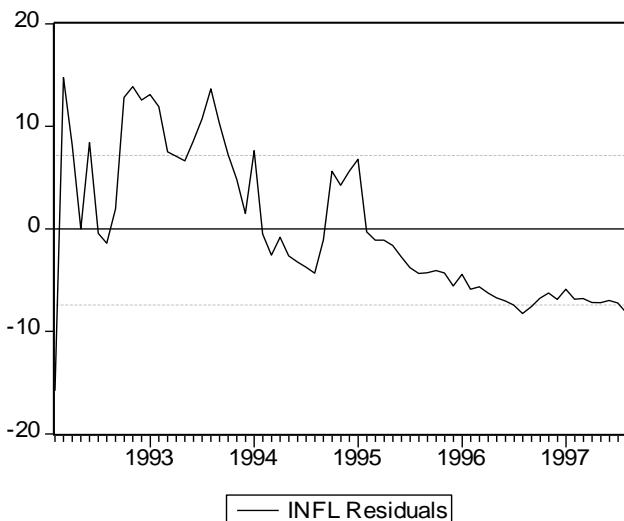
ходов частично компенсировало бурный рост налоговых доходов после августа 1998 года, и динамика совокупных доходов федерального бюджета более плавная.

3.4. Темпы инфляции

В этом разделе рассматривается ряд $X_t = \text{INFL}$ значений темпов прироста индекса потребительских цен за период с декабря 1990 г. по июль 2000 г. График ряда (см. рис. 2-1 части 2.1) на рассматриваемом периоде имеет три резких всплеска, соответствующих апрелю 1991 г., январю-февралю 1992 г. и сентябрю 1998 г., связанных, соответственно, с моментами повышения цен правительством В. Павлова, либерализации цен и инфляционного всплеска после августовского кризиса. Выделим для исследования промежуток времени между двумя последними всплесками, точнее, период 1992:05-1998:07. Для этого периода график ряда имеет вид:



Проведенный в 2.5. анализ данного ряда не отвергает DS-гипотезу
Между тем, график ряда остатков, получаемого при оценивании этой AR(1)-модели,



практически повторяет форму ряда X_t и имеет тренд. Поэтому сделанный в [Экономика переходного периода. Очерки экономической политики посткоммунистической России 1991 – 1997 (1998, Приложение IY)] и [Экономика переходного периода. Очерки экономической политики посткоммунистической России 1991 – 1997 (1998, Приложение IY)] вывод о предпочтительности рассмотренной авторегрессионной модели перед моделями линейного и логарифмического тренда нельзя считать полностью аргументированным.

Полученные нами результаты находятся в согласии с основными представлениями о характере инфляционных процессов. Динамические ряды инфляции в разных странах мира, преимущественно, представляют собой «случайное блуждание». Высокая инерционность темпов роста цен, основанная на инерционности ценовых ожиданий экономических агентов, делает влияние шоков перманентным, сохраняющимся на протяжении продолжительного периода. В то же время, это затрудняет проведение успешной антиинфляционной политики без наличия высокой степени доверия к намерениям денежных властей.

Для переходных и развивающихся экономик, переживающих частые всплески инфляции и периоды стабилизационной политики, «случайное блуждание» накладывается понижательный линейный или нелинейный

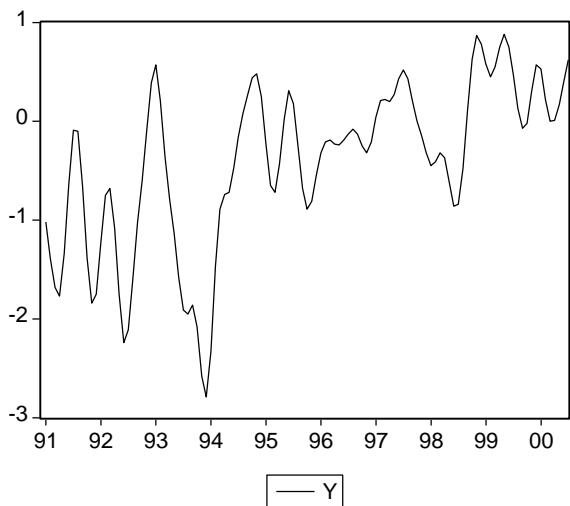
тренд, что затрудняет идентификацию порядка интегрированности ряда. Фактически ряд представляет собой нестационарный стохастический процесс с понижательным дрейфом.

Другим важным аспектом анализа свойств ряда темпов роста цен в условиях нестабильной инфляции является нарушение предпосылки о постоянстве дисперсии отклонений от детерминированного или стохастического тренда. Такой ряд в большинстве случаев хорошо описывается моделью с условной авторегрессионной гетероскедастичностью остатков, и проблема устойчивости динамики ряда в значительной степени решается на основе анализа коэффициентов уравнения дисперсии (т.е. в зависимости от временных или перманентных отклонений дисперсии остатков от некоторой постоянной величины). Однако технически осуществление теста на единичные корни с допущением об ARCH (GARCH) остатков крайне затруднительно.

3.5. Индекс интенсивности промышленного производства

Если попытаться решить вопрос об использовании для описания ряда модели интегрированного процесса или модели стационарного относительно тренда процесса, то здесь не вполне ясной представляется подходящая модель тренда. С одной стороны, в целом кажется подходящей модель квадратичного тренда. С другой стороны, выделяются более короткие периоды, на которых более предпочтительным представляется линейный тренд. Один из таких периодов – это интервал 1994:01-1998:08. На этом интервале гипотеза единичного корня не отвергается. Однако на более широком интервале 1990:12–1998:08 гипотеза единичного корня отвергается.

Если все же перейти к рассмотрению ряда разностей $Y_t = X_t - X_{t-1}$, то последний выглядит следующим образом:



и имеет различные средние уровни на интервалах 1990:12-1994:04, 1994:05-1998:08 и 1998:09-2000:07. Однако при оценивании модели, учитывющей такое изменение уровней, ряд остатков имеет автокоррелированность, которую не удается компенсировать в рамках достаточно простых моделей. Вопрос о построении модели ряда требует дальнейшей проработки.

На наш взгляд, различие в характере процесса на подпериодах объясняется, в первую очередь, относительно коротким периодом наблюдений (10 лет), тогда как эффекты от изменения фундаментальных факторов, влияющих на динамику промышленного производства, отражаются показателями с низкой частотностью (квартальные или годовые данные) и на сравнимых с длиной ряда периодах. Использование месячных наблюдений в данном случае, хотя формально увеличивает число степеней свободы, не меняет длину ряда с экономической точки зрения.

Как известно из экономической теории, колебания промышленного производства (а также реальный ВВП) в долгосрочном периоде определяются действием накладывающихся деловых циклов различной продолжительности, а также сильными реальными макроэкономическими шоками (например, Великая Депрессия в США). Краткосрочные отклонения объема выпуска от тренда вызываются шоками экономической политики (денежно-кредитная или курсовая политика, увеличение государственных

расходов и т.д.) Как было показано во введении, основная дискуссия в литературе разворачивается вокруг вопроса о том, является ли тренд стохастическим или детерминированным. Или, другими словами, имеют последствия экономической политики временные или перманентные эффекты.

Очевидно, что имеющийся в нашем распоряжении десятилетний период наблюдений слишком мал для подобных заключений. В то же время, попытаемся наметить некоторые гипотезы, вытекающие из полученных результатов, но аккуратное тестирование которых еще предстоит.

Во-первых, ключевым фактором, определяющим динамику промышленного производства в России в 1990-2000 годах, является так называемый трансформационный спад, связанный с переходом от административно-командной к рыночной экономике. Существование такого спада отмечено во всех переходных экономиках и порождает U-образную траекторию движения промышленного производства (и реального ВВП). С математической точки зрения такая траектория может быть описана квадратичным трендом, что и было показано на имеющихся данных.

Во-вторых, история развития экономики России на нисходящем участке траектории соответствует, скорее, случаю детерминированного тренда. Отклонения от отрицательного тренда, например, вследствие попыток «поддержать» производство с помощью денежной эмиссии, имели краткосрочный характер, после чего падение продолжалось. В рамках интерпретации шоков это соответствует случаю транзитивности, и ряд имеет детерминированный тренд. Именно такой результат получен нами при оценке всего периода с конца 1990 по август 1998 года.

В-третьих, с середины 1994 года можно говорить о замедлении темпов трансформационного спада, когда рыночные механизмы уже стали оказывать влияние на состояние экономики. Однако в отличие от других стран Восточной Европы стабилизация на «нижней точке» в России была отложена из-за сохраняющихся высоких темпов инфляции и отсутствия структурных реформ, более масштабного по сравнению с другими странами распространения неплатежей, высокой политической неопределенностью и т.д. Таким образом, отрицательный тренд в динамике производства сохранился, но характер процесса поменялся. Колебания траектории усилились.

В-четвертых, фактически точка минимума трансформационного спада была пройдена в 1996 году, и рост производства начался уже в 1997 году. Однако из-за резкого ухудшения внешнеэкономической конъюнктуры и мирового финансового кризиса во второй половине 1997 - первой половине 1998 года на восходящий тренд наложился сильный отрицательный конь-

юнктурный шок, и темпы прироста промышленного производства стали вновь отрицательными.

Таким образом, динамика промышленного производства с 1994-1995 годов до августа 1998 года является результатом одновременного действия нескольких разнонаправленных процессов, результатом действия которых стала нестационарность ряда на данном участке.

В-пятых, в период после кризиса траектория промышленного производства также является результатом наложения трех различных по своей природе реальных шоков: фундаментальный рост экономики после трансформационного спада на основе развития нового рыночного сектора, последевальвационный импортозамещающий рост и крайне благоприятная конъюнктура мировых рынков. К настоящему моменту количество даже месячных наблюдений еще недостаточно для проведения тестов на стационарность ряда, и вопрос о транзитивности или перманентности как названных, так прочих (со стороны экономической политики) шоков остается открытym.

3.6. Валовый внутренний продукт

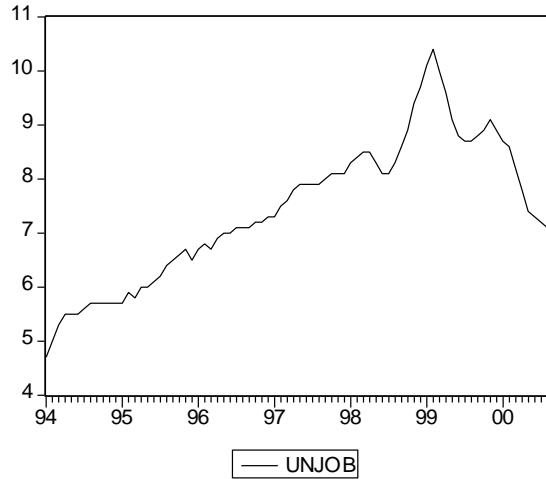
Получение сколько-нибудь надежных статистических выводов оказывается невозможным ввиду слишком малого количества наблюдений.

График ряда $X_t = \text{GDP}$ (см. рис 2-4 , раздел 2.1) похож по характеру поведения на графики денежных рядов, но только здесь мы имеем существенно меньшее количество наблюдений ($n=26$), что может затруднить проверку на наличие единичного корня. Действуя, как и в случае ряда $M1$, и замечая, что на сей раз $T_B=18$ (что соответствует третьему кварталу 1998 г.) можно построить модель, в которой существенными переменными будут тренд, сезонная компонента (1-й квартал) и AR(1). При этом ряд остатков проходит все тесты на независимость, одинаковую распределенность и нормальность, хотя, конечно, следует иметь в виду, что все тесты асимптотические.

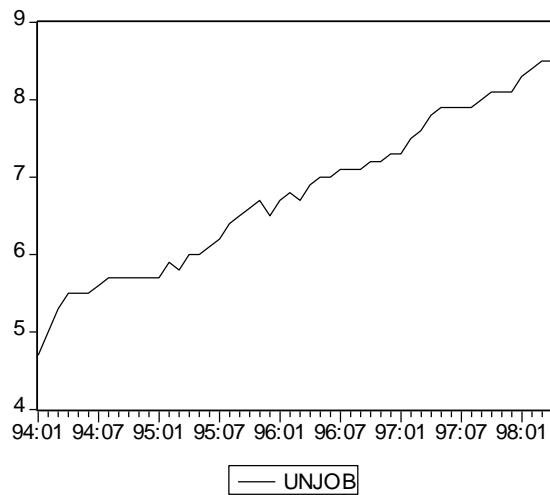
К данному ряду в равной степени относятся все идеи, высказанные нами при интерпретации результатов анализа ряда динамики промышленного производства.

3.7. Безработица

График ряда безработицы UNJOB имеет вид



Для анализа выбираем период 1994:01- 1998:04 (52 месяца), на котором ряд ведет себя более или менее однородным образом:



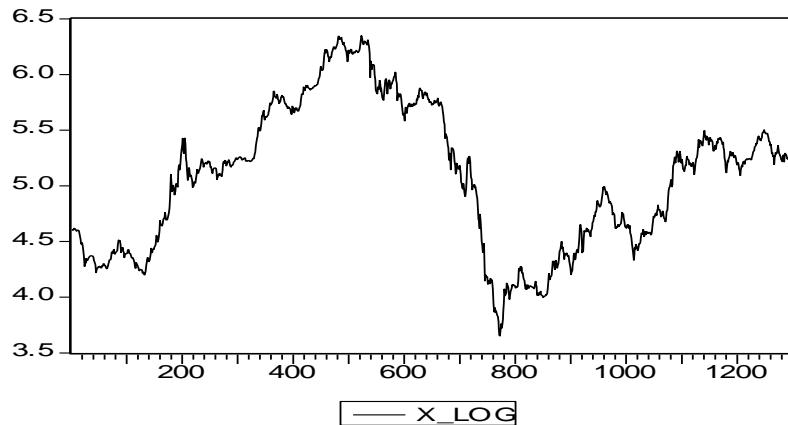
Статистические выводы, полученные в 2.8, не отвергают TS-гипотезу на этом промежутке времени.

Экономическая интерпретация полученных результатов очевидна. В условиях трансформационного спада динамика безработицы, в целом повторяет динамику спада производства, так как на участке спада высвобождение рабочих на закрывающихся предприятиях идет быстрее, чем рост занятости на новых производствах. Однако в России значительное влияние на данные о количестве безработных оказали скрытая безработица (когда неработающие предприятия формально не увольняли рабочих), а также низкое качество статистики безработицы. Таким образом, ряд безработицы получается более гладким, чем ряды промышленного производства или ВВП, и его стационарность относительно линейного тренда не отвергается.

3.8. Фондовый индекс РТС-1

В отличие от всех ранее рассмотренных рядов здесь мы имеем дело с рядом дневных значений. График ряда $X_t = \text{RTS1}$ (см. рис 2-7 в 2.1 – всего 1294 наблюдения) имеет достаточно сложный вид, затрудняющий описание этого ряда единой моделью.

Имея в виду обычную практику построения моделей подобных рядов, рассмотрим ряд $Y_t = \ln X_t$, график которого имеет вид



Проведем такой анализ этого ряда на интервалах с 01/09/95 по 03/09/97 (1 – 500 наблюдения), с 05/11/97 по 08/04/98 (545 – 649 наблюде-

ния), с 09/04/98 по 08/10/98 (650 – 776 наблюдения) и с 09/10/98 по 31/10/00 (777 – 1294 наблюдения).

Подведем итоги анализа ряда РТС1 на интервале с 01/09/95 по 31/10/00 и на отдельных подинтервалах.

Полный интервал наблюдений **01/09/95-31/10/00**: интегрированный ряд первого порядка

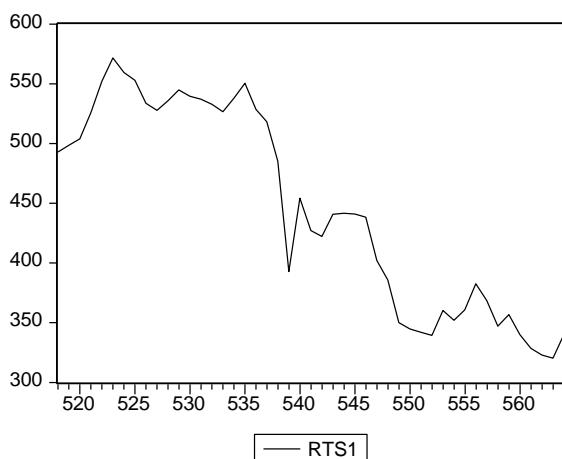
Интервал с **1 по 500 наблюдение (с 01/09/95 по 03/09/97)**: интегрированный ряд первого порядка.

Интервал с **545 по 649 наблюдение (05/11/97-08/04/98)**: скорее стационарный ряд.

Интервал с **650 по 776 наблюдение (09/04/98-08/10/98)**: интегрированный ряд первого порядка.

Наконец, для интервала с **777 по 1294 наблюдение (09/10/98-31/10/00)**: интегрированный ряд первого порядка.

Таким образом, построены модели ряда Z_t для пяти интервалов, покрывающих в совокупности практически весь период наблюдений за исключением отрезка с 538 по 544 наблюдения – с 27 октября по 4 ноября 1997 г., когда произошло первое наиболее серьезное падение индекса РТС-1, связанное с развитием финансового кризиса. График поведения ряда X_t в окрестности указанного отрезка имеет вид:



Оценки для ряда российского фондового индекса соответствуют общим экономическим представлениям о характере поведения подобных финансовых рядов. Нестационарность фондовых индексов и курсов отдель-

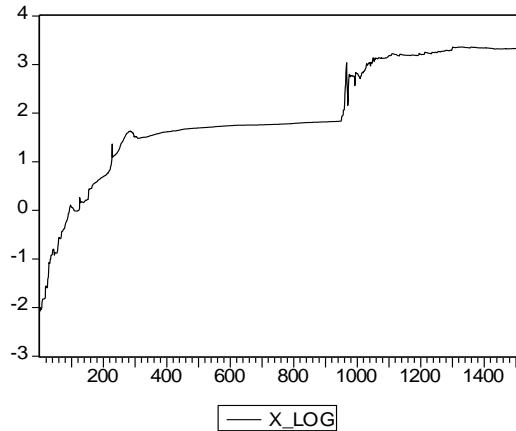
ных акций является достаточно общим свойством как развитых, так и для развивающихся рынков. Наши результаты свидетельствуют, что как на всем периоде, так и практически на всех подпериодах ряд фондового индекса РТС соответствовал процессу «случайного» блуждания. Единственный участок, на котором гипотеза о стационарности ряда не может быть отвергнута, относится к крайне непродолжительному периоду начального этапа финансового кризиса в России 1998 года, и правомочность выделения его в самостоятельный подпериод может быть поставлена под сомнение.

Следование процессу «случайного блуждания» обычно интерпретируется в теории финансов и финансовых рынков как свидетельство в пользу гипотезы эффективных рынков (в слабой форме). На наш взгляд, такой результат был бы крайне важен для анализа российских финансовых рынков. Однако знание характеристик рынка (капитализация компаний, стратегия основных участников, количество торгуемых акций, ликвидность и т.д.), не позволяют нам утверждать, что на основании полученных результатов гипотеза об эффективности рынка не отвергается.

3.9. Обменный курс рубля

Здесь мы опять имеем дело с дневными данными. График ряда $X_t = \text{Rubkurs}$ (см. рис. 2-8 , раздел 2-1) имеет весьма сложную форму

Мы также будем проводить анализ ряда логарифмов $Y_t = \ln X_t$, график которого имеет вид



В данном исследовании мы рассмотрели динамику ряда только за пределами валютного коридора, существовавшего с июня 1995 года по август 1998 года, когда режим валютного курса был плавающим (с 1992 года по май 1995 года, с сентября 1998 года по июль 2000 года).

Полученные результаты, также как и для большинства других рассматриваемых рядов, согласуются с общими представлениями макроэкономических и финансовых переменных в заданных условиях. Так, практически на всем рассматриваем участке, за исключением 1999 года, – о чем будет сказано особо – динамика курса рубля к доллару соответствовала нестационарному процессу, имеющему единичный корень. Курс рубля находился в свободном плавании, и в целом на периоде Центральный банк РФ мало влиял на темпы его изменения.

На периоде 1999 года курс рубля является стационарным относительно линейного тренда. В частности, это связано с тем, что на данном временном интервале, несмотря на формальное действие режима плавающего обменного курса, существовали сильные ограничения на операции на валютном рынке. В частности, официальный курс российской валюты устанавливался на основе результатов торгов на утренней сессии, доступ к которой имели только участники внешнеторговых операций, и ситуация на которой полностью контролировалась Банком России. Как уже было показано в рамках предыдущего проекта ИЭПП «Анализ макроэкономических и институциональных проблем финансового кризиса в России, разработка программы преодоления его последствий и достижение финансовой стабилизации. Взаимодействие между финансовыми индикаторами и характеристиками реального сектора», динамика курса на утренней сессии была стационарной относительно детерминированного линейного тренда, тогда как движение курса на дневной сессии соответствовали процессу «случайного блуждания».

Заключение

В последние годы большое внимание в эконометрической литературе уделяется анализу структурных свойств экономических временных рядов. Это вызвано тем, что далеко не всегда значения временного ряда формируются под воздействием некоторых факторов. Нередко бывает, что развитие того или иного процесса обусловлено его внутренними закономерностями, а отклонения от детерминированного процесса вызваны ошибками измерений или случайными флуктуациями. В последнее время появилось достаточно большое количество работ, в которых рассматриваются различные эконометрические аспекты развития Российской экономики. Однако в этих работах практически не уделяется внимания статистическим характеристикам самих динамических рядов, определяющих исходные данные моделей.

Для временных рядов главный интерес представляет описание или моделирование их структуры. Цель таких исследований, как правило, шире моделирования, хотя некоторую информацию можно получить и непосредственно из модели, делая выводы о выполнении тех или иных экономических законов (скажем, закона паритета покупательной способности) и проверяя различные гипотезы (например, гипотезу эффективности финансовых рынков). Построенная модель может использоваться для экстраполяции или прогнозирования временного ряда, и тогда качество прогноза может служить полезным критерием при выборе среди нескольких моделей. Построение хороших моделей ряда необходимо и для других приложений, таких, как корректировка сезонных эффектов и сглаживание. Наконец, построенные модели могут использоваться для статистического моделирования длинных рядов наблюдений при исследовании больших систем, для которых временной ряд рассматривается как входная информация.

Для правильного решения различных содержательных задач экономического анализа необходимо рассматривать различные аспекты каждого исследуемого временного ряда, а для этого, прежде всего, нужно определить его глобальную структуру, т.е. решить вопрос об отнесении каждого из рассматриваемых рядов к классу рядов, стационарных относительно тренда – TS (trend stationary), или к классу рядов, остатионариземых только путем дифференцирования ряда – DS (difference stationary) рядов.

Проблема отнесения макроэкономических рядов динамики, имеющих выраженный тренд, к одному из двух указанных классов активно обсуждалась в последние два десятилетия в мировой эконометрической и экономической литературе, поскольку траектории TS и DS ряды отличаются друг от друга кардинальным образом. TS ряды имеют линию тренда в качестве некоторой “центральной линии”, которой следует траектория ряда, находясь, то выше, то ниже этой линии, с достаточно частой сменой положений выше-ниже. DS ряды помимо детерминированного тренда (если таковой имеется) имеют еще и стохастический тренд, из-за присутствия которого траектория DS ряда весьма долго пребывает по одну сторону от линии детерминированного тренда (выше или ниже соответствующей прямой), удаляясь от нее на значительные расстояния, так что по-существу в этом случае линия детерминированного тренда перестает играть роль “центральной” линии, вокруг которой колеблется траектория процесса. В TS-рядах влияние предыдущих шоковых воздействий затухает с течением времени, а в DS-рядах такое затухание отсутствует и каждый отдельный шок влияет с одинаковой силой на все последующие значения ряда. Поэтому наличие стохастического тренда требует определенных политических усилий для возвращения макроэкономической переменной к ее долговременной перспективе, тогда как при отсутствии стохастического тренда серьезных усилий для достижения такой цели не требуется – в этом случае макроэкономическая переменная “скользит” вдоль линии тренда как направляющей, пересекая ее достаточно часто и не уклоняясь от этой линии сколько-нибудь далеко.

Построение адекватной модели макроэкономического ряда, которую можно использовать для описания динамики ряда и прогнозирования его будущих значений, и адекватных моделей связей этого ряда с другими макроэкономическими рядами невозможно без выяснения природы этого ряда и природы рядов, с ним связываемых, т.е. без выяснения принадлежности ряда к одному из двух указанных классов (TS или DS).

Основной результат, полученный в проведенном исследовании, суммирован в табл. 1

ТАБЛИЦА 1. КЛАССИФИКАЦИЯ РЯДОВ ПО СТАЦИОНАРНОСТИ

Ряд	Периодичность наблюдений	Интервал наблюдений	Анализируемый интервал	Предпочтительная модель (DS или TS)
M1	месяц	1995:06 – 2000:07	1995:06 – 2000:07	DS
M0	месяц	1990:12 – 2000:07	1995:06 – 2000:07	DS
M2	месяц	1990:12 – 2000:07	1995:06 – 2000:07	DS
EXPORT	месяц	1994:01 – 2000:04	1994:01 – 2000:04	TS
IMPORT	месяц	1994:01 – 2000:04	1994:01 – 1998:01	Ясности нет
IMPORT	месяц	1994:01 – 2000:04	1998:10 – 2000:04	Ясности нет (мало данных)
DOKHFEDBUD	месяц	1992:01 – 2000:05	1992:01 – 1993:09	Ясности нет (мало данных)
DOKHFEDBUD	месяц	1992:01 – 2000:05	1993:10 – 1995:05	Ясности нет (мало данных)
DOKHFEDBUD	месяц	1992:01 – 2000:05	1996:01 – 2000:05	DS
NALOGDOKH	месяц	1992:01 – 2000:05	1996:01 – 2000:05	DS
INFL	месяц	1991:01 – 2000:08	1992:05 – 1998:07	DS
INTPROM	месяц	1990:12 – 2000:07	1990:12 – 1998:08	TS
INTPROM	месяц	1990:12 – 2000:07	1994:01 – 1998:08	DS
UNJOB	месяц	1994:01 – 2000:08	1994:01 – 1998:04	TS
GDP	квартал	1994:2 – 2000:2	1994:2 – 2000:2	Результат не ясен
RTS1	день	01/09/95 – 31/10/00	01/09/95 – 03/09/97	DS
RTS1	день	01/09/95 – 31/10/00	05/11/97 – 08/04/98	TS
RTS1	день	01/09/95 – 31/10/00	09/04/98 – 08/10/98	DS
RTS1	день	01/09/95 – 31/10/00	09/10/98 – 31/10/00	DS
RTS1	день	01/09/95 – 31/10/00	01/09/95 – 31/10/00	DS
RUBKURS	день	01/07/92 – 01/11/00	01/07/92 – 26/08/94	DS
RUBKURS	день	01/07/92 – 01/11/00	11/01/99-22/12/99	Ясности нет
RUBKURS	день	01/07/92 – 01/11/00	11/01/99-01/11/00	TS
RUBKURS	день	01/07/92 – 01/11/00	25/01/00-28/07/00	DS

Как видно из приведенной таблицы, большинство исследованных рядов имеет тип DS, т.е. эти ряды являются нестационарными в уровнях и стационарными в разностях и не относятся к классу рядов, стационарных относительно детерминированного тренда. Только лишь ряды, характеризующие экспорт и безработицу, могут рассматриваться на исследованных периодах времени как стационарные относительно детерминированного тренда. Ряд РТС-1 можно рассматривать как стационарный (относительно

тренда) в предкризисный период (05/11/97 – 08/04/98), но уже в кризисный период (09/04/98 – 08/10/98) он переходит в класс DS рядов.

Практически все ряды имеют излом тренда, приходящийся на вторую половину 1998 г., что, по-видимому, связано с изменением условий экономического развития после августовского кризиса 1998 года.

В работе отработана методика исследования экономических временных рядов, позволяющая проводить различие между TS и DS рядами. Рассмотрена простейшая производная база знаний, которая может стать основой для последующей разработки экспертной системы анализа временных рядов. Такая экспертная система позволит упростить и унифицировать анализ временных рядов и может служить основой эконометрического анализа различных показателей экономической динамики.

Развитие проведенного исследования по нашему мнению целесообразно проводить в следующих направлениях.

1. Отбор временных рядов для последующего эконометрического анализа на основе содержательных задач, решаемых в институте.
2. Разработка на основе базы знаний, построенной в работе, информационно-советующей экспертной системы эконометрического анализа временных рядов.
3. Разработка методики анализа взаимосвязей временных рядов для целей построения прогностических моделей.

Приложения

П1. Обзор процедур, используемых для различия TS и DS рядов

П1.1. Критерий Дики–Фуллера и его обобщение

П1.1.1. Критерий Дики–Фуллера

Под критерием Дики–Фуллера в действительности понимается группа критериев, объединенных одной идеей, предложенных и изученных в работах [Dickey (1976)], [Fuller (1976)], [Dickey, Fuller (1979)], [Dickey, Fuller (1981)]. В критериях Дики–Фуллера проверяемой (нулевой) является гипотеза о том, что исследуемый ряд x_t принадлежит классу DS (DS-гипотеза); альтернативная гипотеза – исследуемый ряд принадлежит классу TS (TS-гипотеза). Критерий Дики–Фуллера фактически предполагает, что наблюдаемый ряд описывается моделью авторегрессии первого порядка (возможно, с поправкой на линейный тренд). Критические значения зависят от того, какая статистическая модель оценивается и какая вероятностная модель в действительности порождает наблюдаемые значения. При этом рассматриваются следующие три пары моделей (SM – статистическая модель, statistical model; DGP – модель порождения данных, data generating process).

1) Если ряд x_t имеет детерминированный линейный тренд (наряду с которым может иметь место и стохастический тренд), то в такой ситуации берется пара

$$SM: \Delta x_t = \varphi x_{t-1} + \alpha + \beta t + \varepsilon_t, t = 2, \dots, T,$$

$$DGP: \Delta x_t = \alpha + \varepsilon_t, t = 2, \dots, T.$$

В обоих случаях ε_t – независимые случайные величины, имеющие одинаковое нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием..

Методом наименьших квадратов оцениваются параметры данной SM и вычисляется значение t -статистики t_φ для проверки гипотезы $H_0 : \varphi = 0$. Полученное значение сравнивается с критическим уровнем t_{crit} , рассчитанным в предположении, что наблюдаемый ряд в действительности порождается данной моделью DGP (случайное блуждание со сносом). DS-гипотеза

отвергается, если $t_\varphi < t_{crit}$. Критические уровни, соответствующие выбранным уровням значимости, можно взять из таблиц, приведенных в книгах [Fuller (1976)], [Fuller (1996)], если ряд наблюдается на интервалах длины $T = 25, 50, 100, 250, 500$. Если количество наблюдений T другое, то тогда можно вычислить приближенные критические значения статистики t_{crit} , используя формулы, приведенные в работе [MacKinnon (1991)].

2) Если ряд x_t не имеет детерминированного тренда (но может иметь стохастический тренд) и имеет ненулевое математическое ожидание, то берется пара

$$SM: \Delta x_t = \varphi x_{t-1} + \alpha + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T,$$

$$DGP: \Delta x_t = \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T.$$

Методом наименьших квадратов оцениваются параметры данной SM и вычисляется значение t -статистики t_φ для проверки гипотезы $H_0 : \varphi = 0$. Полученное значение сравнивается с критическим уровнем t_{crit} , рассчитанным в предположении, что наблюдаемый ряд в действительности порождается данной моделью DGP (случайное блуждание без сноса). DS-гипотеза отвергается, если $t_\varphi < t_{crit}$. Критические уровни, соответствующие выбранным уровням значимости, можно взять из таблиц, приведенных в книгах [Fuller (1976)], [Fuller (1996)], если ряд наблюдается на интервалах длины $T = 25, 50, 100, 250, 500$. Если количество наблюдений T другое, то тогда можно вычислить приближенные критические значения статистики t_{crit} , используя формулы, приведенные в работе [MacKinnon (1991)].

3) Наконец, если ряд x_t не имеет детерминированного тренда (но может иметь стохастический тренд) и имеет нулевое математическое ожидание, то берется пара

$$SM: \Delta x_t = \varphi x_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T,$$

$$DGP: \Delta x_t = \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T.$$

Методом наименьших квадратов оцениваются параметры данной SM и вычисляется значение t -статистики t_φ для проверки гипотезы $H_0 : \varphi = 0$. Полученное значение сравнивается с критическим уровнем t_{crit} , рассчитанным в предположении, что наблюдаемый ряд в действительности порождается данной моделью DGP (случайное блуждание без сноса). DS-гипотеза отвергается, если $t_\varphi < t_{crit}$. Критические уровни, соответствующие выбранным уровням значимости, можно взять из таблиц, приведенных в книгах [Fuller (1976)], [Fuller (1996)], если ряд наблюдается на интервалах длины $T = 25, 50, 100, 250, 500$. Если количество наблюдений T другое, то тогда

можно вычислить приближенные критические значения статистики t_{crit} , используя формулы, приведенные в работе [MacKinnon (1991)].

Неправильный выбор оцениваемой статистической модели может существенно отразиться на мощности критерия Дики-Фуллера. Например, если наблюдаемый ряд порождается моделью случайного блуждания со сносом, а статистические выводы делаются по результатам оценивания статистической модели без включения в ее правую часть трендовой составляющей, то тогда мощность критерия, основанная на статистике t_φ , стремится к нулю с возрастанием количества наблюдений (см. [Perron (1988)]). С другой стороны, оцениваемая статистическая модель не должна быть и избыточной, поскольку это также ведет к уменьшению мощности критерия.

Формализованная процедура использования критериев Дики-Фуллера с последовательной проверкой возможности редукции статистической модели приведена в работе [Dolado, Jenkinson, Sosvilla-Rivero (1990)]; см. также [Enders (1995)].

П1.1.2. Расширенный критерий Дики-Фуллера. Выбор количества запаздывающих разностей

Описанный выше критерий Дики-Фуллера фактически предполагает, что наблюдаемый ряд описывается моделью авторегрессии первого порядка (возможно, с поправкой на линейный тренд). Если же наблюдаемый ряд описывается моделью более высокого (но конечного) порядка p и характеристический многочлен имеет не более одного единичного корня, то тогда можно воспользоваться расширенным (augmented) критерием Дики-Фуллера. В каждой из трех рассмотренных выше ситуаций достаточно дополнить правые части оцениваемых статистических моделей запаздывающими разностями Δx_{t-j} , $t = 2, \dots, p - 1$, так что, например, в первой ситуации теперь оценивается расширенная статистическая модель

$$\text{SM: } \Delta x_t = \varphi x_{t-1} + \alpha + \beta t + \sum_{j=1}^{p-1} \theta_j \Delta x_{t-j} + \varepsilon_t, \quad t = p+1, \dots, T.$$

Полученные при оценивании расширенных статистических моделей значения t -статистик t_φ для проверки гипотезы $H_0 : \varphi = 0$ сравниваются с теми же критическими значениями t_{crit} , что и для рассмотренных выше (не-расширенных) моделей. DS-гипотеза отвергается, если $t_\varphi < t_{crit}$.

Заметим, что расширенный критерий Дики-Фуллера может применяться и тогда, когда ряд x_t описывается смешанной моделью авторегрессии-

скользящего среднего. Как было указано в работе [Said, Dickey (1984)], если ряд наблюдений x_1, \dots, x_T порождается моделью ARIMA($p, 1, q$) с $q > 0$, то его можно аппроксимировать моделью ARI($p^*, 1$) = ARIMA($p^*, 1, 0$) с $p^* < T^{1/3}$ и применять процедуру Дики-Фуллера к этой модели.

Однако даже если ряд наблюдений x_1, \dots, x_T действительно порождается моделью авторегрессии AR(p) конечного порядка p , то значение p обычно не известно и его приходится оценивать на основании имеющихся наблюдений, а такое предварительное оценивание влияет на характеристики критерия. Поэтому при анализе данных приходится сначала выбирать значение $p=p_{\max}$ достаточно большим, так, чтобы оно было не меньше истинного порядка p_0 авторегрессионной модели, описывающей ряд, или порядка p^* аппроксимирующей авторегрессионной модели, а затем пытаться понизить используемое значение p , апеллируя к наблюдениям.

Такое понижение может осуществляться, например, путем последовательной редукции расширенной модели за счет исключения из нее незначимых (на 10% уровне) запаздывающих разностей (GS-стратегия перехода от общего к частному) или путем сравнения (оцененных) полной и редуцированных моделей с различными $p \geq p_{\max}$ по информационному критерию Шварца (SIC). В работах [Hall (1994)] и [Ng, Perron (1995)] показано, что если $p_{\max} \geq p_0$, то тогда в пределе (при $T \rightarrow \infty$) SIC выбирает правильный порядок модели, а стратегия GS выбирает модель с $p \geq p_0$; при этом факт определения порядка модели на основании имеющихся данных не влияет на асимптотическое распределение статистики Дики-Фуллера.

При практической реализации указанных двух подходов, когда мы имеем лишь ограниченное количество наблюдений, эти две процедуры могут приводить к совершенно различным выводам относительно необходимого количества запаздываний в правой части статистической модели, оцениваемой в рамках расширенного критерия Дики-Фуллера. Так, при анализе динамики валового внутреннего продукта (GDP) США по годовым данным на периоде с 1870 по 1994 гг. [Murray, Nelson (2000)], выбрав $p_{\max} = 8$, получили при использовании GS-стратегии значение $p = 6$, тогда как по SIC было выбрано значение $p = 1$. В подобных конфликтных ситуациях можно для контроля ориентироваться также на достижение некоррелированности по LM-критерию остатков от оцененной модели (см. [Holden, Perman (1994)]). Заметим, однако, что в недавней статье [Taylor (2000)] автор приходит в выводам, отличающимся от выводов Ng и Perron: при конечных выборках расширенные критерии Дики-Фуллера очень чувствительны и к форме детерминистских переменных и к принятой структуре

запаздываний. Последняя, однако, недооценивается и GS-стратегией и SC-критерием. Это, в свою очередь, ведет к отклонениям от номинальных уровней значимости критериев Дики-Фуллера.

П1.2. Критерий Филлипса-Перрона

Этот критерий, предложенный в работе [Phillips, Perron (1988)], сводит проверку гипотезы о принадлежности ряда x_t классу DS к проверке гипотезы $H_0 : \varphi = 0$ в рамках статистической модели

$$SM: \Delta x_t = \varphi x_{t-1} + \alpha + \beta t + u_t, \quad t = 2, \dots, T,$$

где, как и в критерии Дики-Фуллера, параметры α и β могут быть взяты равными нулю. Однако, в отличие от критерия Дики-Фуллера, случайные составляющие u_t с нулевыми математическими ожиданиями могут быть автокоррелированными (с достаточно быстрым убыванием автокорреляционной функции), иметь различные дисперсии (гетероскедастичность) и не обязательно нормальные распределения (но такие, что $E|u_t|^\delta \leq C < \infty$ для некоторого $\delta > 2$). Тем самым, в отличие от критерия Дики-Фуллера, к рассмотрению допускается более широкий класс временных рядов.

Критерий Филлипса-Перрона основывается на t -статистике для проверки гипотезы $H_0 : \varphi = 0$ в рамках указанной статистической модели, но использует вариант этой статистики Z_t , скорректированный на возможную автокоррелированность и гетероскедастичность ряда u_t . При вычислении статистики Z_t приходится оценивать так называемую “долговременную” (“long-run”) дисперсию ряда u_t , которая определяется как

$$\lambda^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} E(u_1^2 + \dots + u_T^2).$$

Если u_t^* – остатки от оцененной (методом наименьших квадратов) статистической модели $\Delta x_t = \varphi x_{t-1} + \alpha + \beta t + u_t, \quad t = 2, \dots, T$, то в качестве оценки $(\lambda^2)^*$ для λ^2 можно взять оценку [Newey, West (1987)]

$$(\lambda^2)^* = \gamma_0^* + 2 \sum_{j=1}^l \left[1 - \frac{j}{l+1} \right] \gamma_j^*,$$

где

$$\gamma_j^* = T^{-1} \sum_{t=j+1}^l u_t^* u_{t-j}^*$$

j -я выборочная автоковариация ряда u_t . Если и l и T стремятся к бесконечности, но так, что $(l/T)^{1/4} \rightarrow 0$, то тогда $(\lambda^2)^*$ – состоятельная оценка для λ^2 (см. [Phillips (1987)]) и асимптотические распределения статистики Z_l совпадают с соответствующими асимптотическими распределениями статистики t_ϕ в критерии Дики-Фуллера. Поскольку реально мы имеем лишь конечное количество наблюдений, встает вопрос о выборе количества используемых лагов l в оценке Newey-West (параметр l называют “шириной окна” – window size). Этот вопрос достаточно важен, т.к. недостаточная ширина окна ведет к отклонениям от номинального размера критерия (уровня значимости). В то же время увеличение ширины окна для избежания отклонений от номинального размера критерия ведет к падению мощности критерия. Таким образом, выбор какой-то конкретной ширины окна является компромиссом между двумя этими противоположными тенденциями.

Целый ряд исследований в этом направлении (сюда относятся, например, работы [Phillips, Perron (1988)], [Schwert (1989)]) не привел к какому-либо простому правилу выбора значения l . В этом отношении особняком стоит работа [Andrews (1991)], в которой при построении оценки λ^2 используются все $T - 1$ оцененные автоковариации, но умножается γ_j^* не

$$\text{на } k\left(\frac{j}{l+1}\right), \quad \text{где } k(z) = \begin{cases} 1-z & \text{для } z \leq \frac{l}{l+1} \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad \text{а на } k\left(\frac{j}{l+1}\right),$$

$$\text{где } k(z) = \frac{3}{(6\pi z/5)^2}.$$

Однако и в этом случае остается задача подходящего выбора параметра l .

Часто при выборе этого параметра пользуются все же рекомендациями [Schwert (1989)], полагая $l = [K \times (T/100)^{1/4}]$, где $[a]$ – целая часть числа a , а значение K полагается равным 4 для квартальных и равным 12 для месячных данных. Другое правило выбора значения l реализованное, в частности, в пакете программ статистического анализа EViews (Econometric Views), состоит в выборе значения $l = [4 \times (T/100)^{2/9}]$ ([Newey, West (1994)]). Некоторые авторы рекомендуют не опираться только лишь на длину ряда, а учитывать при выборе l количество значимых автокорреляций ряда.

Критические значения для статистики Z_t берутся из тех же таблиц [Fuller (1976)] или вычисляются по формулам [MacKinnon (1991)].

Заметим также, что если ряд x_t представляется моделью IMA(1, q), то тогда это значение q и следует использовать в качестве параметра l в оценке Newey-West. Если при этом $q = 1$, так что $\Delta x_t = \varepsilon_t + b_1 \varepsilon_{t-1}$, то при $b_1 > 0$ критерий Филлипса-Перрона имеет более высокую мощность, чем критерий Дики-Фуллера, при одновременном уменьшении вероятности ошибки первого рода. В то же время, при $b_1 < 0$ высокая мощность критерия Филлипса-Перрона достигается за счет значительного возрастания ошибки первого рода, так что этот критерий не рекомендуется применять при $b_1 < 0$ (он будет слишком часто ошибочно отвергать гипотезу о принадлежности ряда классу DS).

П1.3. Критерий Лейбурна

В работе [Leybourne (1995)] предлагается вычислять значения статистики критерия Дики-Фуллера DF для исходного ряда x_t и для ряда, получаемого из исходного обращением времени, и затем взять максимум DF_{\max} из двух полученных значений. Лейбурн изучил асимптотическое распределение статистики DF_{\max} и построил таблицы критических значений при $T = 25, 50, 100, 200, 400$ для моделей с (линейным) трендом и без тренда. Таблицы получены моделированием в предположении независимости и одинаковой распределенности ошибок (инноваций). Однако автор утверждает, что ими можно пользоваться и в рамках расширенного варианта критерия Дики-Фуллера. Критерий Лейбурна обладает несколько большей мощностью по сравнению с критерием Дики-Фуллера.

П1.4. Критерий Шмидта-Филлипса.

В работе [Schmidt, Phillips (1992)] авторы строят критерий для проверки гипотезы DS (в форме гипотезы единичного корня) в рамках модели

$$x_t = \psi + \xi t + w_t,$$

где

$$w_t = \beta w_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, T.$$

Это удобно тем, что здесь в любом случае ($\beta = 1$ или $\neq 1$) параметр ψ представляет уровень, а параметр ξ представляет тренд. При этом распределения статистик критерия и при нулевой (DS) и при альтернативной (TS) гипотезах не зависят от мешающих параметров ξ, ψ и σ . Асимптотические распределения выводятся при тех же условиях, что в критерии Фил-

липса-Перрона и при ширине окна l порядка $T^{1/2}$. Вместо линейного тренда в модели можно использовать и полиномиальный тренд.

П1.5. Критерий DF-GLS.

Этот критерий, асимптотически более мощный, чем критерий Дики-Фуллера, был предложен в работе [Elliott, Rothenberg, Stock (1996)]. Критерий DF-GLS проверяет (см. [Maddala, Kim (1998)]) нулевую гипотезу $a_0=0$ в модели

$$\Delta y_t^d = a_0 y_{t-1}^d + a_1 \Delta y_{t-1}^d + \dots + a_p \Delta y_{t-p}^d + error,$$

где y_t^d - “локально детрендированный” ряд (подробности см. в цитированной работе).

П1.6. Критерий Квятковского-Филлипса-Шмидта-Шина (KPSS)

Этот критерий, предложенный в работе [Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, Shin (1992)], в качестве нулевой берет гипотезу TS. Рассмотрение ведется в рамках модели

Ряд = Детерминированный тренд + Стохастический тренд + Стационарная ошибка.

Стохастический тренд представляется случайным блужданием, и нулевая гипотеза предполагает, что дисперсия инноваций, порождающих это случайное блуждание, равна нулю. Альтернативная гипотеза соответствует предположению о том, что эта дисперсия отлична от нуля, так что анализируемый ряд принадлежит классу DS рядов. В такой формулировке предложенный критерий является LM критерием для проверки указанной нулевой гипотезы.

Как и в критерии Филлипса-Перрона, требования на ошибки здесь менее строгие, чем в критерии Дики-Фуллера. Однако при применении данного критерия возникает проблема выбора ширины окна l в оценке Newey-West, поскольку значения статистики критерия довольно чувствительны к значению l . Самые авторы в цитируемой статье рассматривают варианты выбора ширины окна, следующие рекомендациям Шверта (см. [Schwert (1989)]).

П1.7. Критерий Перрона и его обобщение

П1.7.1. Критерий Перрона

Предложенная в работе [Perron (1989a)] процедура проверки нулевой гипотезы о принадлежности ряда классу DS обобщает процедуру Дики-Фуллера на ситуации, когда на периоде наблюдений имеются структурные изменения модели в некоторый момент времени T_B либо в форме сдвига уровня, либо в форме изменения наклона тренда, либо в форме сочетания этих двух изменений. Важность такого обобщения связана с тем обстоятельством, что если DS-критерий не допускает возможности изменения структуры модели, тогда как такое изменение в действительности имеет место, то он имеет очень низкую мощность, т.е. практически всегда не отвергает DS-гипотезу (см., например, [Engle, Granger (1991)]).

В критерии Перрона момент изменения структуры предполагается экзогенным, в том смысле, что он выбирается не на основании визуального исследования графика ряда, а связывается с моментом известного масштабного изменения экономической обстановки, существенного отражающегося на поведении рассматриваемого ряда.

Трем указанным выше формам изменения структуры модели соответствуют три варианта регрессионных моделей, которые строятся путем вбирания в себя моделей, соответствующих нулевой и альтернативной гипотезам (правые части могут входить запаздывающие разности).

А. Модель “краха”

$$x_t = c + \vartheta DMU_t + \beta t + d DTB_t + \alpha x_{t-1} + \varepsilon,$$

Б. Модель “изменения роста”

$$x_t = c + \vartheta DMU_t + \beta t + \gamma DTS_t + \alpha x_{t-1} + \varepsilon,$$

С. Модель, допускающая наличие обоих эффектов

$$x_t = c + \vartheta DMU_t + \beta t + \delta DT_t + dDTB_t + \alpha x_{t-1} + \varepsilon,$$

Здесь

c – постоянная,

$$DTB_t = \begin{cases} 1 & \text{для } t = T_B + 1 \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases};$$

в модели А

$$DMU_t = \begin{cases} 1 & \text{для } t > T_B \\ 0 & \text{для } t \leq T_B \end{cases};$$

в модели В

$$DTS_t = \begin{cases} t - T_B & \text{для } t > T_B \\ 0 & \text{для } t \leq T_B \end{cases};$$

в модели С

$$\begin{aligned} DMU_t &= DT_t = 0 && \text{для } t \leq T_B, \\ DMU_t &= 1, DT_t = t && \text{для } t > T_B. \end{aligned}$$

Критические значения для t -статистики критерия и остальных параметров зависят от значения отношения T_B/T .

Нулевые гипотезы единичного корня накладывают следующие ограничения на истинные параметры моделей:

Модель А.

$$\alpha = 1, \beta = \vartheta = 0, d \neq 0$$

Модель В.

$$\alpha = 1, \beta = \gamma = 0, \vartheta \neq 0$$

Модель С.

$$\alpha = 1, \beta = \delta = 0, d \neq 0, \vartheta \neq 0$$

Альтернативные гипотезы накладывают следующие ограничения на истинные параметры моделей

Модель А.

$$\alpha < 1, \beta \neq 0, \vartheta \neq 0, d = 0$$

Модель В.

$$\alpha < 1, \beta \neq 0, \gamma \neq 0, \vartheta = 0$$

Модель С.

$$\alpha < 1, \beta \neq 0, \delta \neq 0, d = 0, \vartheta = 0.$$

В такой формулировке нулевая и альтернативная гипотезы являются гнездовыми гипотезами.

Асимптотические критические значения t -статистики критерия Перрона зависят от типа структурных изменений, параметра $\lambda = T_B/T$ и от того, какая из моделей постулируется – модель с аддитивным выбросом (АО), в которой структурное изменение происходит внезапно, или модель с инновационным выбросом (ИО), в которой структурное изменение происходит постепенно. Приведенные в работе [Perron (1989a)] таблицы критических значений соответствуют моделям с инновационным выбросом. Как поступать в случае моделей с аддитивными выбросами, сообщается в работе [Perron, Vogelsang (1993)].

П1.7.2. Обобщенная процедура Перрона с эндогенным выбором момента излома тренда.

Здесь мы используем процедуру, описанную в работе [Perron (1997)], в которой выбор момента излома T_B эндогенным образом, т.е. только на основе анализа имеющейся реализации ряда, безотносительно к какой-либо внешней информации о возможном моменте излома. При этом рассматриваются модели IO1 – с инновационным выбросом с изменением постоянной, IO2 – с инновационным выбросом, изменяющим и постоянную и наклон тренда, AO – с аддитивным выбросом, изменяющим только наклон тренда.

Предусмотрены три метода оптимального выбора даты излома:

UR – по минимуму t -статистики критерия для проверки гипотезы $\alpha = 1$;

STUDABS – по максимуму абсолютной величины t -статистики критерия для проверки гипотезы о равенстве нулю коэффициента при переменной, отвечающей за изменение константы (в модели IO1) или за изменение наклона тренда (в модели IO2);

STUD – по минимуму t -статистики критерия для проверки гипотезы о равенстве нулю коэффициента при переменной, отвечающей за изменение константы (в модели IO1) или за изменение наклона тренда (в модели IO2);

При практической реализации критерия обычно несколько ограничивают интервал возможных дат излома, чтобы исключить слишком ранние или слишком поздние даты излома.

П1.8. Процедура Кохрейна (отношение дисперсий)

Эта процедура, предложенная в работе [Cochraine (1998)], основывается на изучении характера поведения отношений

$$(VR)_k = \frac{\sigma_k^2}{\sigma_1^2}$$

(VR – variance ratio), где

$$\sigma_k^2 = \text{Var}(x_t - x_{t-k}) / k .$$

Если x_t – случайное блуждание, то тогда $(VR)_k \equiv 1$, а если x_t – процесс, стационарный относительно линейного тренда (или просто стационарный), то тогда $(VR)_k \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$.

При работе с реальными данными дисперсии заменяются их состоятельными оценками, и полученное отношение умножается еще на $T / (T - k)$

+ 1) для достижения несмещенностии полученной оценки для $(VR)_k$. Затем строится график значений полученных оценок для $(VR)_k$ при различных $k = 1, \dots, K$ и по поведению этого графика делаются выводы о принадлежности ряда классу TS или DS, имея в виду различия в поведении этого графика для этих двух классов временных рядов.

Другой вариант работы с реальными данными состоит в использовании равносильного представления статистики отношения дисперсий $(VR)_k$:

$$(VR)_k = 1 + 2 \sum_{j=1}^k \left(1 - \frac{j}{k+1} \right) r_j,$$

где r_j – значение автокорреляционной функции ряда разностей $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$.

П1.9. Коррекция сезонности

В рассмотренных выше процедурах никак не затрагивался вопрос о коррекции сезонного поведения ряда, не снимаемого ни введением в модель линейного тренда ни путем дифференцирования ряда. Разумеется, данные, поступающие в распоряжение исследователя, уже могли быть подвергнуты сезонной коррекции соответствующими статистическими агентствами. Более того, во многих странах сырье (не скорректированные на сезонность) данные просто недоступны. В то же время, при анализе данных, подвергшихся сезонному сглаживанию с использованием фильтров или с использованием специфических методик правительственные агентства, существенно больше шансов классифицировать исследуемый ряд как DS (см., например, [Ghysels, Perron (1993)]), чем при анализе сырых данных. Поэтому некоторые авторы рекомендуют по возможности вообще избегать использования сезонно-сглаженных данных ([Davidson, MacKinnon (1993)]). Более предпочтительным является использование сырых данных и устранение из них сезонности путем оценивания регрессии сырого ряда на сезонные фиктивные (dummy) переменные D1, ..., D12 (если данные месячные) или D1, ..., D4 (если данные квартальные). Остатки от оцененной регрессии образуют очищенный ряд, к которому можно применять изложенные выше методы. Теоретическое оправдание такого подхода при применении критерия Дики-Фуллера дано в работе [Dickey, Bell, Miller (1986)], где показано, что асимптотическое распределение статистики t_φ не изменяется при исключении из ряда детерминированных сезонных компонент.

П1.10. Процедура Дики-Пантулы

Для ситуаций, когда предполагаемая модель авторегрессии для анализируемого ряда может иметь порядок p выше первого, в работе [Dickey, Pantula (1987)] предложена процедура последовательной проверки гипотез о количестве единичных корней характеристического уравнения, построенная по принципу “от общего к частному”. Сначала проверяется гипотеза о том, что все p корней характеристического многочлена единичные; при ее отвержении проверяется гипотеза о наличии $p - 1$ единичных корней и т.д.

П1.11. Протяженность ряда и мощность критерия.

Следует иметь в виду, что мощность критериев единичного корня зависит, в первую очередь, от фактической протяженности ряда во времени, а не от частоты, с которой производятся наблюдения. Соответственно, имея значения ряда за десятилетний период, мы не получаем выигрыша в мощности, анализируя месячные данные, а не квартальные или годовые. Результаты исследований в этом направлении можно найти, например, в статьях [Shiller, Perron (1985)] и [Perron (1989b)].

П2. Проблема анализа временных рядов

П2.1. Стационарные временные ряды и их основные характеристики

Поиск модели, адекватно описывающей поведение случайных остатков ε_t анализируемого временного ряда x_t , производят, как правило, в рамках класса стационарных временных рядов.

Определение П2.1. Ряд x_t называется строго стационарным (или стационарным в узком смысле), если совместное распределение вероятностей m наблюдений $\{x_{t_i}\}_{i=1}^m$ такое же, как и для m наблюдений $\{x_{t_i+\tau}\}_{i=1}^m$, при любых τ , и t_1, \dots, t_m .

Другими словами, свойства строго стационарного временного ряда не меняются при изменении начала отсчета времени. В частности, при $m = 1$ из предположения о строгой стационарности временного ряда x_t следует, что закон распределения вероятностей случайной величины x_t не зависит от t , а значит, не зависят от t и все его основные числовые характеристики, в том числе: среднее значение $E x_t = \mu$ и дисперсия $D x_t = \sigma^2$.

Очевидно, значение μ определяет постоянный уровень, относительно которого колеблется анализируемый временной ряд x_t , а постоянная величина σ характеризует размах этих колебаний. Поскольку закон распределения вероятностей случайной величины x_t одинаков при всех t , то он сам и его основные числовые характеристики могут быть оценены по наблюдениям x_1, \dots, x_T . В частности:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_t \quad \text{оценка среднего значения},$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (x_t - \hat{\mu})^2 \quad \text{оценка дисперсии}. \quad (\text{П2.1})$$

Автоковариационная функция $\gamma(\tau)$. Значения автоковариационной функции статистически оцениваются по имеющимся наблюдениям временного ряда по формуле

$$\gamma(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \sum_{t=1}^{T-\tau} (x_t - \hat{\mu})(x_{t+\tau} - \hat{\mu}),$$

где $\tau = 1, \dots, T-1$, а $\hat{\mu}$ вычислено по формуле (П2.1).

Очевидно, значение автоковариационной функции при $\tau = 0$ есть не что иное, как дисперсия временного ряда, и, соответственно,

$$\gamma(0) = \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (x_t - \hat{\mu})^2. \quad (\text{П2.2})$$

Автокорреляционная функция $r(\tau)$. Одно из главных отличий последовательности наблюдений, образующих временной ряд, от случайной выборки заключается в том, что члены временного ряда являются, вообще говоря, статистически взаимозависимыми. Степень тесноты статистической связи между двумя случайными величинами может быть измерена парным коэффициентом корреляции. Поскольку в нашем случае коэффициент измеряет корреляцию, существующую между членами одного и того же временного ряда, его принято называть коэффициентом автокорреляции. При анализе изменения величины $r(\tau)$ в зависимости от значения τ принято говорить об автокорреляционной функции $r(\tau)$. График автокорреляционной функции иногда называют коррелограммой. Автокорреляционная функция (в отличие от автоковариационной) безразмерна, т.е. не зависит от масштаба измерения анализируемого временного ряда. Ее значения, по определению, могут колебаться от -1 до $+1$. Кроме того, из стационарности следует, что $r(\tau) = r(-\tau)$, так что при анализе поведения автокорреля-

ционных функций ограничиваются рассмотрением только положительных значений τ .

Выборочный аналог автокорреляционной функции определяется формулой

$$\hat{r}(\tau) = \frac{\frac{1}{T-\tau} \sum_{t=1}^{T-\tau} (x_t - \hat{\mu})(x_{t+\tau} - \hat{\mu})}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (x_t - \hat{\mu})^2} = \frac{\hat{\gamma}(\tau)}{\hat{\gamma}(0)}, \tau = 1, \dots, T-1. \quad (\text{П2.3})$$

Существуют общие характерные особенности, отличающие поведение автокорреляционной функции стационарного временного ряда. Другими словами, можно описать в общих чертах схематичный вид коррелограммы стационарного временного ряда. Это обусловлено следующим общим соображением: очевидно, чем больше разнесены во времени члены временного ряда x_t и $x_{t+\tau}$, тем слабее взаимосвязь этих членов и, соответственно, тем меньше должно быть по абсолютной величине значение $r(\tau)$. При этом в ряде случаев существует такое пороговое значение r_0 , начиная с которого все значения будут тождественно равны нулю.

Частная автокорреляционная функция $r_{\text{част}}(\tau)$. С помощью этой функции реализуется идея измерения автокорреляции, существующей между разделенными τ тактами времени членами временного ряда x_t и $x_{t+\tau}$, при устранином опосредованном влиянии на эту взаимозависимость всех промежуточных членов этого временного ряда. Частная автокорреляция 1-го порядка может быть подсчитана с использованием соотношения:

$$r_{\text{част}}(2) = r(x_t, x_{t+2} | x_{t+1} = \mu) = \frac{r(2) - r^2(1)}{1 - r^2(1)}, \quad (\text{П2.4})$$

где μ – среднее значение анализируемого стационарного процесса.

Частные автокорреляции более высоких порядков могут быть подсчитаны аналогичным образом по элементам общей корреляционной матрицы $R = \|r_{ij}\|$, в которой $r_{ij} = r(x_i, x_j) = r(|i - j|)$, где $i, j = 1, \dots, T$ и $r(0) = 1$. Так, например, частная автокорреляция 2-го порядка определяется по формуле:

$$r_{\text{част}}(3) = r(x_t, x_{t+3} | x_{t+1} = x_{t+2} = \mu) = \frac{r(1) - r(2)r(1)}{\sqrt{(1 - r^2(2))(1 - r^2(1))}}. \quad (\text{П2.5})$$

Эмпирические (выборочные) версии автокорреляционных функций получаются с помощью тех же соотношений (П2.4), (П2.5) при замене участвующих в них теоретических значений автокорреляций $r(\tau)$ их статистическими оценками $\hat{r}(\tau)$.

Полученные таким образом частные автокорреляции $r_{\text{част}}(1), r_{\text{част}}(2), \dots$ можно нанести на график, в котором роль абсциссы выполняет величина сдвига τ .

Знание автокорреляционных функций $r(\tau)$ и $r_{\text{част}}(\tau)$ оказывает существенную помощь в решении задачи подбора и идентификации модели анализируемого временного ряда.

Спектральная плотность $p(\omega)$. Спектральную плотность стационарного временного ряда определяется через его автокорреляционную функцию соотношением

$$p(\omega) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} r(\tau) e^{i\tau\omega},$$

где $i = \sqrt{-1}$. Так как $r(\tau) = r(-\tau)$, спектральная плотность может быть записана в виде

$$p(\omega) = 1 + 2 \sum_{\tau=1}^{\infty} r(\tau) \cos(\tau\omega).$$

Следовательно, функция $p(\omega)$ является гармонической с периодом 2π . График спектральной плотности, называемый спектром, симметричен относительно $\omega = \pi$. Поэтому при анализе поведения $p(\omega)$ ограничиваются значениями $0 \leq \omega \leq \pi$. Спектральная плотность принимает только неотрицательные значения.

Использование свойств этой функции в прикладном анализе временных рядов определяется как «спектральный анализ временных рядов». Достаточно полное описание этого подхода приведено, например, в [Дженкинс, Ватс (1971, 1972)] и [Ллойд, Ледерман (1990)]. Применительно к статистическому анализу экономических рядов динамики этот подход не получил широкого распространения, т.к. эмпирический анализ спектральной плотности требует в качестве своей информационной базы либо достаточно длинных стационарных временных рядов, либо нескольких траекторий анализируемого временного ряда (и та и другая ситуация весьма редки в практике статистического анализа экономических рядов динамики).

Для содержательного анализа важно, что величина спектральной плотности характеризует силу взаимосвязи, существующей между временным рядом x_t и гармоникой с периодом $2\pi/\omega$. Это позволяет использовать спектр как средство улавливания периодичностей в анализируемом временном ряду: совокупность пиков спектра определяет набор гармонических компонентов в разложении (1.1.1). Если в ряде содержится скрытая

гармоника частоты ω , то в нем присутствуют также периодические члены с частотами $\omega/2$, $\omega/3$ и т.д. Это так называемое «эхо», повторяемое спектром на низких частотах. Эффект «эха» анализировался в статье [Granger (1963)] на примере ряда ежемесячных безналичных расчетов между банками США за 1875–1958 гг.

Можно несколько расширить класс моделей стационарных временных рядов, используемых при анализе конкретных рядов экономической динамики.

Определение 2.2. Ряд называется слабо стационарным (или стационарным в широком смысле), если его среднее значение, дисперсия и ковариации не зависят от t .

П2.2. Неслучайная составляющая временного ряда и методы его сглаживания

Существенную роль в решении задач выявления и оценивания трендовой, сезонной и циклической составляющих в разложении (1.1.1) играет начальный этап анализа, на котором:

- выявляется сам факт наличия/отсутствия неслучайной (и зависящей от времени t) составляющей в разложении (1.1.1); по существу, речь идет о статистической проверке гипотезы
- $$H_0: E x_t = \mu = \text{const} \quad (\text{П2.6})$$
- (включая утверждение о взаимной статистической независимости членов исследуемого временного ряда) при различных вариантах конкретизации альтернативных гипотез типа
- $$H_A: E x_t \neq \text{const};$$
- строится оценка (аппроксимация) для неизвестной интегральной неслучайной составляющей $f(t) = \chi_1 f_{\text{тр}}(t) + \chi_2 \varphi(t) + \chi_3 \psi(t)$, т.е. решается задача сглаживания (эlimинирования случайных остатков ε_t) анализируемого временного ряда x_t .

П2.2.1. Проверка гипотезы о неизменности среднего значения временного ряда

Критерий серий, основанный на медиане. Расположим члены анализируемого временного ряда в порядке возрастания, т.е. образуем по наблюдениям вариационный ряд:

$$x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(T)}.$$

Определим выборочную медиану по формуле

$$x_{med}^{(T)} = \begin{cases} x_{\left(\frac{T+1}{2}\right)}, & \text{если } T \text{ нечетно,} \\ \frac{1}{2}(x_{\left(\frac{T}{2}\right)} + x_{\left(\frac{T}{2}+1\right)}), & \text{если } T \text{ четно.} \end{cases}$$

После этого мы образуем «серии» из плюсов и минусов, на статистическом анализе которых основана процедура проверки гипотезы (П2.6). По исходному временному ряду, построим последовательность из плюсов и минусов следующим образом: вместо x_t ставится «+», если $x_t > x_{med}^{(T)}$, и «-», если $x_t < x_{med}^{(T)}$ (члены временного ряда, равные $x_{med}^{(T)}$, в полученной таким образом последовательности плюсов и минусов не учитываются).

Образованная последовательность плюсов и минусов характеризуется общим числом серий $\nu(T)$ и протяженностью самой длинной серии $\tau(T)$. При этом под «серий» понимается последовательность подряд идущих плюсов и подряд идущих минусов. Если исследуемый ряд состоит из статистически независимых наблюдений, случайно варьирующих около некоторого постоянного уровня (т.е. справедлива гипотеза (П2.6)), то чередование «+» и «-» в построенной последовательности должно быть случайным, т.е. эта последовательность не должна содержать слишком длинных серий подряд идущих «+» или «-», и, соответственно, общее число серий не должно быть слишком малым. Так что в данном критерии целесообразно рассматривать одновременно пару критических статистик $(\nu(T); \tau(T))$.

Справедлив следующий приближенный статистический критерия проверки гипотезы H_0 , выраженный соотношением (П2.6): если хотя бы одно из неравенств $\nu(T) > \frac{1}{2}(T + 2 - 1,96\sqrt{T-1})$, $\tau(T) < 1,43\ln(T+1)$ окажется нарушенным, то гипотеза (П2.6) отвергается с вероятностью ошибки α , такой, что $0,05 < \alpha < 0,0975$ и, тем самым, подтверждается наличие зависящей от времени неслучайной составляющей в разложении (1.1.1).

Критерий «восходящих» и «нисходящих» серий. Этот критерий «улавливает» постепенное смещение среднего значения в исследуемом распределении не только монотонного, но и более общего, например, периодического характера.

Так же, как и в предыдущем критерии, исследуется последовательность знаков – плюсов и минусов, однако правило образования этой последовательности в данном критерии иное. Здесь на i -ом месте вспомогательной последовательности ставится «+», если $x_{i+1} - x_i > 0$, и «-»с, если $x_{i+1} - x_i$

< 0 (если два или несколько следующих друг за другом наблюдений равны между собой, то принимается во внимание только одно из них). Последовательность подряд идущих «+» (восходящая серия) будет соответствовать возрастанию результатов наблюдения, а последовательность «-» (нисходящая серия) – их убыванию. Критерий основан на том же соображении, что и предыдущий: если выборка случайна, то в образованной последовательности знаков общее число серий не может быть слишком малым, а их протяженность – слишком большой.

При уровне значимости $0,05 < \alpha < 0,0975$ критерий вид:

$$\begin{aligned} v(T) &> \frac{2T-1}{3} - 1,96\sqrt{\frac{16T-29}{90}}, \\ \tau(T) &< \tau_0(T), \end{aligned} \quad (\text{П2.7})$$

где величина $\tau_0(T)$ определяется следующим образом:

T	$T \leq 26$	$26 < T \leq 153$	$153 < T \leq 1170$
$\tau_0(T)$	$\tau_0 = 5$	$\tau_0 = 6$	$\tau_0 = 7$

Если хотя бы одно из неравенств (П2.7) окажется нарушенным, то гипотезу (П2.6) следует отвергнуть.

Критерий квадратов последовательных разностей (критерий Аббе). Если есть основания полагать, что случайный разброс наблюдений $x_{(t)}$ относительно своих средних значений подчиняется нормальному закону распределения вероятностей, то для выяснения вопроса о возможном систематическом смещении среднего в ходе выборочного обследования целесообразно воспользоваться критерием Аббе, являющимся в этом случае более мощным.

Для проверки гипотезы (П2.6) с помощью данного критерия подсчитывают величину $\gamma(T) = \frac{q^2(T)}{s'^2(T)}$, где $q^2(T) = \frac{1}{2(T-1)} \sum_{i=1}^{T-1} (x_{i+1} - x_i)^2$;

$s'^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{i=1}^T (x_i - \bar{x})^2$, $\bar{x} = \bar{x}(T) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T x_i$. Если $\gamma(T) \leq \gamma_\alpha^{\min}(T)$, то

гипотеза (П2.6) отвергается. При этом величина $\gamma_\alpha^{\min}(T)$ для $T > 60$ под-

считывается как $\gamma_\alpha^{\min}(T) = 1 + \frac{u_\alpha}{\sqrt{T + 0,5(1 + u_\alpha^2)}}$, где u_α – α -квантиль

нормированного нормального распределения. Величины $\gamma_{\alpha}^{\min}(T)$ при $T \leq 60$ для трех наиболее употребительных значений уровня значимости приведены в табл. 4.9 книги [Большев, Смирнов (1965)].

П2.2.2. Методы сглаживания временного ряда (выделение неслучайной составляющей)

Методы выделения неслучайной составляющей в траектории, отражающей поведение временного ряда, подразделяются на два типа.

Методы первого типа (аналитические) основаны на допущении, что известен общий вид неслучайной составляющей в разложении (1.1.1)

$$f(t) = \chi_1 f_{tp}(t) + \chi_2 \varphi(t) + \chi_3 \psi(t). \quad (\text{П2.8})$$

Например, если известно, что неслучайная составляющая временного ряда описывается линейной функцией времени $f(t) = \theta_0 + \theta_1 t$, где θ_0 и θ_1 – некоторые неизвестные параметры модели, то задача ее выделения (задача элиминирования случайных остатков или задача сглаживания временного ряда) сводится к задаче построения хороших оценок $\hat{\theta}_0$ и $\hat{\theta}_1$ для параметров модели.

Методы второго типа (алгоритмические) не связаны ограничительным допущением о том, что общий аналитический вид искомой функции (П2.8) известен исследователю. В этом смысле они являются более гибкими, более привлекательными. Однако «на выходе» задачи они предлагают исследователю лишь алгоритм расчета оценки $\hat{f}(t)$ для искомой функции $f(t)$ в любой наперед заданной точке t и не претендуют на аналитическое представление функции (П2.8).

Аналитические методы выделения (оценки) неслучайной составляющей временного ряда. Эти методы реализуются в рамках моделей регрессии, в которых в роли зависимой переменной выступает переменная x_t , а в роли единственной объясняющей переменной – время t . Таким образом, рассматривается модель регрессии вида

$$x_t = f(t, \theta) + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

в которой общий вид функции $f(t, \theta)$ известен, но неизвестны значения параметров $\theta = (\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_m)$. Оценки параметров $\tilde{\theta}$ строятся по наблюдениям $\{t, x_t\}_{t=1}^T$. Выбор метода оценивания зависит от гипотетического вида

функции $f(t, \theta)$ и стохастической природы случайных регрессионных остатков ε_t .

Алгоритмические методы выделения неслучайной составляющей временного ряда (методы скользящего среднего). В основе этих методов элиминирования случайных флюктуаций в поведении анализируемого временного ряда лежит простая идея: если «индивидуальный» разброс значений члена временного ряда x_t около своего среднего (сглаженного) значения a характеризуется дисперсией σ^2 , то разброс среднего из N членов временного ряда $(x_1 + x_2 + \dots + x_T) / N$ около того же значения a будет характеризоваться гораздо меньшей величиной дисперсии, а именно дисперсией, равной σ^2 / N . А уменьшение меры случайного разброса (дисперсии) и означает как раз сглаживание соответствующей траектории. Поэтому выбирают некоторую нечетную «длину усреднения» $N = 2m + 1$, измеренную в числе подряд идущих членов анализируемого временного ряда. А затем сглаженное значение $\hat{f}(t)$ временного ряда x_t вычисляют по значениям $x_{t-m}, x_{t-m+1}, \dots, x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+m}$ по формуле

$$\hat{f}(t) = \sum_{k=-m}^m w_k x_{t+k}, t = m+1, m+2, \dots, T-m, \quad (\text{П2.9})$$

где w_k ($k = -m, -m+1, \dots, m$) – некоторые положительные «весовые» коэффициенты, в сумме равные единице, т.е. $w_k > 0$ и $\sum_{k=-m}^m w_k = 1$. Поскольку, изменяя t от $m+1$ до $T-m$, мы как бы «скользим» по оси времени, то и методы, основанные на формуле (П2.9), принято называть методами скользящей средней (МСС).

Очевидно, один МСС отличается от другого выбором параметров m и w_k .

Определение параметров w_k основано на следующей процедуре. В соответствии с теоремой Вейерштрасса любая гладкая функция $f(x)$ при самых общих допущениях может быть локально представлена алгебраическим полиномом подходящей степени p . Поэтому берем первые $2m+1$ членов временного ряда x_1, \dots, x_{2m+1} , строим с помощью МНК полином $\hat{x}_1(t)$ степени p , аппроксимирующий поведение этой начальной части траектории временного ряда, и используем этот полином для определения оценки $\hat{f}(t)$ сглаженного значения $f(t)$ временного ряда в средней (т.е. $(m+1)$ -й) точке этого отрезка ряда, т.е. полагаем $\hat{f}(m+1) = \hat{x}_1(m+1)$. Затем

«скользим» по оси времени на один такт и таким же способом подбираем полином $\hat{x}_2(t)$ той же степени p к отрезку временного ряда x_2, \dots, x_{m+2} и определяем оценку сглаженного значения временного ряда в средней точке сдвинутого на единицу отрезка временного ряда, т.е. $\hat{f}(m+2) = \hat{x}_2(m+2)$, и т.д.

В результате мы найдем оценки для сглаженных значений $\hat{f}(t)$ анализируемого временного ряда при всех t , кроме $t = 1, \dots, m$ и $t = T, \dots, T - m + 1$.

Подбор наилучшего (в смысле критерия МНК) аппроксимирующего полинома к траектории анализируемого временного ряда приводит к формуле вида (П2.9), причем результат не зависит от того, для какого именно из «скользящих» временных интервалов был осуществлен этот подбор.

Метод экспоненциально взвешенного скользящего среднего (метод Брауна [Brown (1963)]). В соответствии с этим методом оценка сглаженного значения $\hat{f}(t)$ в точке t определяется как решение оптимизационной задачи вида

$$Q(f) = \sum_{k=0}^{t-1} \lambda^k (x_{t-k} - f)^2 \rightarrow \min_f \quad (\text{П2.10})$$

где $0 < \lambda < 1$. Следовательно, веса λ^k в критерии $Q(f)$ обобщенного («взвешенного») МНК уменьшаются экспоненциально по мере удаления наблюдений x_{t-k} в прошлое.

Решение оптимизационной задачи (П2.10) дает:

$$\hat{f}(t) = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^t} \sum_{k=0}^{t-1} \lambda^k x_{t-k}. \quad (\text{П2.11})$$

В отличие от обычного МСС здесь скользит только правый конец интервала усреднения и, кроме того, веса экспоненциально уменьшаются по мере удаления в прошлое. Формула (П2.11) дает оценку сглаженного значения временного ряда не в средней, а в правой конечной точке интервала усреднения.

П2.2.3. Подбор порядка аппроксимирующего полинома с помощью метода последовательных разностей

Реализация алгоритмических методов выделения неслучайной составляющей временного ряда связана с необходимостью подбора порядка p локально-аппроксимирующего полинома. Эта же задача возникает и при

реализации аналитических методов выделения неслучайной составляющей. При решении этой задачи широко используется так называемый метод последовательных разностей членов анализируемого временного ряда, который основан на следующем математическом факте: если анализируемый временной ряд x_t содержит в качестве своей неслучайной составляющей алгебраический полином $f(t) = \theta_0 + \theta_1 t + \theta_p t^p$ порядка p , то переход к последовательным разностям порядка $p+1$, исключает неслучайную составляющую, оставляя элементы, выражющиеся только через остаточную случайную компоненту ε_t .

Обсудим способ подбора порядка p полинома, представляющего собой неслучайную составляющую $f(t)$ в разложении анализируемого временного ряда x_t . Заметим, прежде всего, что если мы знаем, что среднее значение наблюдаемой случайной величины ξ равно нулю ($E\xi = 0$), то выборочным аналогом ее дисперсии является величина $\hat{\mu}(T) = \sum_{i=1}^T \frac{\xi_i^2}{T}$, где ξ_i , $i = 1, 2, \dots$,

T – наблюденные значения этой случайной величины. Если же $E\xi \neq 0$, то выборочным аналогом дисперсии будет статистика $\sum_{i=1}^T \frac{\xi_i^2}{T} - \left(\sum_{i=1}^T \frac{\xi_i}{T} \right)^2$, так что величина $\hat{\mu}(T)$ будет давать в этом случае существенно завышенные оценки для $D\xi$. Возвращаясь к последовательному переходу к разностям $\Delta^k x_t$, $k = 1, 2, \dots, p+1$, отметим, что при всех $k < p+1$ средние значения этих разностей будут отличны от нуля, так как будут выражаться не только через остатки ε_t , но и через коэффициенты $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_p$ и степени t . И только для $k \geq p+1$ можно утверждать, что:

$$E(\Delta^k x_t) = 0 \text{ и } \sigma^2 = D(\Delta^k x_t)/C_{2(p+1)}^{p+1}.$$

С учетом этих замечаний можно сформулировать следующее правило подбора порядка сглаживающего полинома p , называемое методом последовательных разностей.

Последовательно для $k = 1, 2, \dots$ вычисляем разности $\Delta^k x_t$ ($t = 1, \dots, T-k$), а также величины

$$\hat{\sigma}^2(k) = \frac{\frac{1}{T-k} \sum_{t=1}^{T-k} (\Delta^k x_t)^2}{C_{2k}^k}. \quad (\Pi 2.12)$$

Анализируем поведение величины $\hat{\sigma}^2(k)$ в зависимости от k . Величина $\hat{\sigma}^2(k)$ как функция k будет демонстрировать явную тенденцию к убыванию до тех пор, пока k не достигнет величины $p + 1$. Начиная с этого момента величина (П2.12) стабилизируется, оставаясь (при дальнейшем увеличении p) приблизительно на одном уровне. Поэтому значение $k = k_0$, начиная с которого величина $\hat{\sigma}^2(k)$ стабилизируется, и будет давать завышенный на единицу искомый порядок сглаживающего полинома, т.е. $p = k_0 - 1$.

Этот метод привлекателен своей простотой, но его практическое применение требует определенной осторожности. Последовательные значения $\hat{\sigma}^2(k)$ не являются независимыми, и часто обнаруживается тенденция их медленного убывания (а иногда возрастания) без видимой сходимости к постоянному значению. Кроме того, процесс перехода к разностям имеет тенденцию уменьшать относительное значение любого систематического движения, кроме сезонных эффектов с периодом, близким к временному интервалу, так что сходимость отношения $\hat{\sigma}^2(k)$ не доказывает, что ряд первоначально состоял из полинома плюс случайный остаток, а только то, что он может быть приближенно представлен таким образом. Однако для нас этот метод ценен лишь тем, что он дает верхний предел порядка полинома p , который целесообразно использовать для элиминирования неслучайной составляющей.

П2.3. Модели стационарных временных рядов и их идентификация

В П2.2 рассматривался класс стационарных временных рядов, в рамках которого подбирается модель, пригодная для описания поведения случайных остатков исследуемого временного ряда (1.1.1). Здесь рассматривается набор линейных параметрических моделей из этого класса и методы их идентификации. Таким образом, речь здесь идет не о моделировании временных рядов, а о моделировании их случайных остатков ε_t , получающихся после элиминирования из исходного временного ряда x_t его неслучайной составляющей (П2.8). Следовательно, в отличие от прогноза, основанного на регрессионной модели, игнорирующего значения случайных остатков, в прогнозе временных рядов существенно используется взаимозависимость и прогноз самих случайных остатков.

Введем обозначения. Так как здесь описывается поведение случайных остатков, то моделируемый временной ряд обозначим ε_t , и будем полагать,

что при всех t его математическое ожидание равно нулю, т.е. $\mathbf{E}\varepsilon_t \equiv 0$. Временные последовательности, образующие «белый шум», обозначим δ_t .

Описание и анализ, рассматриваемых ниже моделей, формулируется в терминах общего линейного процесса, представимого в виде взвешенной суммы настоящего и прошлых значений белого шума, а именно:

$$\varepsilon_t = \sum_{k=0}^{\infty} \beta_k \delta_{t-k}, \quad (\text{П2.13})$$

где $\beta_0 = 1$ и $\sum_{k=0}^{\infty} \beta_k^2 < \infty$.

Таким образом, белый шум представляет собой серию импульсов, в широком классе реальных ситуаций генерирующих случайные остатки исследуемого временного ряда.

Временной ряд ε_t можно представить в эквивалентном (П2.13) виде, при котором он получается в виде классической линейной модели множественной регрессии, в которой в качестве объясняющих переменных выступают его собственные значения во все прошлые моменты времени:

$$\varepsilon_t = \sum_{k=1}^{\infty} \pi_k \varepsilon_{t-k} + \delta_t. \quad (\text{П2.14})$$

При этом весовые коэффициенты π_1, π_2, \dots связаны определенными условиями, обеспечивающими стационарность ряда ε_t . Переход от (П2.14) к (П2.13) осуществляется с помощью последовательной подстановки в правую часть (П2.14) вместо $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$ их выражений, вычисленных в соответствии с (П2.14) для моментов времени $t-1, t-2$ и т.д.

Рассмотрим также процесс смещенного типа, в котором присутствуют как авторегрессионные члены самого процесса, так и скользящее суммирование элементов белого шума:

$$\varepsilon_t = \sum_{k=1}^p \pi_k \varepsilon_{t-k} + \delta_t + \sum_{j=1}^q \beta_j \delta_{t-j}.$$

Будем подразумевать, что p и q могут принимать и бесконечные значения, а также то, что в частных случаях некоторые (или даже все) коэффициенты π или β равны нулю.

П2.3.1. Модели авторегрессии порядка p (AR(p)-модели)

Рассмотрим сначала простейшие частные случаи.

Модель авторегрессии 1-го порядка – AR(1) (марковский процесс).

Эта модель представляет собой простейший вариант авторегрессионного процесса типа (П2.14), когда все коэффициенты кроме первого равны нулю. Соответственно, она может быть определена выражением

$$\varepsilon_t = \alpha \varepsilon_{t-1} + \delta_t, \quad (\text{П2.15})$$

где α – некоторый числовой коэффициент, не превосходящий по абсолютной величине единицу ($|\alpha| < 1$), а δ_t – последовательность случайных величин, образующая белый шум. При этом ε_t зависит от δ_t и всех предшествующих δ_i , но не зависит от будущих значений δ . Соответственно, в уравнении (П2.15) δ_t не зависит от ε_{t-1} и более ранних значений ε . В связи с этим, δ_t называют инновацией (обновлением).

Последовательности ε , удовлетворяющие соотношению (П2.15), часто называют также марковскими процессами. Это означает, что

$$E\varepsilon_t \equiv 0, \quad (\text{П2.16})$$

$$r(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = \alpha^k, \quad (\text{П2.17})$$

$$D\varepsilon_t = \frac{\sigma_0^2}{1 - \alpha^2}, \quad (\text{П2.18})$$

$$\text{cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = \alpha^k D\varepsilon_t. \quad (\text{П2.19})$$

Одно важное следствие (П2.19) состоит в том, что если величина $|\alpha|$ близка к единице, то дисперсия ε_t будет намного больше дисперсии δ . А это значит, что если соседние значения ряда ε_t сильно коррелированы, то ряд довольно слабых возмущений δ_t будет порождать размашистые колебания остатков ε_t .

Основные характеристики процесса авторегрессии 1-го порядка следующие.

Условие стационарности ряда (П2.15) определяется требованием к коэффициенту α :

$$|\alpha| < 1,$$

или, что же, корень z_0 уравнения $1 - \alpha z = 0$ должен быть по абсолютной величине больше единицы.

Автокорреляционная функция марковского процесса определяется соотношением (П2.17):

$$r(\tau) = r(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+\tau}) = \alpha^\tau. \quad (\text{П2.20})$$

Отсюда же, в частности, следует простая вероятностная интерпретация параметра α :

$$\alpha = r(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+1}),$$

т.е. значение α определяет величину корреляции между двумя соседними членами ряда ε_t .

Из (П2.20) видно, что степень тесноты корреляционной связи между членами последовательности (П2.15) экспоненциально убывает по мере их взаимного удаления друг от друга во времени.

Частная автокорреляционная функция $r_{\text{част}}(\tau) = r(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+\tau} | \varepsilon_{t+1} = \varepsilon_{t+2} = \dots = \varepsilon_{t+\tau-1} = 0)$ может быть подсчитана с помощью формул (П2.4)–(П2.5). Непосредственное вычисление по этим формулам дает следующий простой результат: значения частной корреляционной функции $r_{\text{част}}(\tau)$ равны нулю для всех $\tau = 2, 3, \dots$. Это свойство может быть использовано при подборе модели: если вычисленные выборочные частные корреляции $\hat{r}_{\text{част}}$ статистически незначимо отличаются от нуля при $\tau = 2, 3, \dots$, то использование модели авторегрессии 1-го порядка для описания поведения случайных остатков временного ряда не противоречит исходным статистическим данным.

Спектральная плотность $p(\tilde{\omega})$ марковского процесса (П2.15) может быть подсчитана с учетом известного вида автокорреляционной функции (П2.20):

$$p(\tilde{\omega}) = \frac{2\sigma_0^2}{2 + \alpha^2 - 2\alpha \cos(2\pi\tilde{\omega})},$$

$$0 \leq \tilde{\omega} \leq \frac{1}{2} \quad \left(\tilde{\omega} = \frac{\omega}{2\pi} \right).$$

В случае значения параметра α близкого к 1, соседние значения ряда ε_t близки друг к другу по величине, автокорреляционная функция экспоненциально убывает оставаясь положительной, а в спектре преобладают низкие частоты, что означает достаточно большое среднее расстояние между пиками ряда ε_t . При значении параметра α близком к -1 , ряд быстро осциллирует (в спектре преобладают высокие частоты), а график автокорреляционной функции экспоненциально спадает до нуля с попеременным изменением знака.

Идентификация модели, т.е. статистическое оценивание ее параметров α и σ_0^2 по имеющейся реализации временного ряда x_t (а не его остатков, которые являются ненаблюдаемыми), основана на соотношениях (П2.16)–(П2.19) и может быть осуществлена с помощью метода моментов.

Для этого следует предварительно решить задачу выделения неслучайной составляющей $\hat{f}(t)$, что позволит оперировать в дальнейшем остатками

$$\hat{\varepsilon}_t = x_t - \hat{f}(t). \quad (\text{П2.21})$$

Затем подсчитывается выборочная дисперсия $\hat{\gamma}(0)$ остатков по формуле

$$\hat{\gamma}(0) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\hat{\varepsilon}_t - \bar{\varepsilon})^2,$$

где $\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t}{N}$, а «невязки» (остатки) вычислены по формуле (П2.21).

Оценку $\hat{\alpha}$ параметра α получаем с помощью формулы (П2.18), представляя в нее вместо коэффициента корреляции его выборочное значение,

$$\text{т.е. } \hat{\alpha} = \frac{\frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^{N-1} (\hat{\varepsilon}_t - \bar{\varepsilon})(\hat{\varepsilon}_{t+1} - \bar{\varepsilon})}{\hat{\gamma}(0)}.$$

Наконец, оценка $\hat{\sigma}_0^2$ параметра σ_0^2 основана на соотношении (П2.19), в котором величины $\mathbf{D}\varepsilon_t$ и α заменяются оценками, соответственно, $\hat{\gamma}(0)$ и $\hat{\alpha}$: $\hat{\sigma}_0^2 = (1 - \hat{\alpha}^2)\hat{\gamma}(0)$.

Модели авторегрессии 2-го порядка – AR(2) (процессы Юла). Эта модель, как и AR(1), представляет собой частный случай авторегрессионного процесса, когда все коэффициенты π_j в правой части (П2.14) кроме первых двух, равны нулю. Соответственно, она может быть определена выражением

$$\varepsilon_t = \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \alpha_2 \varepsilon_{t-2} + \delta_t, \quad (\text{П2.22})$$

где последовательность $\delta_1, \delta_2, \dots$ образует белый шум.

Условия стационарности ряда (П2.22) (необходимые и достаточные) определяются как:

$$\begin{cases} |\alpha_1| < 2, \\ \alpha_2 < 1 - |\alpha_1|. \end{cases}$$

В рамках общей теории моделей те же самые условия стационарности получаются из требования, чтобы все корни соответствующего характеристического уравнения лежали бы вне единичного круга. Характеристиче-

ское уравнение для модели авторегрессии 2-го порядка имеет вид:
 $1 - \alpha_1 z - \alpha_2 z^2 = 0$.

Автокорреляционная функция процесса Юла подсчитывается следующим образом. Два первых значения $r(1)$ и $r(2)$ определены соотношениями

$$r(1) = \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_2},$$

$$r(2) = \alpha_2 + \frac{\alpha_1^2}{1 - \alpha_2},$$

а значения для $r(\tau)$, $\tau = 3, 4, \dots$ вычисляются с помощью рекуррентного соотношения

$$r(\tau) = \alpha_1 r(\tau - 1) + \alpha_2 r(\tau - 2).$$

Частная автокорреляционная функция временного ряда, сгенерированного моделью авторегрессии 2-го порядка, обладает следующим отличительным свойством:

$$r_{\text{част}}(\tau) = 0 \text{ при всех } \tau = 3, 4, \dots$$

Спектральная плотность $p(\tilde{\omega})$ процесса Юла может быть вычислена с помощью формулы:

$$p(\tilde{\omega}) = \frac{2\sigma_0^2}{1 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 - 2\alpha_1(1 - \alpha_2)\cos(2\pi\tilde{\omega}) - 2\alpha_2\cos(4\pi\tilde{\omega})}, 0 \leq \tilde{\omega} \leq \frac{1}{2}.$$

Идентификация модели авторегрессии 2-го порядка основана на соотношениях, связывающих между собой неизвестные параметры модели α_1 , α_2 и σ_0^2 со значениями различных моментов «наблюдаемого» временного ряда ε_t .

По значениям $\hat{\varepsilon}_t$ вычисляются оценки $\hat{\gamma}(0)$, $\hat{r}(0)$ и $\hat{r}(1)$, соответственно, дисперсии $\mathbf{D}\varepsilon_t$ и автокорреляций $r(1)$ и $r(2)$. Это делается с помощью соотношений (П2.2) и (П2.3):

$$\hat{\gamma}(0) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_t - \bar{\varepsilon})^2,$$

$$\hat{\gamma}(k) = \frac{\frac{1}{T-k} \sum_{t=1}^{T-k} (\hat{\varepsilon}_t - \bar{\varepsilon})(\hat{\varepsilon}_{t+k} - \bar{\varepsilon})}{\hat{\gamma}(0)}, k = 1, 2$$

После этого можно получить оценки $\hat{\alpha}_1$ и $\hat{\alpha}_2$ из соотношений

$$\hat{\alpha}_1 = \frac{\hat{r}(1)(1 - \hat{r}(2))}{1 - \hat{r}^2(1)}, \hat{\alpha}_2 = \frac{\hat{r}(2) - \hat{r}^2(1)}{1 - \hat{r}^2(1)}.$$

Наконец, оценку параметра σ_0^2 получаем с помощью

$$\hat{\sigma}_0^2 = \hat{r}(0) \frac{1 + \hat{\alpha}_2}{1 - \hat{\alpha}_2} \left[(1 - \hat{\alpha}_2)^2 - \hat{\alpha}_1^2 \right]$$

Модели авторегрессии p -го порядка – AR(p) ($p \geq 3$). Эти модели, обраzuя подмножество в классе общих линейных моделей, сами составляют достаточно широкий класс моделей. Если в общей линейной модели (П2.14) полагать все параметры π_j , кроме первых p коэффициентов, равными нулю, то мы приходим к определению AR(p)-модели:

$$\varepsilon_t = \sum_{j=1}^p \alpha_j \varepsilon_{t-j} + \delta_t, \quad (\text{П2.23})$$

где последовательность случайных величин $\delta_1, \delta_2, \dots$ образует белый шум.

Условия стационарности процесса, генерируемого моделью (П2.23), также формулируются в терминах корней его характеристического уравнения

$$1 - \alpha_1 z - \alpha_2 z^2 - \dots - \alpha_p z^p = 0.$$

Для стационарности процесса необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения лежали бы вне единичного круга, т.е. превосходили бы по модулю единицу.

Автокорреляционная функция процесса (П2.23) может быть вычислена с помощью рекуррентного соотношения по первым p ее значениям $r(1), \dots, r(p)$. Это соотношение имеет вид:

$$r(\tau) = \alpha_1 r(\tau - 1) + \alpha_2 r(\tau - 2) + \dots + \alpha_p r(\tau - p), \quad \tau = p + 1, p + 2, \quad (\text{П2.24})$$

Частная автокорреляционная функция процесса (П2.23) будет иметь ненулевые значения лишь при $\tau \leq p$; все значения $r_{\text{част}}(\tau)$ при $\tau > p$ будут нулевыми (см., например, [Бокс, Джекинс (1974)]). Это свойство частной автокорреляционной функции AR(p)-процесса используется, в частности, при подборе порядка в модели авторегрессии для конкретных анализируемых временных рядов. Если, например, все частные коэффициенты автокорреляции, начиная с порядка k , статистически незначимо отличаются от нуля, то порядок модели авторегрессии естественно определить равным $p = k - 1$.

Спектральная плотность процесса авторегрессии p -го порядка определяется с помощью формулы:

$$p(\tilde{\omega}) = \frac{2\sigma_0^2}{|1 - \alpha_1 e^{-i2\pi\tilde{\omega}} - \alpha_2 e^{-i4\pi\tilde{\omega}} - \dots - \alpha_p e^{-i2p\pi\tilde{\omega}}|^2}, 0 \leq \tilde{\omega} \leq \frac{1}{2}.$$

Идентификация модели авторегрессии p -го порядка основана на соотношениях, связывающих между собой неизвестные параметры модели и автокорреляции исследуемого временного ряда. Для вывода этих соотношений последовательно подставляются в (П2.24) значения $\tau = 1, 2, \dots, p$. Получается система линейных уравнений относительно $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$:

$$\begin{cases} r(1) = \alpha_1 + \alpha_2 r(1) + \dots + \alpha_p r(p-1), \\ r(2) = \alpha_1 r(1) + \alpha_2 + \dots + \alpha_p r(p-2), \\ \dots \\ r(p) = \alpha_1 r(p-1) + \alpha_2 r(p-2) + \dots + \alpha_p. \end{cases} \quad (\text{П2.25})$$

называемая уравнениями Юла–Уокера [Yule (1927)], [Walker (1931)]. Оценки $\hat{\alpha}_k$ для параметров α_k получим, заменив теоретические значения автокорреляций $r(k)$ их оценками $\hat{r}(k)$ и решив полученную таким образом систему уравнений.

Оценка параметра σ_0^2 получается из соотношения

$$\sigma_0^2 = \gamma(0)(1 - \alpha_1 r(1) - \alpha_2 r(2) - \dots - \alpha_p r(p))$$

заменой всех участвующих в правой части величин их оценками.

П2.3.2. Модели скользящего среднего порядка q (МА(q)-модели)

Рассмотрим частный случай общего линейного процесса (П2.13), когда только первые q из весовых коэффициентов β_j ненулевые. В это случае процесс имеет вид

$$\varepsilon_t = \delta_t - \theta_1 \delta_{t-1} - \theta_2 \delta_{t-2} - \dots - \theta_q \delta_{t-q}, \quad (\text{П2.26})$$

где символы $-\theta_1, \dots, -\theta_q$ используются для обозначения конечного набора параметров β , участвующих в (П2.13). Процесс (П2.26) называется моделью скользящего среднего порядка q (МА(q)).

Двойственность в представлении AR- и MA-моделей и понятие обратимости MA-модели. Из (П2.13) и (П2.14) видно, что один и тот же общий линейный процесс может быть представлен либо в виде AR-модели бесконечного порядка, либо в виде MA-модели бесконечного порядка.

Соотношение (П2.26) может быть переписано в виде

$$\delta_t = \varepsilon_t + \theta_1 \delta_{t-1} + \theta_2 \delta_{t-2} + \dots + \theta_q \delta_{t-q}.$$

Откуда

$$\delta_t = \varepsilon_t - \pi_1 \varepsilon_{t-1} - \pi_2 \varepsilon_{t-2} - \dots, \quad (\text{П2.27})$$

где коэффициенты π_j ($j = 1, 2, \dots$) определенным образом выражаются через параметры $\theta_1, \dots, \theta_q$. Соотношение (П2.27) может быть записано в виде модели авторегрессии бесконечного порядка (т.е. в виде обращенного разложения)

$$\varepsilon_t = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j \varepsilon_{t-j} + \delta_t.$$

Известно (см., например, [Бокс, Джекинс, (1974)]), что условие обратимости MA(q)-модели (т.е. условие сходимости ряда $\sum_{j=1}^{\infty} \pi_j$) формулируется в терминах характеристического уравнения модели (П2.26) следующим образом:

Все корни характеристического уравнения $1 - \theta_1 z - \theta_2 z^2 - \dots - \theta_q z^q = 0$ должны лежать вне единичного круга, т.е. $|z_j| > 1$ для всех $j = 1, 2, \dots, q$.

Основные характеристики процесса MA(q). Справедливо следующее выражение для ковариаций:

$$\gamma(\tau) = \begin{cases} \sigma_0^2 (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2), & \tau = 0; \\ \sigma_0^2 (-\theta_\tau + \theta_1 \theta_{\tau+1} + \theta_2 \theta_{\tau+2} + \dots + \theta_{q-\tau} \theta_q), & 1 \leq \tau \leq q; \\ 0, & \tau > q. \end{cases} \quad (\text{П2.28})$$

Автокорреляционная функция процесса MA(q) получается непосредственно из (П2.28):

$$r(\tau) = \begin{cases} \frac{-\theta_\tau + \theta_1 \theta_{\tau+1} + \theta_2 \theta_{\tau+2} + \dots + \theta_{q-\tau} \theta_q}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2}, & \tau = 1, \dots, q; \\ 0, & \tau > q. \end{cases} \quad (\text{П2.29})$$

Таким образом, автокорреляционная функция $r(\tau)$ процесса MA(q) равна нулю для всех значений τ , больших порядка процесса q . Это важное свойство используется при подборе порядка MA(q)-модели по экспериментальным данным.

Спектральная плотность процесса MA(q) может быть вычислена с помощью соотношения:

$$p(\tilde{\omega}) = 2\sigma_0^2 \left| 1 - \theta_1 e^{-i2\pi\tilde{\omega}} - \theta_2 e^{-i4\pi\tilde{\omega}} - \dots - \theta_q e^{-i2q\pi\tilde{\omega}} \right|^2, \quad 0 \leq \tilde{\omega} \leq 1/2.$$

Идентификация модели MA(q) производится на базе соотношений (П2.29), а именно: 1) по значениям $\hat{\varepsilon}_t = x_t - \hat{f}(t)$ с помощью формулы

$$\hat{r}(\tau) = \frac{\frac{1}{T-\tau} \sum_{t=1}^{T-\tau} (\hat{\varepsilon}_t - \bar{\varepsilon})(\hat{\varepsilon}_{t+\tau} - \bar{\varepsilon})}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_t - \bar{\varepsilon})^2}, \tau = 1, 2, \dots, q,$$

подсчитываются значения $\hat{r}(1), \dots, \hat{r}(q)$; 2) в соотношения (П2.29) последовательно подставляются значения $\tau = 1, \dots, q$ с заменой в левой их части величин $r(\tau)$ полученными ранее оценками $\hat{r}(\tau)$; 3) полученная таким образом система из q уравнений разрешается относительно неизвестных значений $\theta_1, \dots, \theta_q$; решения этой системы $\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_q$ и дадут оценки неизвестных параметров модели; 4) оценка параметра σ_0^2 может быть получена с помощью первого из соотношений (П2.28) подстановкой в него вместо $\gamma(0)$, $\theta_1, \dots, \theta_q$ их оценок.

Заметим, что в отличие от системы уравнений Юла–Уокера (П2.25), уравнения для определения оценок параметров MA(q)-модели нелинейны. Поэтому эти уравнения приходится решать с помощью итерационных процедур (см., например, [Бокс, Джекинс (1974)]).

Взаимосвязь процессов AR(q) и MA(q). Сделаем ряд замечаний о взаимосвязях между процессами авторегрессии и скользящего среднего.

1. Для конечного процесса авторегрессии порядка p δ_t может быть представлено как конечная взвешенная сумма предшествующих ε , или ε_t может быть представлено как бесконечная сумма предшествующих δ . В то же время, в конечном процессе скользящего среднего порядка q ε_t может быть представлено как конечная взвешенная сумма предшествующих δ или δ_t – как бесконечная взвешенная сумма предшествующих ε .
2. Конечный процесс MA имеет автокорреляционную функцию, обращающуюся в нуль после некоторой точки, но так как он эквивалентен бесконечному процессу AR, его частная автокорреляционная функция бесконечно протяженная. Главную роль в ней играют затухающие экспоненты и (или) затухающие синусоиды. И наоборот, процесс AR имеет частную автокорреляционную функцию, обращающуюся в нуль после некоторой точки, но его автокорреляционная функция имеет бесконечную протяженность и состоит из совокупности затухающих экспонент и или затухающих синусоид.

3. Параметры процесса авторегрессии конечного порядка не должны удовлетворять каким-нибудь условиям для того, чтобы процесс был стационарным. Однако для того чтобы процесс МА был обратимым, корни его характеристического уравнения должны лежать вне единичного круга.
4. Спектр процесса скользящего среднего является обратным к спектру соответствующего процесса авторегрессии.

П2.3.3. Авторегрессионные модели со скользящими средними в остатках (ARMA(p, q)-модели)

Представление процесса типа МА в виде процесса авторегрессии неэкономично с точки зрения его параметризации. Аналогично процесс AR не может быть экономично представлен с помощью модели скользящего среднего. Поэтому для получения экономичной параметризации иногда бывает целесообразно включить в модель как члены, описывающие авторегрессию, так и члены, моделирующие остаток в виде скользящего среднего. Такие линейные процессы имеют вид

$$\varepsilon_t = \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p} + \delta_t - \theta_1 \delta_{t-1} - \dots - \theta_q \delta_{t-q} \quad (\text{П2.30})$$

и называются процессами авторегрессии – скользящего среднего порядка (p, q)(ARMA(p, q)).

Стационарность и обратимость ARMA(p, q)-процессов. Записывая процесс (П2.30) в виде

$$\varepsilon_t = \sum_{j=1}^p \alpha_j \varepsilon_{t-j} + \bar{\delta}_{qt}, \quad (\text{П2.31})$$

где $\bar{\delta}_{qt} = \delta_t - \theta_1 \delta_{t-1} - \dots - \theta_q \delta_{t-q}$, можно провести анализ стационарности (П2.31) по той же схеме, что и для AR(p)-процессов. При этом различие “остатков” $\bar{\delta}_{qt}$ и δ_t никак не влияет на выводы, определяющие условия стационарности процесса авторегрессии. Поэтому процесс (П2.30) является стационарным тогда и только тогда, когда все корни характеристического уравнения AR(p)-процесса лежат вне единичного круга.

Аналогично, обозначив $\bar{\varepsilon}_{pt} = \varepsilon_t - \sum_{j=1}^p \alpha_j \varepsilon_{t-j}$ и рассматривая процесс (П2.30) в виде

$$\bar{\varepsilon}_{pt} = \delta_t - \theta_1 \delta_{t-1} - \dots - \theta_q \delta_{t-q},$$

получаем те же выводы относительно условий обратимости этого процесса, что и для процесса MA(q): для обратимости ARMA(p, q)-процесса необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения MA(q)-процесса лежали бы вне единичного круга.

Автокорреляционная функция анализируется аналогично, тому как это делалось для AR- и MA-процессов, что позволяет сделать следующие выводы.

1) Из соотношений $\gamma(\tau) = \alpha_1\gamma(\tau-1) + \dots + \alpha_p\gamma(\tau-p) + \gamma_{e\delta}(\tau) - \theta_1\gamma_{e\delta}(\tau-1) - \dots - \theta_q\gamma_{e\delta}(\tau-q)$, где $\gamma_{e\delta}(k) = \mathbf{E}(\varepsilon_{t-k}\delta_t)$ – «перекрестная» ковариационная функция последовательностей ε_t и δ_t для $\tau = 0, 1, \dots, q$ следует, что ковариации $\gamma(0), \gamma(1), \dots, \gamma(q)$ и, соответственно, автокорреляции $r(1), \dots, r(q)$ связаны определенной системой зависимостей с q параметрами скользящего среднего $\theta_1, \dots, \theta_q$ и p параметрами авторегрессии $\alpha_1, \dots, \alpha_p$. При этом перекрестные ковариации $\gamma_{e\delta}(\tau), \gamma_{e\delta}(\tau-1), \dots, \gamma_{e\delta}(\tau-q)$ при положительных значениях сдвига по времени равны нулю, а при отрицательных – тоже могут быть выражены в терминах параметров $\alpha_1, \dots, \alpha_p, \theta_1, \dots, \theta_q$ с помощью следующего приема: пусть $k > 0$; тогда $\gamma_{e\delta}(-k) = \mathbf{E}(\varepsilon_{t-k}\delta_t)$; в произведении $\varepsilon_{t-k}\delta_t$ с помощью $(k+1)$ -кратной последовательной подстановки первого сомножителя по формуле (П2.30) он заменяется линейной комбинацией $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-k}$ элементов белого шума δ и параметров модели, что после применения к получившемуся произведению операции усреднения \mathbf{E} дает выражение, зависящее только от параметров модели (поскольку $\mathbf{E}(\varepsilon_{t-1}\delta_t) = 0$).

2) Значения автокорреляционной функции $r(\tau)$ для $\tau \geq q+1$ вычисляются по рекуррентному соотношению $r(\alpha =)\tau_1r(-\tau 1) + \alpha_2r(-\tau 2) + \dots + \alpha_p r(-\tau p)$ при $\tau \geq q+1$, которое в точности повторяет аналогичное рекуррентное соотношение (П2.24) для автокорреляционной функции процесса AR(p). Это значит, что, начиная с $\tau = q+1$, автокорреляционная функция процесса ARMA(p, q) ведет себя так же, как и автокорреляционная функция процесса AR(p), т.е. она будет состоять из совокупности затухающих экспонент и (или) затухающих синусоид, и ее свойства определяются коэффициентами $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ и начальными значениями $r(1), \dots, r(p)$.

Частная автокорреляционная функция процесса ARMA(p, q) при больших τ ведет себя как частная автокорреляционная функция MA(q)-процесса. Это значит, что в ней преобладают члены типа затухающих экспонент и (или) затухающих синусоид (соотношение между теми и другими зависит от порядка скользящего среднего q и значений параметров процесса).

Спектральная плотность процесса ARMA(p, q) может быть вычислена с помощью соотношения:

$$p(\tilde{\omega}) = 2\sigma_0^2 \frac{|1 - \theta_1 e^{-i2\pi\tilde{\omega}} - \theta_2 e^{-i4\pi\tilde{\omega}} - \dots - \theta_q e^{-i2q\pi\tilde{\omega}}|^2}{|1 - \alpha_1 e^{-i2\pi\tilde{\omega}} - \alpha_2 e^{-i4\pi\tilde{\omega}} - \dots - \alpha_p e^{-i2p\pi\tilde{\omega}}|^2}, 0 \leq \tilde{\omega} \leq \frac{1}{2}.$$

Идентификация процесса ARMA(p, q) базируется (так же как и AR-и MA-моделях) на статистическом оценивании параметров модели с помощью метода моментов. Процедура оценивания параметров α_k ($k = 1, 2, \dots, p$), θ_j ($j = 1, 2, \dots, q$) и σ_0^2 разбивается на два этапа. На 1-м этапе получаются оценки параметров α_k , на 2-м – оценки параметров θ_j и σ_0^2 .

1-й этап. Параметры автокорреляционной составляющей модели (П2.30) удовлетворяют системе линейных уравнений:

$$\begin{cases} r(q+1) - \alpha_1 r(q) - \alpha_2 r(q-1) - \dots - \alpha_p r(q-p+1) = 0, \\ r(q+2) - \alpha_1 r(q+1) - \alpha_2 r(q) - \dots - \alpha_p r(q-p+2) = 0, \\ \dots \\ r(q+p) - \alpha_1 r(q+p-1) - \alpha_2 r(q+p-2) - \dots - \alpha_p r(q) = 0. \end{cases} \quad (\text{П2.32})$$

Подставляя в (П2.32) вместо $r(k)$ их выборочные значения и решая получившуюся систему относительно α_j ($j = 1, \dots, p$), получаем оценки $\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_p$.

2-й этап. Подставляя полученные оценки $\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_p$ в (П2.30) получаем набор из $q + 1$ соотношений:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t - \sum_{k=1}^p \hat{\alpha}_k \varepsilon_{t-k} &= \delta_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \delta_{t-j}, \\ \varepsilon_{t+1} - \sum_{k=1}^p \hat{\alpha}_k \varepsilon_{t+1-k} &= \delta_{t+1} - \sum_{j=1}^q \theta_j \delta_{t+1-j}, \\ \varepsilon_{t+q} - \sum_{k=1}^p \hat{\alpha}_k \varepsilon_{t+q-k} &= \delta_{t+q} - \sum_{j=1}^q \theta_j \delta_{t+q-j}. \end{aligned}$$

Эта система позволяет получить нелинейные зависимости, связывающие искомые параметры $\sigma_0^2, \theta_1, \dots, \theta_q$ с автоковариациями и построенными на 1-м этапе оценками.

Векторные модели авторегрессии – скользящего среднего. В эконометрической литературе и приложениях обсуждаются и используются также многомерные модели ARMA и – как их частные случаи – векторные AR-и MA-модели. В сущности, эти вопросы относятся к проблематике многомерной регрессии и системам одновременных уравнений. Более по-

дробные сведения о векторных моделях авторегрессии можно найти, например, в [Greene (1997)].

П2.3.4. Простая и обобщенная модели авторегрессионных условно гетероскедастичных остатков

В ряде прикладных эконометрических работ (см., например [Engle (1982)], [Engle (1983)], [Gragg (1983)]) была выявлена некоторая общая закономерность в поведении случайных остатков исследуемых моделей: их малые и большие значения группировались целыми сериями. Причем это не проводило к нарушению их стационарности и гомоскедастичности для относительно больших временных интервалов, т.е. гипотеза $D\chi = \varepsilon(0) = \text{const}$ не противоречила имеющимся экспериментальным данным. Однако в рамках моделей ARMA удовлетворительно объяснить этот феномен не удавалось.

Р.Энгл [Engle (1982)] рассматривал остатки как условно гетероскедастичные, связанные друг с другом простейшей авторегрессионной зависимостью

$\delta_t = \varepsilon_0 + \theta_1 \varepsilon_{t-1}^2$, (П2.33) где последовательность $\delta_t, t = 1, 2, \dots, T$ образует стандартизованный нормальный белый шум, а параметры θ_0 и θ_1 должны удовлетворять ограничениям, обеспечивающим безусловную гомоскедастичность ε (такими ограничениями являются требования $\theta_0 > 0$, $|\theta_1| < 1$).

Модель вида (П2.33) называется авторегрессионной условно гетероскедастичной (ARCH-модель). Использование такой модели (см., например, [Greene (1997)]) для описания поведения остатков нередко позволяет строить более эффективные оценки параметров моделей, чем МНК-оценки (в том числе, обобщенные).

Естественное обобщение моделей типа (П2.33) (см. [Engle, Kraft (1983)]):

$\delta_t = \varepsilon_0 + \theta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}^2$, (П2.34) а параметры $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_q$ связаны некоторыми ограничениями, обеспечивающими безусловную гомоскедастичность остатков ε .

Модели (П2.34) называются моделями ARCH порядка (сокращенно ARCH(q)). Модель (П2.33) является ARCH(1)-моделью и соответствует частному случаю (П2.34) при $q = 1$. Содержательный переход к $q > 1$ в моделях (П2.34) означает, что процесс формирования значений остатков ε имеет «более длинную память» о величинах предшествующих остатков $\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}$.

ε_{t-2}, \dots . ARCH(q)-модель (П2.34) может рассматриваться как некая специальная форма MA(q)-модели, что и используется при ее анализе.

Дальнейшее обобщение моделей этого типа [Bollerslev (1986)] заключается в описании поведения остатков ε_t с помощью обобщенной авторегрессионной условно гетероскедастичной модели (GARCH-модели).

П2.4. Модели нестационарных временных рядов и их идентификация

П2.4.1. Модель авторегрессии-проинтегрированного скользящего среднего (ARIMA(p, k, q)-модель)

Эта модель предложена Дж. Боксом и Г. Дженкинсом [Бокс, Дженкинс (1974)]. Она предназначена для описания нестационарных временных рядов x_t , обладающих следующими свойствами:

1. Анализируемый временной ряд аддитивно включает в себя составляющую $f(t)$, имеющую вид алгебраического полинома (от параметра времени t) некоторой степени $k > 1$; при этом коэффициенты этого полинома могут быть как стохастической, так и нестохастической природы;
2. Ряд $x_t^k, t = 1, \dots, T - k$, получившийся из x_t после применения к нему k -кратной процедуры метода последовательных разностей, может быть описан моделью ARMA(p, q).

Это означает, что ARIMA(p, k, p)-модель анализируемого процесса x_t , может быть записана в виде

$$x_t^k = \alpha_1 x_{t-1}^k + \alpha_2 x_{t-2}^k + \dots + \alpha_p x_{t-p}^k + \delta - \theta_1 \delta_{t-1} - \dots - \theta_q \delta_{t-q},$$

где $x_t^k = \Delta^k x_t = x_t - C_k^1 x_{t-1} + C_k^2 x_{t-2} - \dots + (-1)^k x_{t-k}$.

Заметим, что классу моделей ARIMA принадлежит и простейшая модель стохастического тренда – процесс случайного блуждания (или просто случайное блуждание). Случайное блуждание определяется аналогично процессу авторегрессии первого порядка (П2.14), но только у случайного блуждания $\alpha = 1$, так что

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1} + \delta_t.$$

Ряд первых разностей случайного блуждания δ_t представляет собой белый шум, т.е. процесс ARMA(0, 0). Поэтому само случайное блуждание входит в класс моделей ARIMA как модель ARIMA(0, 1, 0).

Идентификация ARIMA-моделей. В первую очередь, следует подобрать порядок k модели. Первый тип критерия подбора основан на отслеживании поведения величины $\hat{\sigma}^2(k)$ (см. (П2.12)) в зависимости от k : в качестве верхней оценки для порядка k определяется то значение k_0 , начиная с которого тенденция к убыванию $\hat{\sigma}^2(k)$ гасится и само значение $\hat{\sigma}^2(k)$ относительно стабилизируется. Второй тип критерия подбора порядка k ARIMA-модели основан на анализе поведения автокорреляционных функций процессов $\Delta x_t, \Delta^2 x_t, \dots$. Последовательные преобразования анализируемого процесса x_t с помощью операторов Δ, Δ^2, \dots нацелены на устранение его нестационарности. Поэтому до тех пор, пока $l < k$ процессы $\Delta^l x_t$ будут оставаться нестационарными, что будет выражаться в отсутствии быстрого спада в поведении их выборочной автокорреляционной функции. Поэтому предполагается, что необходимая для получения стационарности степень k разности Δ достигнута, если автокорреляционная функция ряда $x_t^k = \Delta^k x_t$ быстро затухает.

После подбора порядка k анализируется уже не сам ряд x_t , а его k -е разности. Идентификация этого ряда сводится к идентификации ARMA(p, q)моделей, процедуры идентификации которых описаны в П2.4.3.

Коинтеграция временных рядов в регрессионном анализе. В регрессионном анализе одновременно рассматривается несколько временных рядов. Если x_t – интегрированный временной ряд порядка k_1 , приводящийся к стационарному ряду переходом к разностям порядка k_1 , а y_t – интегрированный временной ряд порядка $k_2 > k_1$, остаточная модель, полученная при переходе к разностям порядка k_2 , то при любом значении параметра θ случайный остаток $\varepsilon_t = y_t - \theta x_t$ будет интегрированным времененным рядом порядка k_2 . Если же $k_1 = k_2 = k$, то константа θ иногда может быть подобрана так, что ε_t будет стационарным (интегрированным порядка 0) с нулевым средним. При этом говорят, что ряды x_t и y_t коинтегрированы, а вектор $(1, -\theta)$ называется коинтегрирующим. При регрессионном анализе интегрированных рядов x_t и y_t , отсутствие коинтегрированности этих рядов приводит к фиктивной (паразитной) регрессии.

Проверка на коинтегрированность пары интегрированных рядов первого порядка может производиться, например, по следующей схеме: 1) рассматривается модель $y_t = \theta x_t + \varepsilon_t$ и строится оценка параметра θ ; 2) ряд $\hat{\varepsilon}_t = y_t - \hat{\theta} x_t$ анализируется на стационарность в рамках одной из моделей

ARMA(p, q); например, в рамках AR(1)-модели проверяется гипотеза $|\alpha| < 1$ в представлении $\hat{\varepsilon}_t = \alpha\hat{\varepsilon}_{t-1} + \delta_t$.

Подробнее с проблемой коинтеграции временных рядов можно познакомиться, например, в [Greene (1997)]. Исчерпывающий обзор литературы по этой проблеме приведен в книге [Maddala, Kim (1998)].

П2.4.2. Модели рядов, содержащих сезонную компоненту

Под временными рядами, содержащими сезонную компоненту, понимаются процессы, при формировании значений которых обязательно присутствовали сезонные и/или циклические факторы.

Один из распространенных подходов к прогнозированию состоит в следующем: ряд раскладывается на долговременную, сезонную (в том числе, циклическую) и случайную составляющие; затем долговременную составляющую подгоняют полиномом, сезонную – рядом Фурье, после чего прогноз осуществляется экстраполяцией этих подогнанных значений в будущее. Однако этот подход может приводить к серьезным ошибкам. Во-первых, короткие участки стационарного ряда (а в экономических приложениях редко бывают достаточно длинные временные ряды) могут выглядеть похожими на фрагменты полиномиальных или гармонических функций, что приведет к их неправомерной аппроксимации и представлению в качестве неслучайной составляющей. Во-вторых, даже если ряд действительно включает неслучайные полиномиальные и гармонические компоненты, их формальная аппроксимация может потребовать слишком большого числа параметров, т.е. получающаяся параметризация модели оказывается неэкономичной.

Принципиально другой подход основан на модификации ARIMA-моделей с помощью «упрощающих операторов». Схематично процедура построения сезонных моделей, основанных на ARIMA-конструкциях, модифицированных с помощью упрощающих операторов $\nabla_T = 1 - L^T$, может быть описана следующим образом (детальное описание соответствующих процедур см., например, в [Бокс, Дженкинс (1974)]:

1. Применяем к наблюдаемому ряду x_t операторы Δ и ∇_T для достижения стационарности;
2. По виду автокорреляционной функции преобразованного ряда $x_{k,K}^{(T)}(t)$ подбираем пробную модель в классе ARMA- или модифицированных (в правой части) ARMA-моделей;

3. По значениям соответствующих автоковариаций ряда $x_{k,k}^{(T)}(t)$ получаем (методом моментов) оценки параметров пробной модели;
 4. Диагностическая проверка полученной модели (анализ остатков в описании реального ряда x_t с помощью построенной модели) может либо подтвердить правильность модели, либо указать пути ее улучшения, что приводит к новой подгонке и повторению всей процедуры.
- Более детальное описание этих процедур можно найти в [Бокс, Дженингс (1974)].

П2.4.3. Регрессионные модели с распределенными лагами

Рассмотрим задачу построения линейной регрессионной модели, позволяющей с наименьшими (в определенном смысле) ошибками восстанавливать и прогнозировать значения y_t по значениям x_t . Иначе говоря, будем рассматривать модели вида

$$y_t = c_0 + \sum_{k=0}^N \theta_k x_{t-k} + \delta_t, t = N+1, N+2, \dots, \quad (\text{П2.35})$$

где δ_t , $t = 1, 2, \dots, N$ последовательность гомоскедастичных и взаимно не коррелированных (и не коррелированных с x_t , x_{t-1}, \dots, x_{t-N}) регрессионных остатков, а c_0 , $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_N$ и $\sigma_\delta^2 = \mathbf{D}\delta_t$ – неизвестные параметры модели.

Главная идея, на которой базируется общий подход к анализу и построению моделей вида (П2.35), может быть сформулирован следующим образом:

- Отправляясь от содержательной сущности моделируемых зависимостей и смысла весовых коэффициентов θ_k ($k = 0, 1, 2, \dots$), определить их структурные связи с помощью введения небольшого числа параметров $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ ($m \ll N$), по значениям которых можно восстановить значения всех неизвестных коэффициентов регрессии θ_k ; после этого задача сводится к оценке параметров α_j .

Модели (П2.35) называются регрессионными моделями с распределенными лагами.

Нормированная структура лага как распределение вероятностей. Можно воспользоваться формальным сходством нормированной структуры лага и закона распределения вероятностей дискретной случайной величины. Для этого введем случайную величину («время задержки») с законом распределения вероятностей

$$P\{\tau = k\} = w_k, \quad k = 0, 1, \dots, N \quad (\text{П2.36})$$

где N может принимать и бесконечные значения.

Подобная интерпретация нормированной структуры лага открывает широкие возможности в построении экономической параметризации последовательности весов w_k с помощью различных широко известных моделей законов распределения для дискретных случайных величин. Интерпретация весов w_k как вероятностей в ряде случаев оказывается вполне оправданной. При такой интерпретации вполне определенный смысл приобретают и основные характеристики вероятностных распределений. Разные типовые модели распределенных лагов отличаются одна от другой способом параметризации весовых коэффициентов $\theta_0, \theta_1, \dots$, т.е. способом параметризации своей лаговой структуры. Рассмотрим несколько наиболее распространенных способов параметризации лаговых структур.

Полиномиальная лаговая структура Алмон [Almon (1965)]. Рассмотрим простейший вариант модели. Подход основан на полиномиальной форме параметризации конечной лаговой структуры $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_N$. Опираясь на теорему Вейерштрасса и рассматривая весовые коэффициенты θ_k как функции k , автор предложила выразить их в виде полиномов невысокой степени m ($m \leq 3$) от k , т.е.

$$\theta_k = \alpha_0 + \alpha_1 k + \alpha_2 k^2 + \dots + \alpha_m k^m, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N, \quad (\text{П2.37})$$

где $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_m$ – некоторые неизвестные параметры, которые определяются из условия наиболее точной подгонки модели (П2.35). Представление (П2.37) позволяет свести модель (П2.35) к виду:

$$y_{t'+N} = c_0 + \alpha_0 \tilde{x}_{t'}^{(1)} + \alpha_1 \tilde{x}_{t'}^{(2)} + \dots + \alpha_m \tilde{x}_{t'}^{(m)} + \delta_{t'+N}, \quad t' = 1, 2, \dots, T - N.$$

В результате задача оценивания $N + 2$ неизвестных весовых коэффициентов $c_0, \theta_0, \theta_1, \dots, \theta_N$ сводится к статистическому анализу стандартной линейной модели множественной регрессии всего с $m + 1$ ($m \leq 3$) неизвестными параметрами.

Геометрическая лаговая структура Койка [Koyck (1954)]. В данном подходе рассматривается бесконечная лаговая структура, поэтому он применим лишь к достаточно длинным временными рядам. Общим допущением при анализе бесконечных лаговых структур является требование сходимости ряда $\beta = \sum_{k=0}^{\infty} \theta_k$. Это означает, что влияние x_t на y_{t+k} уменьшается до

нуля по мере неограниченного увеличения временного интервала k , что естественно, т.к. текущее значение y практически не должно зависеть от поведения x в бесконечно далеком прошлом. Койк конкретизировал и уси-

лил это допущение. В частности, он постулировал, что все нормированные веса $w_k = \frac{\theta_k}{\sum_{j=0}^{\infty} \theta_j}$, являясь положительными, убывают с ростом k по геометрической прогрессии.

Это допущение приводит к огромным упрощениям модели (П2.35), т.к. вместо оценивания бесконечного ряда весовых коэффициентов $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots$ нужно оценить лишь два параметра: λ и β :

$$y_t = (1 - \lambda)c_0 + \beta(1 - \lambda)x_t + \lambda y_{t-1} + (\delta_t - \lambda \delta_{t-1}). \quad (\text{П2.38})$$

Процедуры состоятельного оценивания параметров модели (П2.38) при нескольких вариантах специфицирующих условий, касающихся природы случайных остатков δ_t и ε_t , описаны, например, в [Джонстон (1980)].

Модель частичного приспособления (или «частичной корректировки») [Nerlove (1956)], [Nerlove (1958)]. Предположим, что желаемое значение y_t^* некоторого экономического показателя определяется уравнением

$$y_t^* = \tilde{\theta}_0 + \tilde{\theta}_1 x_t + \tilde{\delta}_t, \quad (\text{П2.39})$$

где регрессионные остатки $\tilde{\delta}_t$ являются белым шумом, а x_t – переменная, выполняющая роль объясняющей, не коррелирована с $\tilde{\delta}_t$. Желаемое значение исследуемой результирующей переменной не всегда является наблюдаемым. Так что фактическое (наблюданное) значение этого показателя будет со временем как бы «подтягиваться» к желаемому в соответствии с правилом, формализуемым соотношением

$$y_t = y_{t-1} + \gamma(y_t^* - y_{t-1}) + \delta_t, 0 \leq \gamma \leq 1, \quad (\text{П2.40})$$

где δ_t – белый шум. Из (П2.40) следует, что на каждом следующем временном такте наблюдаемое значение y_t будет «подправляться» в направлении целевого значения y_t^* на величину, пропорциональную разнице между оптимальным и текущим уровнями результирующего показателя. Соотношение (П2.40) может быть переписано в виде

$$y_t = \gamma y_t^* + (1 - \gamma)y_{t-1} + \delta_t, \quad (\text{П2.41})$$

откуда следует, что наблюдаемое значение исследуемой результирующей переменной есть (с точностью до регрессионного остатка δ_t) взвешенное среднее желаемого уровня (на данный момент времени) и фактиче-

ского значения в предыдущем такте времени. Подставляя модельное оптимальное значение (П2.39) в (П2.41), имеем

$$y_t = \gamma \tilde{\theta}_0 + \gamma \tilde{\theta}_1 x_t + (1 - \gamma) y_{t-1} + (\delta_t + \gamma \tilde{\delta}_t)$$

Модель частичного приспособления относится к классу геометрических структур Койка с точностью до условий, специфицирующих случайные остатки. Схема «частичного приспособления» имеет довольно широкий спектр экономических приложений.

«Узкое место» модели частичного приспособления состоит в том, что иногда предположение о зависимости оптимального значения y_t^* только от текущего значения x_t оказывается не адекватным действительности. Другими словами, часто решающим мотивом для принятия ответственных решений не может служить единственное значение объясняющей переменной. Один из способов преодоления этой ограниченности отражен в модели адаптивных ожиданий.

Модель адаптивных ожиданий. Моделирование закономерностей с учетом ожидаемых ситуаций – одна из важнейших экономических проблем. Это, в первую очередь, верно для макроуровня, на котором инвестиции, сбережения и спрос на активы оказываются особенно чувствительными к ожиданиям относительно будущего. Если в модели частичного приспособления в роли корректирующей величины выступала зависимая переменная y_t , то в модели адаптивных ожиданий корректируется объясняющая переменная x_t^* , которая определяет ожидаемое на момент $t + 1$ значение аргумента в исследуемой зависимости вида

$$y_t = \tilde{\theta}_0 + \tilde{\theta}_1 x_{t+1}^* + \delta_t,$$

где возмущающее воздействие δ_t – белый шум и не коррелировано с наблюдаемым значением аргумента x_t . В соответствии с основным допущением модели механизм формирования ожидаемого значения описывается соотношением

$$x_{t+1}^* = \gamma x_t + (1 - \gamma) \hat{x}_t^*, 0 \leq \gamma \leq 1.$$

Это означает, что значение объясняющей переменной, ожидаемое в момент времени $t + 1$, формируется в момент времени t как взвешенное среднее ее реального и ожидаемого значения в текущий момент времени. От значения γ зависит скорость адаптации ожидаемых значений к реальности. В отличие от процесса частичного приспособления, базирующегося на инерции и прошлой динамике показателей, процесс адаптивных ожиданий направлен в будущее. Другими словами, мы формируем значение резуль-

тирующего показателя на текущий момент времени с учетом будущего значения объясняющей переменной.

Процесс аддитивных ожиданий также укладывается в общую схему моделей с распределенными лагами, имеющих геометрическую структуру Койка.

Модель гиперинфляции Кагана [Cagan (1956)] и модель потребления Фридмана [Friedman (1957)] представляют собой наиболее известные примеры эконометрических приложений модели аддитивных ожиданий.

Лаговые структуры, основанные на вероятностной параметризации. Одним из способов экономной параметризации лаговых структур является, как отмечалось выше, их интерпретация в терминах вероятностных распределений.

Лаговая структура Паскаля [Solow (1960)] основана на отрицательном биномиальном распределении, т.е. элементы w_k , $k = 0, 1, 2, \dots$ нормированной бесконечной лаговой структуры Паскаля определяются в соответствии с (П2.36) с помощью соотношений

$$w_k = (1-p)^M C_{M+k-1}^k p^k, k = 0, 1, 2, \dots, \quad (\text{П2.42})$$

где p ($0 < p < 1$) и M (любое целое положительное число) – параметры, определяющие (вместе с $\beta = \sum_{k=0}^{\infty} \theta_k$) конкретную лаговую структуру в данном параметрическом семействе. Из свойств отрицательного биномиального распределения следует:

- элементы w_k нормированной лаговой структуры при $M > 1$ сначала возрастают (при $k < \frac{pM-1}{1-p}$), а затем убывают (при $k > \frac{pM-1}{1-p}$);
- среднее значение лага ($\mathbf{E}\tau$) и его дисперсия ($\mathbf{D}\tau$) определяются как

$$\mathbf{E}\tau = \frac{pM}{1-p}; \quad \mathbf{D}\tau = \frac{pM}{(1-p)^2}.$$

и являются возрастающими функциями как M , так и p .

Лаговая структура, основанная на биномиальном законе распределения вероятностей, является естественным аналогом структуры Паскаля в классе конечных моделей с распределенными лагами. Ее нормированные элементы задаются соотношениями

$$w_k = C_N^k p^k (1-p)^{N-k}, k = 0, 1, \dots, N. \quad (\text{П2.45})$$

Данный класс конечных лаговых структур описывается однопараметрическим семейством (параметр p – некоторое число между 0 и 1). Из свойств биномиального распределения следует, что последовательность (П2.45) образует (так же как и (П2.42)) унимодальный ряд, причем $\mathbf{E}\tau = pN$ и $\mathbf{D}\tau = p(1 - p)N$.

Описанные вероятностные лаговые структуры применимы в ситуациях, когда из содержательного смысла анализируемых зависимостей вида (П2.35) следует, что весовые коэффициенты θ_k (а значит, и w_k) начинают монотонно убывать не сразу, а только после некоторого k_0 .

П2.5. Прогнозирование экономических показателей на основе моделей временных рядов

Рассмотрим теперь, как методы и модели, описанные в П2.3 и П2.4, используются при прогнозировании экономических показателей. Сконцентрируем внимание на методах автопрогноза, в которых имеющийся в наличии ряд экстраполируется вперед, а другие ряды, которые, возможно, несут определенную информацию о его поведении, остаются без внимания. Поскольку не существует универсально предпочтительных методов прогнозирования на все случаи жизни, то выбор метода прогнозирования и его эффективность зависят от многих условий. В частности от:

- (а) требуемого горизонта прогнозирования;
- (б) длины анализируемого временного ряда;
- (в) наличия или отсутствия в анализируемом ряду сезонной составляющей или каких-либо «нестандартностей».

Поэтому метод прогнозирования следует выбирать с учетом всех специфических особенностей как целей прогноза, так и анализируемого временного ряда.

П2.5.1. Прогнозирование на базе ARIMA-моделей

ARIMA-модели охватывают достаточно широкий спектр временных рядов, а небольшие модификации этих моделей позволяют весьма точно описывать и временные ряды с сезонностью. Начнем обсуждение проблемы прогнозирования временных рядов с методов, основанных на использовании ARIMA-моделей. Мы говорим об ARIMA-моделях, имея в виду, что сюда входят как частные случаи AR-, MA- и ARMA-модели. Кроме того, будем исходить из того, что уже осуществлен подбор подходящей модели для анализируемого временного ряда, включая идентификацию этой моде-

ли. Поэтому в дальнейшем предполагается, что все параметры модели уже оценены.

Будем прогнозировать неизвестное значение x_{t+l} , $l \geq 1$ полагая, что x_t – последнее по времени наблюдение анализируемого временного ряда, имеющееся в нашем распоряжении. Обозначим такой прогноз \hat{x}'_t .

Заметим, что хотя \hat{x}'_t и \hat{x}'_{t-1}^{l+1} обозначают прогноз одного и того же неизвестного значения x_{t+l} , но вычисляются они по-разному, т.к. являются решениями разных задач.

Ряд x_t , анализируемый в рамках ARIMA(p, k, q)-модели, представим (при любом $\tau > k$) в виде

$$(1 - \alpha_1 L - \dots - \alpha_p L^p) \sum_{j=0}^k (-1)^j C_k^j x_{\tau-j} = \delta_\tau - \theta_1 \delta_{\tau-1} - \dots - \theta_q \delta_{\tau-q}, \quad (\text{П2.46})$$

где L – оператор сдвига функции времени на один временной такт назад.

Из соотношения (П2.46) можно выразить x_τ для любого $\tau = t - q, \dots, t - 1, t, t + 1, \dots, t + l$. Получаем

$$x_\tau = \left(\sum_{j=1}^p \alpha_j L^j \right) x_t + \left(1 - \sum_{j=1}^p \alpha_j L^j \right) \left(\sum_{i=0}^k (-1)^i C_k^i x_{\tau-i} \right) + \left(1 - \sum_{j=1}^q \theta_j L^j \right) \delta_\tau. \quad (\text{П2.46})$$

Правые части этих соотношений представляют собой линейные комбинации $p + k$ предшествующих (по отношению к левой части) значений анализируемого процесса x_t , дополненные линейными комбинациями текущего и q предшествующих значений случайных остатков δ . Причем коэффициенты, с помощью которых эти линейные комбинации подсчитываются, известны, т.к. выражаются в терминах уже оцененных параметров модели.

Этот факт и дает возможность использовать соотношения (П2.46) для построения прогнозных значений анализируемого временного ряда на l тактов времени вперед. Теоретическую базу такого подхода к прогнозированию обеспечивает известный результат, в соответствии с которым наилучшим (в смысле среднеквадратической ошибки) линейным прогнозом в момент времени t с упреждением l является условное математическое ожидание случайной величины x_{t+l} , вычисленное при условии, что все значения x_τ до момента времени t известны. Этот результат является частным случаем общей теории прогнозирования (см. [Wold (1932)], [Kolmogoroff (1939)], [Wiener (1949)]).

Условное математическое ожидание $\mathbf{E}(x_{t+l} | x_1, \dots, x_t)$ получается применением операции усреднения к обеим частям (П2.46) при $\tau = t + l$ с учетом следующих соотношений:

$$\mathbf{E}(x_{t-j} | x_1, \dots, x_t) = x_{t-j} \text{ при всех } j = 0, 1, 2, \dots, t-1; \quad (\text{П2.47})$$

$$\mathbf{E}(x_{t+j} | x_1, \dots, x_t) = \hat{x}_t^j \text{ при всех } j = 1, 2, \dots; \quad (\text{П2.48})$$

$$\mathbf{E}(x_{t+j} | x_1, \dots, x_t) = 0 \text{ при всех } j = 1, 2, \dots; \quad (\text{П2.49})$$

$$\mathbf{E}(x_{t-j} | x_1, \dots, x_t) = x_{t-j} - \hat{x}_{t-j-1}^1 \text{ при всех } j = 0, 1, 2, \dots, t-1. \quad (\text{П2.50})$$

Таким образом, определяется следующая процедура построения прогноза по известной до момента траектории временного ряда:

- 1) по формулам (П2.46) вычисляются ретроспективные прогнозы $\hat{x}_{t-q-1}^1, \hat{x}_{t-q}^1, \dots, \hat{x}_{t-1}^1$ по предыдущим значениям временного ряда; при этом при вычислении начальных прогнозных значений $\hat{x}_{t-q+m-1}$ для x_{t-q+m} ($m = 0, 1, \dots$) по формулам (П2.46) вместо условных средних $\mathbf{E}(\delta_{t-q+m-j} | x_1, \dots, x_{t-q+m})$, которые в общем случае следовало бы вычислять по формулам (П2.50), подставляются их безусловные значения, равные нулю;
- 2) используя формулы (П2.46) для $\tau > t$ и правила (П2.47)–(П2.50) подсчитываются условные математические ожидания для вычисления прогнозных значений.

Описанная процедура выглядит достаточно сложной. Однако при реалистичных значениях параметров p, q и k эта процедура в действительности оказывается весьма простой.

Мы не касались здесь важных вопросов оценки точности получаемых прогнозов. Теоретические аспекты этой проблемы рассмотрены, например, в [Бокс, Дженинс (1974)].

П2.5.2. Адаптивные методы прогнозирования

Считается, что характерной чертой адаптивных методов прогнозирования является их способность непрерывно учитывать эволюцию динамических характеристик изучаемых процессов, «подстраиваться» под эту эволюцию, придавая, в частности, тем больший вес и тем более высокую информационную ценность имеющимся наблюдениям, чем ближе они к текущему моменту прогнозирования. Однако деление методов и моделей на «адаптивные» и «неадаптивные» достаточно условно. В известном смысле любой метод прогнозирования адаптивный, т.к. все они учитывают вновь поступающую информацию, в том числе наблюдения сделанные с

момента последнего прогноза. Общее значение термина заключается, по-видимому, в том, что «адаптивное» прогнозирование позволяет обновлять прогнозы с минимальной задержкой и с помощью относительно несложных математических процедур. Однако это не означает, что в любой ситуации адаптивные методы эффективнее тех, которые традиционно не относятся к таковым.

Методы экспоненциального сглаживания [Brown (1962)]. Простейший вариант метода уже рассматривался в связи с задачей выявления неслучайной составляющей анализируемого временного ряда. Постановка задачи прогнозирования с использованием простейшего варианта метода экспоненциального сглаживания формулируется следующим образом.

Пусть анализируемый временной ряд x_τ , $\tau = 1, 2, \dots, t$ представлен в виде

$$x_\tau = a_0 + \varepsilon_\tau \quad (\text{П2.51})$$

где a_0 – неизвестный параметр, не зависящий от времени, а ε_τ – случайный остаток со средним значением, равным нулю, и конечной дисперсией. Как известно, экспоненциально взвешенная скользящая средняя ряда x_τ в точке t $\bar{x}_t(\lambda)$ с параметром сглаживания (параметром адаптации) λ ($0 < \lambda < 1$) определяется формулой

$$\bar{x}_t(\lambda) = \frac{1-\lambda}{1-\lambda} \sum_{j=0}^{t-1} \lambda^j x_{t-j}, \quad (\text{П2.52})$$

которая дает решение задачи: $\bar{x}_t(\lambda) = \arg \min_a \sum_{j=0}^{t-1} \lambda^j (x_{t-j} - a)^2$.

Коэффициент сглаживания λ можно интерпретировать также как коэффициент дисконтирования, характеризующий меру обесценения наблюдения за единицу времени.

Для рядов с «бесконечным прошлым» формула (П2.52) сводится к виду

$$\bar{x}_t(\lambda) = (1-\lambda) \sum_{j=0}^{\infty} \lambda^j x_{t-j}. \quad (\text{П2.53})$$

В соответствии с простейшим вариантом метода экспоненциального сглаживания прогноз \hat{x}_t^1 для неизвестного значения x_{t+1} по известной до момента времени t траектории ряда x_t строится по формуле

$$\hat{x}_t^1 = \bar{x}_t(\lambda), \quad (\text{П2.54})$$

где значение $\bar{x}_t(\lambda)$ определено формулой (П2.52) или (П2.53), соответственно для короткого или длинного временного ряда.

Формула (П2.54) удобна, в частности, тем, что при появлении следующего $(t + 1)$ -го наблюдения x_{t+1} пересчет прогнозирующей функции $\hat{x}_{t+1}^1 = \bar{x}_{t+1}(\lambda)$ производится с помощью простого соотношения $\bar{x}_{t+1}(\lambda) = \lambda \bar{x}_t(\lambda) + (1 - \lambda)x_{t+1}$.

Метод экспоненциального сглаживания можно обобщить на случай полиномиальной неслучайной составляющей анализируемого временного ряда, т.е. на ситуации, когда вместо (П2.51) постулируется

$$x_{t+\tau} = a_0 + a_1 \tau + \dots + a_k \tau^k + \varepsilon_\tau \quad (\text{П2.55})$$

где $k \geq 1$. В соотношении (П2.55) начальная точка отсчета времени сдвинута в текущий момент времени t , что облегчает дальнейшие вычисления.

Соответственно, в схеме простейшего варианта метода прогноз \hat{x}_t^1 значения x_{t+1} будет определяться соотношениями (П2.55) при $\tau = 1$ и (П2.54):

$$\hat{x}_t^1 = \hat{x}_{t+1} = \hat{a}_0^{(k)}(t, \lambda) + \hat{a}_1^{(k)}(t, \lambda) + \dots + \hat{a}_k^{(k)}(t, \lambda),$$

где оценки $\hat{a}_j(t, \lambda), j = 0, 1, \dots, k$ получаются как решение оптимизационной задачи

$$\sum_{j=0}^{\infty} \lambda^j (x_{t-j} - a_0 - a_1 j - \dots - a_k j^k)^2 \rightarrow \min_{a_0, a_1, \dots, a_k}. \quad (\text{П2.56})$$

Решение задачи (П2.56) не представляет принципиальных трудностей.

Сделаем несколько замечаний по поводу использования описанного подхода.

- 1) Выбор вида прогнозирующей функции основанный на подборе операторов авторегрессии $(1 - \sum \alpha_j L^j)$ и конечных разностей $\Delta^k = 1 - L^k$, представляется более гибким и обоснованным, чем формальная аппроксимация полиномом траектории анализируемого временного ряда.
- 2) Узким местом всех адаптивных методов, и методов экспоненциального сглаживания в частности, является подбор подходящего к данной конкретной задаче параметра сглаживания (адаптации) λ . Даже при оптимальном подборе параметра модель Брауна уступает в точности прогноза ARIMA(0, 1, 1)-модели.
- 3) В моделях экспоненциального сглаживания вся специфика анализируемого ряда должна быть отражена в единственном параметре λ . Это, конечно, сильно ограничивает класс допустимых в рамках этого метода моделей.

Рассмотрим еще несколько методов, использующих идеологию экспоненциального сглаживания, которые развивают метод Брауна в различных направлениях.

Метод Хольта. Хольт [Holt (1957)] ослабил ограничения метода Брауна, связанные с его однопараметричностью, введением двух параметров сглаживания λ_1 и λ_2 ($0 < \lambda_1, \lambda_2 < 1$). В его модели прогноз \hat{x}'_t на l тактов времени в текущий момент t также определяется линейным трендом вида

$$\hat{x}'_t = \hat{a}_0(t, \lambda_1, \lambda_2) + l\hat{a}_1(t, \lambda_1, \lambda_2),$$

где обновление прогнозирующих коэффициентов производится по формулам:

$$\begin{aligned}\hat{a}_0(t+1, \lambda_1, \lambda_2) &= \lambda_1 x_t + (1 - \lambda_1)(\hat{a}_0(t, \lambda_1, \lambda_2) + \hat{a}_1(t, \lambda_1, \lambda_2)), \\ \hat{a}_1(t+1, \lambda_1, \lambda_2) &= \lambda_2(\hat{a}_0(t+1, \lambda_1, \lambda_2) - \hat{a}_1(t, \lambda_1, \lambda_2)) + (1 - \lambda_2)\hat{a}_1(t, \lambda_1, \lambda_2).\end{aligned}$$

Таким образом, прогноз по данному методу является функцией прошлых и текущих данных, параметров λ_1 и λ_2 , а также начальных значений $\hat{a}_0(0, \lambda_1, \lambda_2)$ и $\hat{a}_1(0, \lambda_1, \lambda_2)$.

Метод Хольта–Уинтерса. Уинтерс [Winters (1960)] развел метод Хольта так, чтобы он охватывал еще и сезонные эффекты. Прогноз, сделанный в момент t на l тактов времени вперед, равен

$$\hat{x}'_t = [\hat{a}_0(t) + l\hat{a}_1(t)]\omega_{t+1-N},$$

где ω_t – коэффициент сезонности, а N – число временных тактов, содержащихся в полном сезонном цикле. Сезонность в этой формуле представлена мультипликативно. Метод использует три параметра сглаживания λ_1 , λ_2 , λ_3 ($0 < \lambda_j < 1$, $j = 1, 2, 3$), а его формулы обновления имеют вид:

$$\begin{aligned}\hat{a}_0(t+1) &= \lambda_1 \frac{x_{t+1}}{\omega_{t+1-N}} + (1 - \lambda_1)[\hat{a}_0(t) + \hat{a}_1(t)], \\ \omega_{t+1} &= \lambda_2 \frac{x_{t+1}}{\hat{a}_0(t+1)} + (1 - \lambda_2)\omega_{t+1-N}, \\ \hat{a}_1(t+1) &= \lambda_3[\hat{a}_0(t+1) - \hat{a}_0(t)] + (1 - \lambda_3)\hat{a}_1(t).\end{aligned}$$

Как и в предыдущем случае, прогноз строится на основании прошлых и текущих значений временного ряда, параметров адаптации λ_1 , λ_2 и λ_3 , а также начальных значений $\hat{a}_0(0)$, $\hat{a}_1(0)$ и ω_0 .

Аддитивная модель сезонности Тейла–Вейджа. В экономической практике чаще встречаются экспоненциальные тенденции с мультипликативно наложенной сезонностью. Поэтому перед использованием аддитивной мо-

дели члены анализируемого временного ряда обычно заменяют их логарифмами, преобразуя экспоненциальную тенденцию в линейную, а мультипликативную сезонность – в аддитивную. Преимущество аддитивной модели заключается в относительной простоте ее вычислительной реализации. Рассмотрим модель вида (в предположении, что исходные данные прологарифмированы):

$$\begin{aligned}x_t &= a_0(\tau) + \omega_t + \delta_t, \\a_0(\tau) &= a_0(\tau-1) + a_1(\tau),\end{aligned}$$

где $a_0(\tau)$ – уровень процесса после элиминирования сезонных колебаний, $a_1(\tau)$ – аддитивный коэффициент роста, ω_t – аддитивный коэффициент сезонности, δ_t – белый шум.

Прогноз, сделанный в момент t на l временных тактов вперед, подсчитывается по формуле

$$\hat{x}_t^l = \hat{a}_0(t) + l\hat{a}_1(t) + \hat{\omega}_{t-N+l},$$

где коэффициенты \hat{a}_0, \hat{a}_1 и $\hat{\omega}$ вычисляются рекуррентным образом с помощью следующих формул обновления:

$$\begin{aligned}\hat{a}_0(\tau) &= \hat{a}_0(\tau-1) + \hat{a}_1(\tau-1) + \lambda_1[x_\tau - \hat{x}_{\tau-1}^1] \\ \hat{a}_1(\tau) &= \hat{a}_1(\tau-1) + \lambda_1\lambda_2[x_\tau - \hat{x}_{\tau-1}^1] \\ \hat{\omega}_\tau &= \hat{\omega}_{\tau-N} + (1-\lambda_1)\lambda_3[x_\tau - \hat{x}_{\tau-1}^1]\end{aligned}$$

В этих соотношениях, как и прежде, N – число временных тактов, содержащихся в полном сезонном цикле, а λ_1, λ_2 и λ_3 – параметры адаптации.

П3. Исходные данные для расчетов

П3.1. Темпы инфляции

Месячные данные с 1991:01 по 2000:08 (%). Рабочее название ряда – *Inflation*.

	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Январь	6,2	245,0	25,8	17,9	17,8	4,1	2,3	1,4	8,4	2,3
Февраль	4,8	38,3	24,7	10,8	11,0	2,8	1,5	0,9	4,1	1,0
Март	6,3	29,9	20,1	7,4	8,9	2,8	1,4	0,6	2,8	0,6
Апрель	63,5	21,7	18,8	8,5	8,5	2,2	1,0	0,4	3,0	0,9
Май	3,0	12,0	18,1	6,9	7,9	1,6	0,9	0,5	2,2	1,8
Июнь	1,2	18,6	19,9	6,0	6,7	1,2	1,1	0,1	1,9	2,6
Июль	0,6	11,0	22,4	5,3	5,4	0,7	0,9	0,2	2,8	1,8

Август	0,5	8,6	25,8	4,6	4,6	-0,2	-0,1	3,7	1,2	1,0
Сентябрь	1,1	11,5	23,1	7,7	4,5	0,3	-0,3	38,4	1,5	
Октябрь	3,5	22,9	19,5	15,0	4,7	1,2	0,2	4,5	1,4	
Ноябрь	8,9	26,1	16,4	15,0	4,5	1,9	0,6	5,7	1,2	
Декабрь	12,1	25,4	12,5	16,4	3,2	1,4	1,0	11,6	1,3	

П3.2. Денежные агрегаты

П3.2.1. Денежный агрегат М0

Месячные данные с 1990:12 по 2000:07. Рабочее название ряда – *M0*.

	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Январь		73	199	1903	12967	31802	75371	96372	116672	178014	232852
Февраль		76	216	2278	14573	34381	80371	102079	120255	180781	242046
Март		82	255	2559	15939	35240	86735	105213	119147	174132	251531
Апрель		85	321	3309	19411	41639	93112	115227	128606	195246	279064
Май		89	369	4020	20669	45459	93652	120369	129856	205285	289272
Июнь		100	458	5111	23811	52520	104368	136851	129806	216388	321766
Июль		112	645	6259	27048	57970	102850	140397	129326	218163	334037
Август		123	830	7305	27918	61658	101117	141621	133377	216181	
Сентябрь		133	998	8408	30016	65495	96218	134873	154212	212804	
Октябрь		142	1196	9826	30522	66285	94398	135795	166451	221959	
Ноябрь		153	1449	10952	31982	70700	95801	128817	167269	219325	
Декабрь	79	191	1716	13278	36482	80815	103824	130540	187843	266544	

П3.2.2. Узкая денежная база

Месячные данные с 1992:05 по 2000:08 (млрд. руб.). Рабочее название ряда – *Denbaza*.

	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Январь		2598	17010	44000	100800	123900	151400	202500	297800
Февраль		3078	18741	47600	106700	130200	152800	205200	309200
Март		3554	20432	49900	113700	136300	152900	205900	318900
Апрель		4445	24292	57300	120900	145700	161600	224500	349600
Май	466	5425	26469	64000	118800	148200	163200	241400	365000
Июнь	578	6687	30200	73700	129400	167000	163200	258400	397200
Июль	806	7970	34678	81600	131100	171400	161300	260300	417300

Август	1032	9446	36625	86100	129000	174700	161700	264100	427600
Сентябрь	1259	10770	39862	89300	125600	169800	175200	259000	
Октябрь	1552	12472	41280	90700	124000	170600	187200	269100	
Ноябрь	1878	14080	43354	95400	125000	163800	191300	272000	
Декабрь	2235	16691	48000	103800	130900	164500	207300	307500	

П3.2.3. Резервные деньги

Месячные данные с 1995:06 по 2000:07 (млрд. руб.). Рабочее название ряда – *Shirdenmas*.

	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Январь		127266	157139	187777	261471	430685
Февраль		132277	164709	185321	270831	449397
Март		140603	172516	189340	289178	490950
Апрель		146374	180860	191787	310699	513775
Май		144017	187033	193931	353137	558448
Июнь	99008	158101	206634	193796	362744	602794
Июль	101439	162469	208875	194226	364857	654723
Август	107649	157863	201976	186381	369919	
Сентябрь	109326	157084	199332	208782	364133	
Октябрь	112460	155153	201894	227932	384562	
Ноябрь	118136	157008	199939	238725	393805	
Декабрь	129714	165844	210450	263675	439743	

П3.2.4. Денежный агрегат М1

Месячные данные с 1995:06 по 2000:07 (млрд. руб.). Рабочее название ряда – *M1*.

	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Январь		140347	186311	272669	329986	508059
Февраль		146202	192515	270401	340333	529876
Март		155905	197754	266022	344782	546439
Апрель		163174	208172	269489	371892	576378
Май		166538	217770	271839	403982	611197
Июнь	106311	180106	242496	270256	418070	662680
Июль	112990	181138	249777	261569	429382	692388
Август	119494	181808	251167	252356	432913	
Сентябрь	121301	176079	252764	274112	430987	
Октябрь	123054	175546	260660	289197	454337	
Ноябрь	130920	177482	252213	302828	471573	
Декабрь	151267	192402	298289	342817	526772	

П3.2.5. Денежный агрегат М2

Месячные данные с 1990:12 по 2000:07 (млрд. руб.). Рабочее название ряда – *M2*.

	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Январь	455,5	1054	7187	33980	93800	216700	289900	361200	444200	695000	
Февраль	462,4	1204	7782	36439	101900	229200	299500	362900	463900	726600	
Март	482,9	1369	8913	39550	107300	241800	305800	360400	473800	751400	
Апрель	516,1	1506	11063	46401	123200	251000	317800	368000	509600	787900	
Май	550,9	1641	13460	52253	138200	254200	328400	370000	542400	831600	
Июнь	589,0	2093	15765	59414	156600	266900	352000	368600	567700	892200	
Июль	689,0	2668	18482	64363	165000	271900	363000	360000	583200	931200	
Август	728,4	3422	21121	70970	173800	275300	364600	343600	590800		
Сентябрь	763,6	4515	21771	77063	179700	276000	363000	365800	597400		
Октябрь	818,6	5722	24554	80359	184200	278800	368800	377600	625100		
Ноябрь	866,3	6038	26788	84348	195200	282300	357400	396900	646500		
Декабрь	424	958,0	6400	32601	97800	220800	288300	374100	448300	704700	

П3.2.6. Широкие деньги

Месячные данные с 1992:01 по 2000:07 (млрд. руб.). Рабочее название ряда – *Shirdengi*.

	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Январь	1215	13414	48153	135701	278360	361041	429436	637434	1000609
Февраль	1359	14321	52257	148003	288396	371110	436363	658003	1064973
Март	1568	16584	55429	159957	294793	377963	436169	675333	1090399
Апрель	1870	20416	59856	181461	302201	391919	444138	717649	1123209
Май	2091	24938	66652	197955	309702	398915	448972	755470	1170283
Июнь	2685	27818	75083	214050	329769	423255	447902	786070	1242847
Июль	3799	28961	84924	222762	333404	430137	437810	791983	1301733
Август	4988	32133	92752	232052	338977	432469	434292	812712	
Сентябрь	7049	33192	103477	235357	334399	434695	520049	823509	
Октябрь	9822	36110	113573	241097	337624	445505	521748	866513	
Ноябрь	10787	38751	115391	249198	343497	435863	552918	909816	
Декабрь	10943	44687	136839	275781	357324	457244	628641	984875	

П3.3. Экспорт и импорт

П3.3.1. Экспорт

Месячные данные с 1994:01 по 2000:04. Рабочее название ряда – *Export*.

	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Январь	4,09	5,64	5,80	7,00	6,00	4,60	6,80
Февраль	4,46	6,15	6,80	6,70	5,90	5,00	7,90
Март	4,76	6,76	7,80	7,40	6,80	5,90	8,70
Апрель	4,74	6,75	7,00	6,80	6,20	6,50	8,20
Май	5,83	6,86	7,50	6,70	6,10	5,10	
Июнь	6,34	7,02	6,90	6,90	6,60	5,30	
Июль	5,77	6,31	7,30	7,50	6,30	6,30	
Август	6,11	6,34	7,00	7,00	5,80	6,10	
Сентябрь	6,55	6,73	7,10	7,10	6,00	6,30	
Октябрь	6,01	7,10	8,60	7,90	6,10	6,80	
Ноябрь	6,31	7,73	8,10	8,30	5,90	7,40	
Декабрь	6,59	7,80	8,70	8,90	7,30	9,40	

П3.3.2. Импорт

Месячные данные с 1994:01 по 2000:04. Рабочее название ряда – *Import*.

	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Январь	3,55	3,70	4,80	4,80	5,90	2,80	2,60
Февраль	3,85	4,41	5,80	5,10	6,10	3,10	3,40
Март	4,14	4,86	6,00	5,70	6,60	3,60	3,70
Апрель	3,64	4,28	6,10	6,20	6,30	3,40	3,50
Май	4,06	4,72	5,70	5,50	5,90	3,00	
Июнь	4,35	5,22	5,50	5,80	5,90	3,40	
Июль	3,76	5,21	6,10	6,50	5,60	3,40	
Август	4,09	5,00	5,80	6,10	5,20	3,20	
Сентябрь	4,46	5,07	5,30	6,20	3,10	3,30	
Октябрь	4,33	5,46	5,70	6,90	3,10	3,50	
Ноябрь	4,77	6,30	5,60	6,50	3,10	3,60	
Декабрь	5,48	6,60	6,40	8,40	3,60	4,10	

П3.4. Валовой внутренний продукт

Квартальные данные с 1994:1 по 2000:2 (млрд. руб.). Рабочее название ряда – *GDP*.

	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
I квартал	88 000	253 000	456 000	539 000	551 000	837 000	1 389 100
II квартал	130 000	353 000	509 000	594 000	626 000	1 042 000	1 557 300
III квартал	168 000	443 000	570 000	679 000	694 000	1 276 000	
IV квартал	225 000	491 000	611 000	667 000	825 000	1 391 000	

П3.5. Доходы федерального бюджета

П3.5.1. Доходы федерального бюджета

Месячные данные с 1992:01 по 2000:05 (млрд. руб.). Рабочее название ряда – *Dokhfedbud*.

	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Январь	40	756	2378	9327	13091	14660	18902	27758	64913
Февраль	74	779	2285	10953	14244	19021	19034	26925	73387
Март	88	1006	5402	13450	22778	22112	22832	34403	83524
Апрель	153	1310	3735	15855	14644	26927	22237	44830	92223
Май	112	1001	10604	15491	22533	26583	23331	39746	101450
Июнь	98	1531	5174	15037	27781	16821	21698	52921	
Июль	193	1626	4758	19422	22510	21979	22248	55544	
Август	199	1753	5903	25616	19928	34725	21525	52214	
Сентябрь	290	2145	7108	23767	20858	22175	20248	53011	
Октябрь	612	2066	8944	24424	22265	26005	23690	58280	
Ноябрь	444	3020	9253	32810	26409	30472	27591	69257	
Декабрь	666	4635	13308	20725	54909	61352	59052	96820	

П3.5.2. Налоговые доходы федерального бюджета

Месячные данные с 1992:01 по 2000:05 (млрд. руб.). Рабочее название ряда – *Dokhnalog*.

	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Январь	32	729	2316	7798	11252	11460	15793	24579	56841
Февраль	69	729	2099	7698	10360	14667	15412	24060	65851
Март	76	914	3421	10062	16172	19487	18745	31444	73470
Апрель	150	1382	3824	13581	14118	24375	18882	39246	80890
Май	101	946	8580	14009	13037	23683	19049	33585	88130
Июнь	100	1135	4017	13254	17473	13522	17423	42333	
Июль	176	1438	5192	16216	18214	16505	18379	47658	
Август	183	1320	5373	15710	17241	15935	15520	42869	
Сентябрь	287	1407	6232	16936	17617	17409	15421	40239	
Октябрь	631	1977	8245	21579	18189	20352	19285	49602	
Ноябрь	405	2174	8655	18289	22756	20811	23928	57409	
Декабрь	648	2599	12376	15333	42294	45341	38147	72001	

П3.6. Интенсивность промышленного производства

Сезонно скорректированные месячные данные с 1990:12 по 2000:07.
Рабочее название ряда – *Intprom*.

	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Январь		94,42	80,53	69,57	50,42	47,26	42,48	40,34	41,90	40,96	46,26
Февраль		93,03	79,78	69,78	48,95	46,61	42,27	40,55	41,49	41,41	46,48
Март		91,35	79,10	69,42	48,06	45,89	42,08	40,77	41,17	41,96	46,48
Апрель		89,58	78,02	68,64	47,32	45,46	41,85	40,97	40,80	42,71	46,49
Май		88,24	76,27	67,50	46,60	45,48	41,61	41,24	40,18	43,59	46,66
Июнь		87,59	74,03	65,92	46,13	45,79	41,42	41,67	39,32	44,34	47,06
Июль		87,50	71,92	64,01	45,97	45,97	41,29	42,19	38,48	44,81	47,68
Август		87,40	70,34	62,06	46,05	45,73	41,21	42,62	38,00	44,94	
Сентябрь		86,74	69,31	60,20	46,31	45,05	41,08	42,82	38,10	44,87	
Октябрь		85,36	68,71	58,12	46,75	44,16	40,83	42,82	38,73	44,85	
Ноябрь		83,52	68,61	55,54	47,23	43,35	40,51	42,67	39,60	45,16	
Декабрь		95,44	81,77	69,00	52,75	47,48	42,80	40,30	42,35	40,38	45,73

П3.7. Индекс РТС-1

Ежедневные данные (значение закрытия) с 01/09/1995 по 31/10/2000.

Рабочее название ряда – *RTS1*.

Дата	1996	1997	1998	1999	2000	Дата	1995	1996	1997	1998	1999	2000
05.01	213,38	411,61	59,7	179,01	06.07				145,01	146,61	182,66	
06.01	219,86	410,04	61,27	185,52	07.07			504,55	138,47	144,27	184,96	
08.01	227,73	382,06			08.07		190,15	489,92	134,81	147,37		
09.01	87,35	231,48	372,46			09.07	181,57	503,97	136,19	144		
10.01	90,78	247,69		62,93	192,25	10.07	168,79	502,48	144,02		185,06	
11.01	91,19			61,35	182,33	11.07	156,08	493,34			180,48	
12.01	89,99		319,02	60,17	189,2	12.07	159,9			141,92	185,52	
13.01	250,55	341,76	55,64	195,86	13.07				157,2	137,26	187,7	
14.01	243,03	338,42	56,94	202,71	14.07			475,54	183,65	141,31	188,32	
15.01	90,73	243,46	329,89	55,4		15.07	174,59	469,7	190,56	139,13		
16.01	87,57	243,31	334,54			16.07	173,92	452,85	181,32	137,83		
17.01	81,65	251,07			197,91	17.07	164,04	462,37	193,35		189,28	
18.01	83,59			55,71	194,58	18.07	161,38	473,12			187,67	
19.01	85,04		339,47	56,1	183,63	19.07	163,15			133,65	187,63	
20.01	262,34	338,32	56,99	192,16	20.07				193,02	130,67	189,34	
21.01	279,11	325,34	57,59	202,14	21.07			468,66	183,95	127,13	189,52	
22.01	85,27	278,62	308,8	55,68		22.07	159,51	472,19	171,73	128,85		
23.01	82,83	288,49	294,71	55,6		23.07	155,57	492,6	159,86	127,34		
24.01	81,74	291,98			194,51	24.07	146,42	497,82	157,74		189,63	
25.01	77,97				183,76	25.07	147,94	509,47			188,26	
26.01	80,2		280,59	55,55	182,3	26.07	147,82			126,64	187,47	
27.01		277,4	284,39	55,03	188,47	27.07			143,46	125,18	187,63	
28.01		268,37	276,88	54,49	181,84	28.07		516,63	147,28	123,66	191,3	
29.01	80,36	276,7	265,93	55,12		29.07	153,89	517,54	147,96	114,54		
30.01	80,95	275,49	284,35			30.07	152,24	508,12	150,17	116,49		
31.01	80,71	274,68			172,31	31.07	152,15	506,45	149,65		194,09	
01.02	81,19			55,09	171,29	01.08	158,05	510,2			200,3	
02.02	83,56		300,61	55,14	168,92	02.08	164,57			115,77	202,69	
03.02		276,79	291,31	55,3	173,23	03.08			145,64	114,47	202,99	
04.02		279,55	284,8	55,96	178,39	04.08		518,31	147,21	105,46	210,64	
05.02	83,56	280,33	299,58	55,69		05.08	172,02	526,2	141,68	101,34		
06.02	83,56	286,47	304,04			06.08	166,11	533,86	135,88	103,15		
07.02	80,81	292,67			178,13	07.08	166,11	559,86	132,86		211,89	
08.02	80,88			56,6	186,25	08.08	168,51	569,23			212,99	
09.02	80,42		307,71	58,94	193,24	09.08	170,68			101,72	217,38	
10.02		304,9	302,68	62,98	189,33	10.08			120,91	102,42	216,26	
11.02		312,6	311,6	67,53	187,61	11.08			554,2	109,9	102,78	222,89
12.02	78,79	306,79	302,53	65,16		12.08	172,59	557,99	108,19	104,87		
13.02	77,69	310,63	302,24			13.08	177,11	552,62	101,17	103,11		
14.02	77,84	313,5			187,29	14.08	182,77	555,23	115		228,89	
15.02	77,86			64,01	179,18	15.08	189,39	563,14			232,05	
16.02	77,34		303,5	65,6	180,26	16.08	187,67			103,96	228,47	
17.02		320,34	309,65	65,79	182,26	17.08			109,43	104,59	224,57	
18.02		329,83	303,02	66,52	179,82	18.08		544,69	99,58	104,87	223,81	
19.02	76,15	347,11	305,24	70,22		19.08	183,34	536,31	90,19	105,83		
20.02	74,53	347,2	305,81			20.08	182,02	527,72	86,57	109,09		

Дата	1996	1997	1998	1999	2000	Дата	1995	1996	1997	1998	1999	2000
21.02	72,23	331,82			176,63	21.08	175,88	538,46	81,76			222,59
22.02	70,84			75,4	178,37	22.08	180,87	525,25				227,69
23.02	74,4		311,93	73,93	181,13	23.08	182,07			116,85		227,97
24.02		329,48	307,13	75,5	182,88	24.08			86,4	115,75	238,06	
25.02		327,35	306,74	71,36	174,21	25.08		521,04	88,5	115,44	240,66	
26.02	73,7	326,29	309,21	70,03		26.08	181,95	516,23	76,26	111,12		
27.02	72,79	337,38	309,56			27.08	183,39	500	63,2	107,73		
28.02	72,47	329,97			164,32	28.08	180,38	495,73	66,77			239,33
29.02	71,31			170,93	29.08		180,96	474,8				245,49
01.03	70,23			73,5	180,47	30.08	182,64			103,8	240,01	
02.03		323,91	76,07	184,8	31.08			65,61		102,5	239,99	
03.03		322,31	321,44	73,33	189,93	01.09	100	453,22	65,66	102,95	237,15	
04.03	69,22	320,33	334,18	70,93		02.09	185,52	471,78	65,63	101,6		
05.03	70,15	311,1	328,12	72,61		03.09		183,9	501,79	61,43	104,13	
06.03	70,1	314,07	339,66		190,87	04.09	99,8	185	487,78	63,13		236,74
07.03	69,94	316,89			197,33	05.09	100,42	182,83	488,46			237,77
09.03			73,71	211,25	06.09		99,74	175,23			104,91	237,85
10.03		354,56	76,52	224,82	07.09		101,3		63,28	104,69	232,97	
11.03	69,93	327,37	357,09	82,24		08.09	101,3	497,53	62,61	101,65	227,62	
12.03	69,57	331,64	350,31	82,98		09.09		175,97	505,84	61,63	101,17	
13.03	67,7	334,48	350,2		209,67	10.09		171,58	504,77	64,6	103,84	
14.03	68,46	329,37			223,07	11.09	100,84	166,73	489,44	62,31		220,44
15.03	67,92		83,84	222,4	12.09		100,24	166,06	483,75			220,71
16.03		349,35	86,63	222,48	13.09		99,16	171,72			97,13	213,07
17.03		330,38	332,15	90,02	218,88	14.09	98,8		63,88	95,41	215,59	
18.03	66,69	330,01	325,06	84,53		15.09	99,3	486,9	62,03	92,77	210,54	
19.03	67,28	320,23	331,61	85,7		16.09		173,53	490,47	58,86	87,53	
20.03	68,91	313,35	335,78		215,85	17.09		174,28	494,48	51,7	84,58	
21.03	71,95	309,41			212,57	18.09	99,84	174,32	489,69	50,12		198,61
22.03	74,73		81,98	222,4	19.09		99,54	174,26	492,89			200,19
23.03		342,85	80,96	231,65	20.09		99,19	173,08			80,54	193,19
24.03		310,44	344,75	76,82	243,92	21.09	96,27		47,81	76,15	194,37	
25.03	76,23	303,33	341,89	80,65		22.09	94,03		496,4	49,65	80,14	179,98
26.03	77,93	303,71	335,03	79,94		23.09		167,48	501,26	47,65	84,94	
27.03	75,91	298,68	341,48		239,86	24.09		157,16	496,92	48,31	84,2	
28.03	75,16	297,46			229,88	25.09	91,16	159,7	495,15	47,08		194,18
29.03	75,63		79,85	232,45	26.09		87,98	164,24	491,42			192,99
30.03		331,28	81,18	223,92	27.09		88,17	162,52			87,67	199,88
31.03		301,3	325,5	80,36	231,88	28.09	89,07		46,24	86,51	197,40	
01.04	77,56	298,52	321,91	78,7		29.09	86,09	492,86	45,86	85,15	199,08	
02.04	80,58	297,83	323,13	79,31		30.09		165,93	498,42	43,81	83,12	
03.04	84,67	295,24	313,48		226,22	01.10		165,57	503,96	41,18	84,5	
04.04	83,95	286,03			228,17	02.10	83	163,9	525,73	38,81		203,83
05.04	81,5		79,24	214,59	03.10		78,39	163,45	552,14			212,91
06.04		316,42	75,51	222,43	04.10		72,06	161,38			86,65	204,50
07.04		282,23	316,33	72,98	221,27	05.10	75,03		38,53	88,42	197,97	
08.04	83,02	288,63	312,52	70,9	06,10		74,16	571,66	41,05	88,16	197,20	
09.04	84,25	303,34	306,39	66,88		07,10		163,51	559,51	42,94	89,34	
10.04	83,9	298,24	308,96		229,14	08.10	169,9	552,88	41,35	93,31		

Дата	1996	1997	1998	1999	2000	Дата	1995	1996	1997	1998	1999	2000
11.04	85,73	294,94		222,32	09.10	77,27	181,64	533,62	42,55		193,61	
12.04	86,57			68,59	224,92	10.10	76,42	184,67	527,78		192,99	
13.04		310,07	69,15	222,04	11.10	75,8	181,75			97,19	187,22	
14.04	286,07	308,85	73,57	220,67	12.10	76,48			44,75	96,25	187,33	
15.04	87,43	291,41	313,12	75,68	13.10	77,48		535,65	47,67	96,03	184,24	
16.04	93,19	298,81	319,83	79,59	14.10		186,37	544,89	51,89	100,31		
17.04	95,08	295,08	312,69		203,38	15.10	186,14	539,56	58,73	95,1		
18.04	92,3	299,06		202,95	16.10	78,1	182,36	537,07	55,32		194,88	
19.04	89,65			81,1	204,63	17.10	78,66	177,81	532,9		196,10	
20.04		312,84	76,58	208,73	18.10	79	180,41			94,19	183,98	
21.04	295,61	314,26	76,91	213,29	19.10	79,26			55,91	96,46	193,33	
22.04	91,41	291,32	317,48	80,33	20.10	79,35		526,61	56,68	98,39	198,88	
23.04	94,08	290,22	322,1	82,83	21.10		184,02	538,01	61,94	95,85		
24.04	98,7	290,66	326,16		206,19	22.10	183,72	550,44	60,96	98,2		
25.04	108,63	297,6	309,63		213,05	23.10	79,16	187,56	528,5	60,42	196,85	
26.04	105,15	301,53	304,13	83,92	221,17	24.10	79,08	185,28	518,29		196,52	
27.04	305,53	306,21		83,72	218	25.10	79,14	179,49		97,11	191,11	
28.04	321,19	312,37		81,47	226,87	26.10	78,11		59,54	97,93	188,86	
29.04	104,28			87,16		27.10	75,86		485,16	56,89	97,02	190,75
30.04	103,98			91,83		28.10		176,52	392,86	53,54	97,63	
03.05					227,46	29.10		175,7	454,34	55,39	97,8	
04.05					225,38	30.10	74,88	178,78	427,2	57,54	187,98	
05.05	103,52	334,59	315,21	102,69	225,38	31.10	73,56	177,99	422,26		189,00	
06.05	105,81	339,04	310,61	104,67	228,97	01.11	72,7	178,64		97,25		
07.05	109,42	338,7	304,74	100,97		02.11	68,09		58,38	97,82		
08.05	111,03	337,53	302,82			03.11	69,98		440,82	59,36	95,5	
10.05					227,15	04.11	70,53	180,54	441,61	61,07	96,48	
11.05				97,11	222,93	05.11		183,95	440,97	60,38	99,83	
12.05	110,66	360,72	290,72	81,39	219,52	06.11		184,35	438,34	61,13		
13.05	116,84	353,99	279,19	83,58		08.11	71,27					
14.05	112,82	349,75	263,66	82,58		09.11	71,76			106,01		
15.05	109,23	357	258,1		215,27	10.11	71,54	186,07	402,1	60,67	110,98	
16.05	109,97	362,52			220,01	11.11		188,74	385,69	60,76	113,03	
17.05	109,34			92,13	209,8	12.11		190,2	350,01	60,53	111,56	
18.05		227,61	99,15	204,62	13.11	72,18	190,74	344,8	59,32			
19.05		366,22	236,58	98,23	190,5	14.11	71,87	187,75	342,07			
20.05	110,88	359,37	233,15	98,49		15.11	71,52	188,28		112,87		
21.05	113,67	365,96	230,23	98,16		16.11	70,98		59,55	115,32		
22.05	116,18	359,04	225,41		184,78	17.11	71,28		339,39	60,02	116,08	
23.05	121,18	356,27			171,82	18.11		190,65	360,31	59,76	113,9	
24.05	131,67			101,6	167,05	19.11		190,88	352,1	60,04	118,26	
25.05		213,44	98,62	177,59	20.11	72,59	192,03		360,73	63,36		
26.05		356,52	209,33	99,9	185,53	21.11	72,19	192,82	382,59			
27.05	144,76	355,3	187,23	100,32		22,11	73,75	191,23		120,92		
28.05	164,49	351,4	198,74	99,1		23,11	73,69		70,13	124,91		
29.05	149,55	353,41	191,29		184,11	24.11	72,56		368,47	70,85	119,5	
30.05	141,04	355,64			188,58	25.11		191,94	347,04	69,15	120,06	
31.05	146,91			97,64	190,21	26.11		190,49	356,81	72	119,75	
01.06		171,71	96,76	194,75	27.11	72,35	187,14	340,03	71,57			
02.06		355,46	192,75	94,18	202,25	28.11	72,42	188,42	328,49			
03.06	149,15	355,35	209,07	99,7		29,11	71,12	187,9		116,64		

Дата	1996	1997	1998	1999	2000	Дата	1995	1996	1997	1998	1999	2000
04.06	144,69	359,76	208,61	100,27		30.11	70,47			71,46	112,36	
05.06	136,86	360,54	207,65		200,95	01.12	70,95		322,91	67,74	113,41	
06.06	138,12	360,94			194,8	02.12		189,73	320,38	68,07	114,75	
07.06	140,73			102,72	193,92	03.12		190,51	340,22	65,38	118,17	
08.06		205,31	106,4	199,64	04.12		71,9	190,79	361,79	64		
09.06		365,64	196,45	107,47	200,21	05.12	73,91	190,16	382,42	63,32		
10.06	150,4	365,26	184,26	110,66		06.12	74,86	185,25			118,15	
11.06	151,63	363,96	178,13	113,86		07.12	76,14				113,14	
13.06	148,56	364,78			195,31	08.12	76,45		388,13	60,44	110,45	
14.06	146,86				191,25	09.12	76,37	185,14	387,34	58,71	110,36	
15.06		165,11	112,77	193,17	10.12		184,92	369,16	60,95	107,57		
16.06		369	169,02	117,72	194,63	11.12		186,02	339,25	58,67		
17.06	170,13	369,17	181,99	117,57		13.12	78,04					
18.06	179	377,69	177,24	121,13		14.12	82,04	186,56			109,03	
19.06	171,28	388,99	174,65		190,58	15.12	82,04	186,03	361,24	58,79	118,03	
20.06	171,7	390,82			184,13	16.12		186,24	373,91	60,95	118,46	
21.06	180,66			129,28	179,3	17.12		184,99	383,6	60,42	120,21	
22.06		172,37	129,83	180,9	18.12		81,04	184,35	379,86	59,24		
23.06		400,59	172,61	125,5	182,86	19.12	83,2	185,27	354,41			
24.06	195,64	412,32	178,21	126,12		20.12	83,84	185,14			132,17	
25.06	205,03	433,12	172,57	123,06		21.12	81,01			60,25	142,67	
26.06	213,82	421,68	163,99		180,08	22.12	80,37		355,91	60,16	146,06	
27.06	227,7	421,46			172,68	23.12		186,95	371,85	60,44	147,29	
28.06	204,13			122,8	170,17	24.12		189,08	370,41	60,11	150,71	
29.06		153,97	123,9	163,02	25.12		81,49	189,85	378,92	59,94		
30.06		418,63	151,35	125,65	171,4	26.12	81,85	189,41	380,11			
01.07	198,63	423,87	145,72	131,48		27.12	82,45	193,64			156,61	
02.07	209,36	447,94	144,21	133,67		28.12	82,92			59,95	151,73	
03.07		481,13	151,33		176,38	29.12			389,02	59,68	147,28	
04.07	227,79	495,57			178,66	30.12		197,94	396,41	59,39	150,01	
05.07	216,39			139,03	175,98	31.12		200,5	396,86	58,93	177,71	

П3.8. Обменный курс рубля

Дневные данные с 01/07/1992 по 01/11/2000 (руб. за долл.). Рабочее название ряда – *Rubkurs*.

Дата	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
01.01					5560,00	5,96	20,65	27,00
05.01				4661,00				
06.01	417,00		3623,00		5570,00	5,96	20,65	26,90
07.01					5573,00	5,97	21,91	27,23
09.01					5580,00	5,97		
10.01				4668,00	5585,00	5,97		
11.01			3705,00		5590,00		22,40	27,73
12.01				4670,00			23,06	28,44
13.01	423,00		3757,00			5,98	22,58	28,85
14.01		1356,00			5593,00	5,98	21,80	28,65
15.01	442,00				5596,00	5,99	21,45	28,57
16.01					5599,00	6,00	21,88	
17.01				4677,00	5602,00	6,00		
18.01			3861,00		5605,00			28,57
19.01		1504,00		4683,00			22,37	28,57
20.01	474,50		3916,00			6,00	22,98	28,52
21.01		1553,00			5607,00	6,00	22,39	28,51
22.01	493,00				5610,00	6,01	22,73	28,44
23.01					5613,00	6,02	22,75	
24.01				4700,00	5615,00	6,02		
25.01			3988,00		5618,00			28,44
26.01		1544,00		4718,00			22,95	28,49
27.01	568,00		4004,00			6,02	22,82	28,55
28.01		1542,00			5621,00	6,02	22,67	28,55
29.01	572,00				5624,00	6,02	22,77	28,55
30.01					5627,00	6,03	22,60	
31.01				4732,00	5629,00	6,03		
01.02			4048,00		5632,00			28,55
02.02		1560,00		4736,00			22,77	28,55
03.02	572,00		4079,00			6,03	22,92	28,64
04.02		1560,00			5634,00	6,03	23,12	28,77
05.02	572,00				5637,00	6,03	23,14	28,77
06.02					5640,00	6,04	23,12	
07.02				4738,00	5640,00	6,04		
08.02			4133,00		5642,00			28,76

Дата	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
09.02		1569,00		4738,00		23,05	28,72	
10.02	561,00		4170,00		6,04	22,90	28,69	
11.02		1568,00			5644,50	6,04	22,76	28,66
12.02	560,00				5646,00	6,05	22,79	28,77
13.02					5650,00	6,05	22,89	
14.02				4751,00	5652,50	6,05		
15.02			4231,00		5654,50		28,77	
16.02		1567,00		4760,00		22,84	28,72	
17.02	559,00		4293,00		6,05	23,11	28,71	
18.02		1567,00			5658,00	6,05	22,87	28,79
19.02	559,00				5660,00	6,06	22,92	28,74
20.02					5662,00	6,06	22,84	
21.02				4770,00	5665,00	6,06		
22.02			4357,00		5667,00		28,74	
23.02	1585,00			4783,00		22,84	28,87	
24.02	576,00		4407,00		6,06	22,80	28,83	
25.02		1657,00			5670,00	6,07	22,82	28,80
26.02	593,00				5672,00	6,07	22,84	28,70
27.02					5674,00	6,07	22,86	
28.02				4815,00	5676,00	6,07		
29.02							28,66	
01.03			4473,00	4818,00	5679,00		28,65	
02.03		1668,00				22,89	28,64	
03.03	649,00		4531,00		6,07	22,89	28,60	
04.03		1693,00			5683,00	6,08	22,93	28,59
05.03	648,00				5686,00	6,08	23,01	
06.03				4823,00	5689,00	6,08	23,09	
07.03					5691,50	6,08	28,58	
08.03			4603,00	4825,00	5695,00		28,55	
10.03	650,00		4639,00			23,03	28,53	
11.03		1706,00			6,08	22,98	28,51	
12.03	653,00				5697,00	6,08	23,04	
13.03				4828,00	5699,00	6,09	23,12	
14.03					5700,00	6,09	28,50	
15.03			4723,00	4834,00	5703,00		28,49	
16.03		1716,00				23,26	28,46	
17.03	662,00		4767,00		6,09	23,35	28,43	

Дата	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
18.03		1724,00			5705,50	6,09	23,41	28,41
19.03	667,00				5708,00	6,09	23,65	
20.03			4838,00	5710,00	6,09	23,68		
21.03				5712,00	6,10		28,39	
22.03		4824,00	4844,00	5714,00			28,38	
23.03		1736,00				23,92	28,36	
24.03	684,00		4856,00			6,10	24,29	28,34
25.03		1742,00			5717,00	6,10	24,22	28,33
26.03	684,00				5719,00	6,10	24,18	
27.03			4850,00	5721,00	6,10	24,19		
28.03				5723,50	6,10		28,31	
29.03		4897,00	4854,00	5726,00			28,29	
30.03		1753,00				24,20	28,27	
31.03	684,00		4897,00			6,11	24,18	28,46
01.04		1753,00			5729,00		24,16	28,60
02.04	692,00				5731,00	6,11	24,29	
03.04			4863,00	5732,00	6,11	24,83		
04.04				5735,00	6,11		28,78	
05.04			4920,00	4873,00	5737,00			28,76
06.04		1772,00				25,11	28,72	
07.04	712,00		4957,00			6,12	25,10	28,68
08.04		1772,00			5739,00	6,12	25,12	28,66
09.04	740,00				5741,00	6,12	25,09	
10.04			4894,00	5743,00	6,12	25,03		
11.04				5744,00	6,12		28,63	
12.04		4991,00	4901,00	5746,00			28,59	
13.04		1785,00				24,96	28,56	
14.04	766,00		5029,00			6,12	24,90	28,53
15.04		1787,00			5748,00	6,13	24,85	28,50
16.04	779,00				5750,00	6,13	24,80	
17.04			4909,00	5752,00	6,13	24,77		
18.04				5753,00	6,13		28,60	
19.04		5064,00	4915,00	5753,00			28,78	
20.04		1792,00				24,78	28,62	
21.04	786,00		5051,00			6,13	24,77	28,59
22.04		1810,00			5755,00	6,13	24,72	28,55
23.04	795,00				5756,00	6,13	24,67	

Дата	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
24.04				4925,00	5757,00	6,13	24,62	
25.04					5758,00	6,13		28,53
26.04			5081,00	4932,00	5759,00			28,53
27.04		1820,00					24,53	28,46
28.04	812,00		5100,00			6,13	24,40	28,43
29.04		1820,00			5760,00	6,13	24,31	28,40
30.04	823,00				5762,00	6,13	24,23	
01.05				4940,00	5764,00	6,13	24,16	
04.05								28,38
05.05			5130,00					28,36
06.05		1854,00			5764,00	6,14	24,09	28,36
07.05	829,00			4960,00	5766,00	6,14	24,07	28,36
08.05					5768,00	6,14	24,04	
09.05					5769,00	6,14		
11.05		1859,00						28,34
12.05	859,00		5106,00				24,00	28,32
13.05		1869,00			5771,00	6,14	23,99	28,30
14.05					5771,00	6,14	24,69	
15.05	886,00			4971,00	5771,00	6,14	24,92	
16.05					5771,00	6,15		28,28
17.05			5026,00	4970,00	5771,00			28,27
18.05		1877,00		4982,00			24,86	28,27
19.05	934,00		5043,00			6,15	24,79	28,33
20.05		1881,00			5771,00	6,16	24,75	28,31
21.05	940,00			4988,00	5771,00	6,16	24,70	
22.05				4991,00	5771,00	6,16	24,65	
23.05				4994,00	5771,00	6,16		28,30
24.05			5039,00	4998,00	5772,00			28,29
25.05		1895,00		5001,00			24,60	28,28
26.05	960,00		5038,00			6,16	24,55	28,28
27.05		1901,00			5773,50	6,16	24,50	28,27
28.05	994,00			5006,00	5773,50	6,16	24,46	
29.05				5008,00	5774,00	6,17	24,44	
30.05				5011,00	5773,00	6,16		28,27
31.05			4995,00	5014,00	5773,00			28,25
01.06		1916,00		5018,00			24,44	28,23
02.06	1050,00		4958,00			6,17	24,43	28,25

Дата	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
03.06		1918,00			5774,00	6,17	24,40	28,34
04.06	1072,00			5024,00	5775,00	6,17	24,38	
05.06				5027,00	5776,00	6,17	24,36	
06.06				5031,00	5776,00	6,17		28,34
07.06			4900,00	5037,00	5777,00			28,32
08.06		1940,00		5046,00			24,34	28,30
09.06	1104,00		4911,00			6,17	24,33	28,27
10.06		1952,00			5778,00	6,17	24,31	28,25
11.06				5051,00	5779,50	6,17	24,29	
12.06				5051,00	5781,00	6,17	24,27	
14.06			4836,00	5053,00	5782,00			28,43
15.06		1952,00						28,33
16.06	1116,00		4726,00	5053,00		6,18	24,25	28,29
17.06		1959,00			5782,00	6,18	24,23	28,26
18.06	1090,00			5057,00	5782,00	6,18	24,23	
19.06				5059,00	5782,00	6,19	24,23	
20.06				5058,00	5782,00	6,19		28,24
21.06			4546,00	5061,00	5783,00			28,23
22.06		1971,00		5063,00			24,23	28,22
23.06	1079,00		4590,00			6,19	24,23	28,19
24.06		1977,00			5783,00	6,19	24,23	28,17
25.06	1066,00			5068,00	5782,00	6,19	24,22	
26.06				5072,00	5782,00	6,19	24,22	
27.06				5083,00	5782,00	6,20		28,13
28.06			4516,00	5097,00	5782,00			28,11
29.06		1985,00		5108,00			24,22	28,09
30.06	1060,00		4538,00			6,20	24,22	28,07

Дата	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
01.07	125,26		1989,00		5782,00	6,20	24,21	28,05	
02.07		1059,00			5119,00	5782,00	6,20	24,21	
03.07	134,80				5124,00	5782,00	6,20	24,29	
04.07					5782,00	6,21		28,03	
05.07				4553,00	5125,00	5782,00		28,03	
06.07			1998,00		5125,00		24,29	28,03	
07.07		1058,00		4576,00			6,21	24,48	28,01
08.07	130,50		2011,00			5783,00	6,21	24,46	27,99
09.07		1050,00			5129,00	5784,00	6,21	24,44	
10.07	130,30				5131,00	5784,00	6,21	24,42	
11.07					5133,00	5784,00	6,21		27,97
12.07				4530,00	5131,00	5784,00		27,92	
13.07			2020,00		5131,00		24,40	27,90	
14.07		1036,00		4565,00			6,21	24,38	27,87
15.07	130,20		2022,00			5784,00	6,21	24,36	27,85
16.07		1025,00			5135,00	5784,00	6,21	24,34	
17.07	135,40				5136,00	5785,00	6,22	24,32	
18.07					5140,00	5787,00	6,22		27,83
19.07				4546,00	5150,00	5788,00		27,81	
20.07			2028,00		5156,00		24,30	27,75	
21.07		1010,00		4530,00			6,22	24,28	27,66
22.07	151,10		2034,00			5789,00	6,22	24,26	27,64
23.07		1008,00			5165,00	5791,00	6,22	24,24	
24.07	155,70				5169,00	5792,00	6,22	24,23	
25.07					5175,00	5794,00	6,23		27,64
26.07				4465,00	5180,00	5795,00		27,64	
27.07	994,00	2052,00			5182,00		24,22	27,64	
28.07				4415,00			6,23	24,22	27,70
29.07	161,10		2052,00			5796,00	6,23	24,22	27,80
30.07		989,50			5188,00	5797,00	6,24	24,21	
31.07	161,20				5191,00	5798,00	6,24	24,19	
01.08					5197,00	5800,00	6,24		27,82
02.08				4405,00	5209,00	5801,00		27,85	
03.08			2060,00		5224,00		24,19	27,83	
04.08		987,00		4415,00			6,24	24,22	27,80
05.08	161,40		2081,00			5801,00	6,25	24,30	27,77
06.08		986,00			5230,00	5802,00	6,25	24,40	
07.08	161,50				5235,00	5803,00	6,26	24,55	

Дата	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
08.08					5247,00	5804,50	6,26		27,73
09.08				4405,00	5254,00	5806,00			27,73
10.08			2087,00		5261,00			25,29	27,70
11.08	984,50			4405,00			6,26	25,01	27,70
12.08	161,70		2108,00			5808,00	6,27	24,96	27,69
13.08	984,50				5271,00	5808,00	6,27	24,90	
14.08	162,50				5276,00	5809,00	6,27	24,88	
15.08					5280,00	5809,00	6,29		27,69
16.08				4406,00	5285,00	5811,00			27,74
17.08			2117,00		5290,00			24,86	27,73
18.08	984,50			4408,00			6,43	24,76	27,73
19.08	162,50		2141,00			5813,00	6,89	24,62	27,73
20.08	987,00				5302,00	5814,00	6,99	24,60	
21.08	162,60				5305,00	5815,00	7,00	24,82	
22.08					5305,00	5817,00	7,01		27,71
23.08					5311,00	5819,00			27,71
24.08			2161,00	4428,00	5318,00			24,80	27,71
25.08	986,00			4428,00			7,14	24,76	27,70
26.08	168,10		2156,00			5820,00	7,86	24,75	27,70
27.08	985,00				5327,00	5821,00	7,86	24,75	
28.08	205,00				5332,00	5824,00	7,86	24,75	
29.08					5348,00	5826,00	7,91		27,70
30.08				4435,00	5348,00	5830,00		24,75	27,75
31.08			2153,00		5345,00				27,75
01.09	992,50			4447,00			9,33	24,81	27,75
02.09	210,50		2204,00			5832,00	10,88	25,22	27,75
03.09	990,00				5345,00	5833,50	12,82	25,87	
04.09	210,50				5348,00	5835,00	13,46	25,82	
05.09					5351,00	5837,00	16,99		27,75
06.09				4448,00	5353,00	5838,00			27,84
07.09			2222,00		5356,00			25,82	27,88
08.09	995,00			4479,00			18,90	25,79	27,84
09.09	207,90		2253,00			5839,50	20,83	25,73	27,86
10.09	998,00				5359,00	5840,50	15,77	25,71	
11.09	203,00				5361,00	5841,50	12,87	25,70	
12.09					5364,00	5843,00	11,43		27,84
13.09				4469,00	5367,00	5846,00			27,82

Дата	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
14.09		2271,00		5370,00			25,54	27,82	
15.09		1006,00		4467,00		8,67	25,53	27,78	
16.09	204,00		2301,00		5847,00	9,61	25,48	27,73	
17.09		1010,00			5373,00	5848,00	12,45	25,40	
18.09	205,50				5376,00	5849,50	14,60	25,41	
19.09					5379,00	5851,50	16,38		27,73
20.09				4468,00	5382,00	5853,50			27,77
21.09			2335,00		5384,00		25,40	27,82	
22.09		1036,00		4467,00		16,38	25,34	27,82	
23.09	241,00		2460,00		5855,00	16,22	25,31	27,79	
24.09		1299,00			5389,00	5856,50	15,84	25,29	
25.09	248,00				5391,00	5858,50	15,61	25,28	
26.09					5392,00	5860,00	15,88		27,85
27.09				4491,00	5394,00	5861,00			27,82
28.09			2476,00		5396,00		25,27	27,81	
29.09		1201,00		4508,00		15,99	25,22	27,75	
30.09	254,00		2596,00		5860,00	16,06	25,08	27,75	
01.10		1169,00			5402,00	5861,00	15,91	25,05	
02.10	309,00				5412,00	5862,50	15,99	25,20	
03.10					5415,00	5864,50	15,97		27,76
04.10				4490,00	5417,00	5866,00			27,76
05.10		2668,00			5419,00		25,49	27,81	
06.10		1173,00		4493,00		15,79	25,90	27,86	
07.10	342,00		2833,00		5868,00	15,80	25,78	27,88	
08.10		1189,00			5421,00	5869,00	15,81	25,72	
09.10	334,00				5424,00	5870,50	15,82	25,76	
10.10					5425,00	5872,00	15,84		27,88
11.10				4498,00	5426,00	5872,00			27,94
12.10		3926,00			5429,00		25,76	27,86	
13.10		1194,00		4509,00		15,79	25,74	27,91	
14.10	334,00		2994,00		5874,00	15,05	25,70	27,90	
15.10					5431,00	5876,00	13,00	25,67	
16.10	338,00				5434,00	5877,00	13,56	25,80	
17.10					5434,00	5878,50	15,51		27,83
18.10				4506,00	5434,00	5878,00			27,80
19.10		2996,00			5435,00		25,88	27,87	
20.10		1193,00		4506,00		17,09	25,83	27,93	

Дата	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
21.10	368,00		3015,00		5878,00	16,93	25,83	27,93	
22.10		1193,00			5438,00	5878,00	16,83	25,79	
23.10	368,00				5440,00	5879,00	16,76	25,76	
24.10					5442,00	5880,00	16,69		27,93
25.10				4504,00	5444,00	5881,00			27,91
26.10			3036,00		5445,00			25,71	27,87
27.10		1189,00		4504,00			16,69	25,68	27,92
28.10	393,00		3055,00			5882,00	16,67	25,80	27,89
29.10		1186,00			5447,00	5883,00	16,33	26,09	
30.10	398,00				5453,00	5885,00	16,06	26,05	
31.10					5455,00	5887,00	16,01		27,83
01.11				4504,00	5456,00	5887,00			27,82
02.11			3085,00		5458,00			26,07	
03.11		1179,00		4514,00			15,82	26,37	
04.11	396,00		3099,00			5887,00	15,57	26,26	
05.11		1177,00			5460,00	5889,00	15,54	26,24	
06.11	399,00				5461,00	5890,00	15,24	26,23	
07.11					5470,00	5892,00	15,01		
09.11			3102,00						
10.11		1175,00		4522,00				26,19	
11.11	403,00		3102,00		5474,00	5898,00	15,56	26,11	
12.11		1176,00			5475,00	5899,00	15,58	26,11	
13.11	419,00				5476,00	5900,50	15,93	26,31	
14.11					5478,00	5900,50	16,41		
15.11				4532,00	5481,00	5901,50			
16.11			3131,00		5484,00			26,24	
17.11		1194,00		4537,00			16,80	26,24	
18.11	448,00		3157,00			5903,00	16,99	26,32	
19.11		1203,00			5486,00	5905,00	16,98	26,41	
20.11	448,00				5487,00	5906,50	17,20	26,39	
21.11					5491,00	5908,50	16,96		
22.11				4559,00	5492,00	5910,50			
23.11			3187,00		5494,00			26,49	
24.11		1208,00		4566,00			17,17	26,47	
25.11	450,00		3201,00			5912,00	17,45	26,43	
26.11		1214,00			5497,00	5914,00	17,47	26,43	
27.11	447,00				5500,00	5916,00	17,45	26,43	

Дата	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
28.11				5503,00	5917,00	17,88			
29.11				4578,00	5508,00	5919,00			
30.11			3232,00		5511,00		26,42		
01.12		1231,00		4580,00			17,88	26,53	
02.12	417,00		3249,00		5921,00	18,25	26,75		
03.12		1230,00			5513,00	5925,00	18,56	26,68	
04.12	398,00				5515,00	5927,00	18,83	26,74	
05.12					5517,00	5930,00	19,57		
06.12				4583,00	5519,00	5933,00			
07.12			3275,00		5521,00		26,84		
08.12		1229,00		4597,00			20,40	26,82	
09.12	419,00		3306,00		5936,00	20,43	26,87		
10.12		1229,00			5523,00	5935,00	20,08	26,87	
11.12	419,00				5525,00	5935,00	19,76	26,83	
12.12					5530,00	5936,00	20,10		
14.12			3338,00						
15.12		1237,00		4628,00	5532,00		26,82		
16.12	418,00		3383,00		5535,00	5939,00	20,26	26,80	
17.12		1247,00			5537,00	5941,00	20,62	26,77	
18.12	416,00				5540,00	5943,00	20,70	26,77	
19.12					5543,00	5943,00	20,75		
20.12				4639,00	5546,00	5945,00			
21.12			3427,00		5550,00		26,72		
22.12		1250,00		4643,00			20,90	26,71	
23.12	415,00		3454,00			5947,00	20,64	26,74	
24.12		1250,00			5550,00	5950,00	20,51	26,72	
25.12	414,50				5553,00	5955,00	19,87	26,76	
26.12					5555,00	5955,00	19,48		
27.12				4648,00	5555,00	5958,00			
28.12			3512,00		5555,00		26,95		
29.12		1247,00		4640,00			20,99	27,00	
30.12	414,50		3550,00			5960,00	20,62	27,00	
31.12					5560,00		20,65		

П3.9. Безработица

Месячные данные с 01/1994 по 08/2000. Рабочее название ряда – *UNJOB*.

	Общая численность безработных (на конец года), млн. человек	Общая численность безработных (на конец года), в % к соответствующему периоду предшествующего года	Общая численность безработных (на конец года), в % к экономически активному населению	Численность официально зарегистрированных в службе занятости безработных (на конец периода), тыс. человек	в том числе назначено пособие по безработице
янв.94	4,7	115,6	6,4	893	708
фев.94	5,0	116,2	6,8	989	794
мар.94	5,3	119,4	7,1	1083	889
апр.94	5,5	123,5	7,4	1180	976
май.94	5,5	125,1	7,4	1219	1009
июн.94	5,5	130,3	7,4	1260	1044
июл.94	5,6	133,4	7,6	1324	1103
авг.94	5,7	136,2	7,7	1392	1163
сен.94	5,7	136,0	7,7	1426	1199
окт.94	5,7	132,5	7,7	1475	1236
ноя.94	5,7	128,1	7,8	1550	1301
дек.94	5,7	126,1	7,8	1637	1395
янв.95	5,7	120,5	7,9	1710	1457
фев.95	5,9	116,1	8,1	1839	1577
мар.95	5,8	109,1	8,0	1921	1654
апр.95	6,0	107,5	8,2	1986	1709
май.95	6,0	109,2	8,3	1993	1721
июн.95	6,1	110,7	8,4	2004	1727
июл.95	6,2	111,4	8,5	2048	1764
авг.95	6,4	112,5	8,8	2098	1812
сен.95	6,5	114,0	8,9	2104	1821
окт.95	6,6	116,4	9,1	2142	1854
ноя.95	6,7	115,6	9,1	2228	1932
дек.95	6,5	114,9	9,0	2327	2026

	Общая численность безработных (на конец года), млн. человек	Общая численность безработных (на конец года), в % к соответствующему периоду предыдущего года	Общая численность безработных (на конец года), в % к экономически активному населению	Численность официально зарегистрированных в службе занятости безработных (на конец периода), тыс. человек	в том числе назначено пособие по безработице
янв.96	6,7	115,8	9,1	2418	2099
фев.96	6,8	115,2	9,3	2568	2230
мар.96	6,7	115,3	9,2	2676	2337
апр.96	6,9	115,5	9,5	2771	2427
май.96	7,0	115,9	9,6	2694	2392
июн.96	7,0	115,1	9,6	2605	2356
июл.96	7,1	113,0	9,7	2558	2329
авг.96	7,1	110,7	9,7	2525	2302
сен.96	7,1	110,3	9,8	2470	2250
окт.96	7,2	108,1	9,8	2451	2224
ноя.96	7,2	109,0	9,9	2460	2226
дек.96	7,3	111,3	10,0	2506	2265
янв.97	7,3	109,6	10,1	2516	2261
фев.97	7,5	109,8	10,3	2554	2289
мар.97	7,6	113,2	10,5	2550	2275
апр.97	7,8	112,1	10,7	2524	2250
май.97	7,9	113,0	10,9	2412	2130
июн.97	7,9	112,5	10,9	2300	2031
июл.97	7,9	111,8	10,9	2218	1958
авг.97	7,9	111,5	10,9	2150	1896
сен.97	8,0	112,1	11,0	2063	1821
окт.97	8,1	112,2	11,1	2012	1777
ноя.97	8,1	112,5	11,2	1996	1764
дек.97	8,1	111,7	11,2	1999	1771
янв.98	8,3	113,3	11,4	1970	1746
фев.98	8,4	113,0	11,6	1984	1761

	Общая численность безработных (на конец года), млн. человек	Общая численность безработных (на конец года), в % к соответствующему периоду предыдущего года	Общая численность безработных (на конец года), в % к экономически активному населению	Численность официально зарегистрированных в службе занятости безработных (на конец периода), тыс. человек	в том числе назначено пособие по безработице
мар.98	8,5	111,1	11,7	1960	1742
апр.98	8,5	108,8	11,7	1939	1709
май.98	8,3	104,6	11,5	1866	1666
июн.98	8,1	102,4	11,3	1792	1603
июл.98	8,1	103,2	11,3	1769	1586
авг.98	8,3	104,8	11,6	1754	1572
сен.98	8,6	107,5	11,9	1754	1580
окт.98	8,9	110,2	12,3	1809	1634
ноя.98	9,4	115,4	12,9	1870	1696
дек.98	9,7	119,6	13,3	1929	1756
янв.99	10,1	122,3	13,8	1938	1760
фев.99	10,4	123,2	14,1	1956	1774
мар.99	10,0	118,7	13,7	1920	1746
апр.99	9,6	113,2	13,1	1848	1694
май.99	9,1	110,0	12,4	1730	1571
июн.99	8,8	109,2	12,1	1595	1432
июл.99	8,7	107,0	11,9	1500	1317
авг.99	8,7	104,9	11,8	1423	1250
сен.99	8,8	102,3	11,9	1339	1165
окт.99	8,9	100,5	12,1	1283	1111
ноя.99	9,1	96,8	12,3	1262	1088
дек.99	8,9	91,5	12,2	1263	1090
янв.00	8,7	86,4	12,0	1235	1066
фев.00	8,6	82,5	11,9	1229	1058
мар.00	8,2	81,3	11,3	1202	1033
апр.00	7,8	81,0	10,8	1151	979
май.00	7,4	81,2	10,2	1069	904
июн.00	7,3	82,5	10,1	1009	849
июл.00	7,2	82,6	10,0	990	836
авг.00	7,1	81,9	9,8	986	841

Литература

1. **Айвазян С.А., Мхитарян В.С. (1998)** Прикладная статистика и основы эконометрии. – М.: ЮНИТИ, 1998.
2. **Бокс Дж., Дженкинс Г. (1974)** Анализ временных рядов. Прогноз и управление. – М.: Мир, 1974. – Вып. 1, 2.
3. **Большев Л.Н., Смирнов Н.В. (1965)** Таблицы математической статистики. – М.: Наука, 1965.
4. **Дженкинс Г., Ватс Д. (1971, 1972)** Спектральный анализ и его применения. – М.: Мир, 1971, 1972. – Вып. 1,2.
5. **Джонстон Дж. (1980)** Эконометрические методы. – М.: Статистика, 1980.
6. **Ллойд Э., Ледерман У. (1990) (ред.)** Справочник по прикладной статистике. – М.: Финансы и статистика, 1990. – Том 2.
7. **Осуга М. (1989)** Обработка знаний. – М.: Мир, 1989.
8. **Развитие российского финансового рынка и новые инструменты привлечения инвестиций.** – М., 1998.
9. **Экономика переходного периода. Очерки экономической политики посткоммунистической России 1991 – 1997.** – М., 1998.
10. **Almon S. (1960)** “The Distributed Lag between Capital Appropriations and Expenditures”, *Econometrica*, 30, 178-196.
11. **Andrews D.W.K. (1991)** “Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation,” *Econometrica*, 59, 817–858.
12. **Ardeni P.G., D. Lubian (1991)** “Is There Trend Reversion in Purchasing Power Parity”, *European Economic Review*, 35, 1035-1055.
13. **Banerjee A., R.L. Lumsdaine, J.H. Stock (1992)** “Recursive and Sequential Tests of the Unit Root and Trend Break Hypotheses: Theory and International Evidence”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 271-287.
14. **Bierens H.J. (1997)** “Testing the Unit Root with Drift Hypothesis Against Nonlinear Trend Stationarity, with an Application to the US Price Level and Interest Rate”, *Journal of Econometrics*, 81, 29-64.
15. **Bollerslev, Tim (1986)** “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, 31, 307–327.
16. **Brown R.G. (1962)** “Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time-Series”. Prentice-Hall, New Jersey.

17. **Brown R.G. (1963)** “Smoothing, Forecasting and Prediction”. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.Y.
18. **Cagan P. (1956)** “The Monetary Dynamics of Hyperinflation”, in: “Studies in the Quantity Theory of Money”. Chicago, University of Chicago Press.
19. **Chan K.H., J.C.Hayya, J.K.Ord (1977)** “A Note on Trend Removal Methods: The Case of polynomial versus variate differencing”, *Econometrica*, 45, 737-744.
20. **Cheung Y.-W., M.D. Chinn (1996)** “Deterministic, Stochastic, and Segmented Trends in Aggregate Output: a Cross-country Analysis”, *Oxford Economic Papers*, 48, №1, 134-162.
21. **Cheung Y.-W., M.D. Chinn (1997)** “Further Investigation of the Uncertain Unit Root in GDP”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 15, 68-73.
22. **Cheung Y.-W., K.S.Lay (1995)** “Lag Order and Critical Values of a Modified Dickey-Fuller Test”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 57, №3, 411-419.
23. **Christiano L.J., M. Eichenbaum (1990)** “Unit Roots in Real GDP: Do We Know, and Do We Care?”, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 32, 7-62.
24. **Clark P.K. (1989)** “Trend Reversion in Real Output and Unemployment”, *Journal of Econometrics*, 40, 15-32.
25. **Cochrane J.H. (1998)** “How Big is the Random Walk in GNP?”, *Journal of Political Economy*, 96, 893-920.
26. **Cogley T. (1990)** “International Evidence on the Size of the Random Walk in Output”, *Journal of Political Economy*, 98, 501-518.
27. **Copeland L.S. (1991)** “Cointegration Tests with Daily Exchange Rate Data”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 53, 185-198.
28. **Davidson R., J.G. MacKinnon (1993)** *Estimation and Inference in Econometrics*, Oxford University Press
29. **Dickey D.A. (1976)** “Estimation and Hypothesis Testing for Nonstationary Time Series”, Ph.D. dissertation, Iowa State University.
30. **Dickey D.A., W.R.Bell, R.B. Miller (1986)** “Unit Roots in Time Series Models: Tests and Implications”, *American Statistician*, 40, 12-26.
31. **Dickey D.A., W.A. Fuller (1979)** “Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root”, *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427–431.

32. **Dickey, D.A., W.A. Fuller (1981)** "Likelihood Ratio Statistics for Auto-regressive Time Series With a Unit Root", *Econometrica*, 49, 1057-1072.
33. **Dickey D.A., S. Pantula (1987)** "Determining the Order of Differencing in Autoregressive Processes", *Journal of Business and Economic Statistics*, 15, 455-461.
34. **Dolado H., T. Jenkinson, S. Sosvilla-Rivero (1990)** "Cointegration and Unit Roots", *Journal of Economic Surveys*, 4, 243-273.
35. **Dutt S.D. (1998)** "Purchasing Power Parity Revisited: Null of Cointegration Approach", *Applied Economic Letters*, 5, 573-576.
36. **Dutt S.D., D. Ghosh (1999)** "An Empirical Examination of Exchange Market Efficiency", *Applied Economic Letters*, 6, №2, 89-91.
37. **Dwyer G.P., Wallace M.S. (1992)** "Cointegration and Market Efficiency", *Journal of International Money and Finance*, 11 318-327.
38. **Elliott G., T.J. Rothenberg, J.H. Stock (1996)** "Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root", *Econometrica*, 64, 813-836.
39. **Enders W. (1995)** "Applied Econometric Time Series", Wiley, New York
40. **Engle, R. F. (1982)** "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," *Econometrica*, 50, 987–1008.
41. **Engle, R. (1983)** "Estimates of the Variance of U.S. Inflation Based on the ARCH Model," *Journal of Money, Credit and Banking*, 15, 286–301.
42. **Engle R.F., C.W.J. Granger (1991)** "Cointegrated Economic Time Series: An Overview with New Results", in R.F. Engle and C.W.J. (eds.), *Long-Run Economic Relationships, Readings in Cointegration*, Oxford University Press, 237-266.
43. **Engle R., Kraft D. (1983)** B *Applied Time Series Analysis of Economic Data*, Washington D.C.: Bureau of the Gensus.
44. **Fama E.F., French K.R. (1988)** "Permanent and Temporary Components of Stock Prices", *Journal of Political Economy*, 96, 246-273.
45. **Fuller W.A. (1976)** *Introduction to Statistical Time Series*, Wiley, New York.
46. **Fuller W.A. (1996)** *Introduction to Statistical Time Series*, 2nd Ed, Wiley, New York
47. **Friedman M. (1957)** "Theory of the Consumption Function". Princeton, N.J.: Princeton University Press.
48. **Funke N., J. Thornton (1999)** "The demand for money in Italy, 1861-1988", *Applied Economic Letters*, 6, №5, 299-301.

49. **Ghysels E., H.S. Lee, J. Noh (1994)** “Testing for Unit Roots in Seasonal Time Series: Some Theoretical Extensions and a Monte Carlo Investigation”, *Journal of Econometrics*, 62, 415-442.
50. **Ghysels E., Perron P. (1992)** “The Effect of Seasonal Adjustment Filters on Tests for a Unit Root”, *Journal of Econometrics*, 55, 57-98.
51. **Gragg J. (1983)** “More Efficient Estimation in the Presence of Heteroscedasticity of Unknown Form”, *Econometrica*, 51, 751-763.
52. **Granger C.W.J. (1963)** “The Effect of Varjng Month-Length in the Analysis of Economic Time Series”, L’Industria, 1, 3, Milano.
53. **Greene W.H. (1997)** “Econometric Analysis”. 3rd edition, Prentice-Hall.
54. **den Haan W.J. (2000)** “The Comovement Between Output and Prices”, *Journal of Monetary Economics*, 46, №1, 3-30.
55. **Hafer R.W., D.W. Jansen (1991)** “The Demand for Money in the United States: Evidence from Cointegration Tests”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 23 (1991), 155-168.
56. **Hall A. (1994)** “Testing for a Unit Root in Time Series with Pretest Data-Based Model Selection”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, 451-470.
57. **Hamilton, James D. (1994)** *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton.
58. **Hasan M.S. (1998)** “The Choice of Appropriate Monetary Aggregate in the United Kingdom”, *Applied Economic Letters*, 5, №9, 563-568.
59. **Hatanaka M. (1996)** *Time Series-Based Econometrics: Unit Roots and Cointegration*, Oxford University Press.
60. **Holt C.C. (1957)** “Forecasting Seasonals and Trends by Exponentially Weighted Moving Averages”, Carnegie Inst. Tech. Res. Mem., 52.
61. **Holden D., Perman R. (1994)** “Unit Roots and Cointegration for Economist”, в сборнике *Cointegration for the Applied Economists* (редактор Rao B.B.), Macmillan.
62. **Johansen S., K. Juselius (1990)** “Maximum Likelihood Estimation and Inferences on Cointegration—with applications to the demand for money,” *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52, 169–210.
63. **Kim B. J.C., Mo Soowon (1995)** “Cointegration and the long-run forecast of exchange rates“, *Economics Letters*, 48, №№ 3-4, 353-359.
64. **Kolmogoroff A. (1939)** “Sur L’interpolation et L’extrapolation des Suites Stationnaires”, *Compt. Rend.*, 208, 2043.
65. **Koyck L.M. (1954)** “Distributed Lags and Investment Analysis”. North-Holland Publishing Company, Amsterdam.

66. **Kwiatkowski D., P.C.B. Phillips, P. Schmidt, Y. Shin (1992)** “Testing of the Null Hypothesis of Stationary against the Alternative of a Unit Root”, *Journal of Econometrics*, 54, 159-178.
67. **Leybourne S.J. (1995)** “Testing for Unit Roots Using Forward and Reverse Dickey-Fuller Regressions”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 57, 559-571.
68. **Leybourne S., T. Mills, P. Newbold (1998)** “Spurious Rejections by Dickey-Fuller Tests in the Presence of a Break Under Null”, *Journal of Econometrics*, 87, 191-203.
69. **Lumsdaine R.L., Kim I.M. (1997)** “Structural Change and Unit Roots”, *The Review of Economics and Statistics*, 79, 212-218.
70. **MacKinnon, J.G. (1991)** “Critical Values for Cointegration Tests,” Глава 13 в *Long-run Economic Relationships: Readings in Cointegration*, edited by R.F.Engle and C.W.J. Granger, Oxford University Press.
71. **Maddala G.S., In-Moo Kim (1998)** *Unit Roots, Cointegration, and Structural Change*. Cambridge University Press, Cambridge.
72. **Metin K. (1995)** “An Integrated Analysis of Turkish Inflation”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 57, №4, 513-532.
73. **Milas C. (1998)** “Demand for Greek Imports Using Multivariate Cointegration Technique”, *Applied Economics*, 30, №11, 1483-1492.
74. **Mills T.C. (1993)** *The Econometric Modeling of Financial Time Series*. Cambridge University Press, Cambridge.
75. **Molana H. (1994)** “Consumption and Fiscal Theory. UK Evidence from a Cointegration Approach”, *Dundee Discussion Papers*, University of Dundey, Dundey, Scotland.
76. **Murray C.J., C.R. Nelson (2000)** “The Uncertain Trend in U.S. GDP”, *Journal of Monetary Economics*, 46, 79-95.
77. **Nadal-De Simone F., W.A. Razzak (1999)** “Nominal Exchange Rates and Nominal Interest Rate Differentials”, *IMF Working Paper* WP/99/141.
78. **Nelson C.R., H. Kang (1981)** “Spurious Periodicity in Inappropriately Detrended Time Series”, *Journal of Monetary Economics*, 10, 139-162.
79. **Nelson C.R., C.I. Plosser (1982)** “Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series”, *Journal of Monetary Economics*, 10, 139-162.
80. **Nerlove M. (1956)** “Estimates of the Elasticities of Supply of Selected Agricultural Commodities”, *Jorn. Farm Econ.*, 38, 496-509.
81. **Nerlove M. (1958)** “The Dynamics of Supply: Estimation of Farmers Response to Price”. The Johns Hopkins Press. Baltimore.

82. **Newey W., K. West (1987)** “A Simple Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix,” *Econometrica*, 55, 703–708
83. **Newey W., K. West (1994)** “Automatic Lag Selection in Covariance Matrix Estimation,” *Review of Economic Studies*, 61, 631–653.
84. **Ng S., P. Perron (1995)** “Unit Root Tests in ARMA models With Data-Dependent Methods for the Selection of the Truncation Lag”, *Journal of American Statistical Association*, 90, 268-281.
85. **Nunes L.S., Newbold P., C.-M. Kuan (1997)** “Testing for Unit Roots With Breaks. Evidence on the Great Crash and the Unit Root Hypothesis Reconsidered”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 59, №4, 435-448.
86. **Perron P. (1988)** “ Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Furter Evidence from a New Approach”, *Journal of Economic Dynamic and Control*, 12, 297-332.
87. **Perron P. (1989a)** “The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis, *Econometrica*, 577, 1361-1401.
88. **Perron P. (1989b)** “Testing for a Random Walk: A Simulation Experiment When the Sampling Interval Is Varied” – в сборнике *Advances in Econometrics and Modeling* (редактор B.Ray), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht and Boston.
89. **Perron P. (1997)** "Further evidence on breaking trend functions in macroeconomic variables, *Journal of Econometrics*, 80, №2, 355-385.
90. **Perron P., Vogelsang T.J. (1993)** “Erratum”, *Econometrica*, 61, №1, 248-249.
91. **Phillips P.C.B. (1987)** “Time Series Regression with a Unit Root”, *Econometrica*, 55, 277-301.
92. **Phillips P.C.B., P. Perron (1988)** “Testing for a Unit Root in Time Series Regression,” *Biometrika*, 75, 335–346.
93. **Said E., D.A. Dickey (1984)** “Testing for Unit Roots in Autoregressive Moving Average Models of Unknown Order,” *Biometrika*, 71, 599–607.
94. **Shiller R.J., Perron P. (1985)** “Testing the Random Walk Hypothesis: Power versus Frequency of Observation”, *Economic Letters*, 18, 381-386.
95. **Schmidt P., Phillips P.C.B. (1992)** “LM Tests for a Unit Root in the Presence of Deterministic Trends”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54, 257-287.
96. **Schwert G.W. (1989)** “Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 7, 147-159.

97. **Solow R.M. (1960)** “On a Family of Lag Distributions”, *Econometrica*, 28, 393-406.
98. **Taylor A.M.R. (2000)** “The Finite Sample Effects of Deterministic Variables on Conventional Methods of Lag-Selection in Unit-Root Tests”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 62, 293-304.
99. **Walker G. (1931)** “On Periodicity in Series of Related Terms”, Proc. Royal Soc., A131, 518.
100. **White H., I. Domovitz (1984)** “Nonlinear Regression with Dependent Observations”, *Econometrica*, 52, 143-162.
101. **Wiener N. (1949)** “Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series”. John Wiley, New York.
102. **Winters P.R. (1960)** “Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages”, *Mgmt. Sci.*, 6, 324.
103. **Wold H.O. (1932)** “A Study in the Analysis of Stationary Time Series”. Almquist and Wiksell, Uppsala.
104. **Woodward G., R. Pillarisetti (1999)** “Empirical Evidence on Alternative Theories of Inflation and Unemployment: a Re-Evaluation for the Scandinavian Countries”, *Applied Economic Letters*, 6, №1, 55-58.
105. **Yule G.U. (1927)** “On a Method of Investigating Periodicities in Disturbed Series”, *Phil. Trans.*, A226, 227.
106. **Zivot E., Andrews D.W.K. (1992)** “Further Evidence on the Great Crash, the Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 251-270.

ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ ПЕРЕХОДНОГО ПЕРИОДА
Серия «Научные труды»

- №33 С. Цухло «*Анализ факторов, определяющих реальное финансово-экономическое состояние российских промышленных предприятий*»
Москва 2001
- №32 С.Жаворонков, В.May, Д.Черный, К.Яновский «*Дeregулирование российской экономики*», Москва 2001
- №31 «*Проблемы становления новой институциональной структуры в переходных странах*», Сборник статей, Москва 2001
- №30 В.А. Бессонов «*Трансформационный спад и структурные изменения в российском промышленном производстве*», Москва 2001
- №29 Е.Г.Потапчик, С.К.Салахутдинова, С.В.Шишкин «*Бюджетное финансирование федеральных учреждений здравоохранения*», Москва 2001
- №28 *Некоторые проблемы денежно-кредитной политики в переходной экономике*, Сборник статей, Москва 2001
- № 27 С. Дробышевский, А. Золотарева, П. Кадочников, С. Синельников «*Перспективы создания стабилизационного фонда в РФ*», Москва 2001
- № 26 «*Посткоммунистическая Россия в контексте мирового социально-экономического развития. Материалы международной конференции*», 2001
- № 25 С. Шишкин *Реформа финансирования российского здравоохранения*'Москва, ИЭПП, 2000
- № 24 *Совершенствование межбюджетных отношений в России"*
Москва 2000
- № 23 М. Матовников *Функционирование банковской системы России в условиях макроэкономической нестабильности*"Москва 2000
- № 22 Эндрю Добсон *Долг и инвестиции для субъектов российской Федерации*"Апрель 2000 года
- № 21 Л. Михайлов, Л. Сычева, Е. Тимофеев *Банковский кризис 1998 года в России и его последствия*'Москва 2000
- № 20 *Некоторые актуальные вопросы аграрной политики в России."*
Москва, 2000)
- № 19 *Проблемы налоговой системы России: теория, опыт, реформа.*"(в 2-х томах), 2000
- № 18 *Материалы научной конференции на тему Финансовый кризис: причины и последствия."* Москва, 2000

- № 17 С. Дробышевский *Анализ рынка ГКО на основе изучения временной структуры процентных ставок*. Москва, 1999
- № 16 *Государственное регулирование экономики: опыт пяти стран.* Москва, 1999
- № 15 *Некоторые политэкономические проблемы современной России.* Москва, 1999
- № 14 С. Дробышевский *Обзор современной теории временной структуры процентных ставок. Основные гипотезы и модели.* Москва, 1999
- № 13 Е. Гайдар *Наследие социалистической экономики: макро- и микроэкономические последствия мягких бюджетных ограничений.* Москва, 1999
- № 12 А. Радыгин, Р. Энтов *Институциональные проблемы развития корпоративного сектора: собственность, контроль, рынок ценных бумаг.* Москва, 1999
- № 11 *Реформирование некоторых отраслей социальной сферы России.* Москва, 1999
- № 10 *Коммунистическое правительство в посткоммунистической России: первые итоги и возможные перспективы.* Москва, 1999
- № 9-1 В. Май "ЭКОНОМИКА И ПРАВО" *Конституционные проблемы экономической реформы посткоммунистической России,* Москва, 1998
- № 9 «*Средний класс в России.* Сборник докладов. Москва, 1998
- № 8 *Политические проблемы экономических реформ: сравнительный анализ.* Сборник докладов, Москва, 1998
- № 7 С.Г. Синельников-Мурылев, А.Б. Золотарева *Роль Правительства и Парламента в проводимой бюджетной политике в постсоветской России.* Москва, 1998
- № 6 *Финансово-экономические проблемы военного строительства и пути их решения.* (материалы научно-практической конференции). Москва, 1998
- № 5 А.П. Вавилов, Г.Ю. Трофимов «*Стабилизация и управление государственным долгом России»*
- № 4 *Либерализация и стабилизация - пять лет спустя.* Сборник докладов. Москва, 1997
- № 3 *Пять лет реформ.* Сборник статей. Москва, 1997
- № 2 *Посткоммунистическая трансформация: опыт пяти лет.* Сборник докладов. Москва, 1996

№ 1 *B. May, C. Синельников-Мурылев, Г. Трофимов Макроэкономическая стабилизация, тенденции и альтернативы экономической политики России. Москва, 1996*