

**Институт экономической политики имени Е.Т. Гайдара**

**Оценка эластичности предложения труда по заработной плате для замужних женщин в  
России**

(Препринт научно-исследовательской работы)

**Москва  
Институт Гайдара**

**2021**

**Автор:** *Полбин А.В.*, к.э.н., заместитель заведующего международной лабораторией математического моделирования экономических процессов Института Гайдара, директор научно-исследовательского центра ИПЭИ РАНХиГС

В работе проводится эконометрический анализ функции предложения труда замужних женщин в России на основе данных РМЭЗ НИУ ВШЭ по методологии [Heckman, MaCurdy, 1980], в которой решения о выходе на рынок труда и об интенсивности работы принимаются из динамической оптимизационной задачи. Показано, что досуг мужа и количество детей, проживающих в домохозяйстве, отрицательно влияют на отработанные женщиной часы. Оценка эластичности предложения труда по заработной плате по Фришу лежит в окрестности 0,16.

#### **Estimating the wage elasticity of labor supply for married women in Russia**

This paper provides an econometric analysis of the labor supply function of married women in Russia based on data from RLMS HSE and methodology from the work [Heckman, MaCurdy, 1980], in which decisions about entering the labor market and the intensity of work are made within a dynamic optimization task. It is shown that the husband's leisure and the number of children in the household have a negative effect on the woman's hours worked. The estimates of the Frisch labor supply elasticity with respect to wages is close to 0.16.

## Содержание

### Введение

1. Обзор литературы
2. Модель предложения труда в рамках жизненного цикла для России
3. Данные
4. Результаты оценивания

### Заключение

Список использованных источников

## Введение

Ключевым показателем в моделях межвременного замещения в предложении труда является эластичность предложения труда по заработной плате. Область применения модели достаточно широка: на микроуровне она может быть использована для анализа эффективности кадровой политики, на макроуровне – для оценки последствий изменений в области бюджетно-налоговой политики, в частности в системе налогообложения, и для макроэкономического прогнозирования на основе моделей общего равновесия [King, Rebelo, 1999; Smets, Wouters, 2007; Chetty et al., 2011]. Всплеск интереса к оценке эластичности предложения труда по заработной плате был особенно заметен в 1980–1990 гг. [Blundell, MaCurdy, 1999].

Исследований по оценке эластичности предложения труда по заработной плате для России не так много. Нам удалось обнаружить лишь две работы: [Клепикова, 2016; Ларин et al., 2016]. Отчасти это может быть связано с тем, что Россия не использует прогрессивную шкалу налогообложения, поэтому сама задача оптимизации налоговой системы становится значительно проще, чем в таких развитых странах, как, например, Великобритания, Германия и США [Mirrlees et al., 2011]. Если говорить о Германии, то там существует целый исследовательский институт IZA<sup>1</sup>, занимающийся исключительно проблемами рынка труда. Так, эксперты IZA разработали комплексную симуляционную модель IZAΨMOD (IZA Policy Simulation MODel), с помощью которой можно проанализировать воздействие налоговой реформы на предложение труда и занятости в Германии [Löffler et al., 2014]. Однако плоская шкала налогообложения не требует таких больших затрат на оптимизацию, поэтому и спрос на решение этой задачи в России значительно ниже.

Согласно работе [Ларин et al., 2016], другой причиной отсутствия оценок эластичности предложения труда по заработной плате является фиксированное количество часов труда на работающего индивида. Иными словами, при нормированном восьмичасовом рабочем дне ни увеличение, ни уменьшение ставки заработной платы не изменит количество предлагаемых часов труда работающими индивидами – эффект будет отражаться лишь на количестве индивидов, которые предлагают свой труд.

Нами была принята во внимание критика [Ларин et al., 2016], однако вместе с ней рассмотрена и другая точка зрения, которой придерживаются некоторые зарубежные авторы.

Описанная нашими соотечественниками проблема не является новой или уникальной – еще в статье [Altonji, 1986] было отмечено, что далеко не во всех развитых странах преобладает ненормированный рабочий день. Так, например, в работе [Attanasio et al., 2018] проводится оценка только для замужних женщин, что объясняется их принадлежностью к той группе населения,

---

<sup>1</sup> URL: <https://www.iza.org>

которая наиболее сильно реагирует на шоки заработных плат. Опираясь на эти оценки, было решено начать изучение функции предложения труда в России с замужних женщин, что может послужить началом для построения более сложных моделей для более широкого круга индивидов.

Таким образом, объектом настоящего исследования является рынок труда в России, а предметом – эластичность предложения труда по заработной плате для замужних женщин в России. Цель этого исследования заключается в оценке эластичности предложения труда по заработной плате на российских микроданных.

## 1. Обзор литературы

Если подходить к моделям с хронологической точки зрения, то первой постановкой задачи была статическая модель предложения труда [Blundell, MaCurdy, 1999]. Рассмотрим ее базовую постановку, описанную в работе [Keane, 2011], где полезность индивида положительно зависит от уровня его потребления ( $C$ ) и отрицательно – от часов труда ( $h$ ) при бюджетном ограничении, которое представляет собой равенство суммы трудового ( $w(1-t)h$ , где  $t$  – ставка налога,  $w$  – ставка заработной платы) и нетрудового ( $N$ ) доходов потреблению.

$$\begin{aligned} U(C; h) &= \frac{C^{1+h}}{1+h} - b \frac{h^{1+g}}{1+g} \\ C &= w(1-t)h + N \end{aligned} \quad (1)$$

Для удобства используется функция вида CRRA. Параметр  $\beta$  отражает предпочтения в досуге, а коэффициенты  $\gamma$ ,  $\eta$  больше и меньше нуля соответственно, так как в настоящей задаче потребление выступает в роли блага, а часы работы – антиблага.

Решение задачи начинается с нахождения маршаллианской функции индивидуального спроса на труд  $h_M = D_h(w(1-t)h + N)$ . Полученная отсюда эластичность будет некомпенсированной эластичностью предложения труда по заработной плате:

$$E_w^h(M) = \frac{\partial \ln h_M}{\partial \ln w} \Big|_N = \frac{1+hS}{g-hS} \quad (2)$$

Здесь  $S = \frac{w(1-t)h}{w(1-t)h + N}$  – это доля трудового дохода в общем доходе. Некомпенсированная

эластичность предложения труда будет показывать процентное изменение часов труда в ответ на шок в уровне заработной платы с учетом как эффекта дохода, так и эффекта замены. Разложить маршаллианскую эластичность на эти эффекты можно с помощью уравнения Слуцкого, а переписав его в эластичностях, получим:

$$E_w^h(M) = E_w^h(H) + IE \quad (3)$$

Здесь  $IE = \frac{w(1-t)h}{N} \frac{\partial h}{\partial N} = \frac{hS}{g-hS}$  – отрицательный эффект дохода, который

представляет собой произведение эластичности отработанных часов по нетрудовому доходу

$\frac{\partial \ln h}{\partial \ln N}$  и отношения трудового дохода к нетрудовому  $\frac{w(1-t)h}{N}$ ;  $E_w^h(H) = \frac{w}{h} \frac{\partial h}{\partial w} \Big|_U = \frac{1}{g-hS}$  –

компенсированная эластичность предложения труда по заработной плате, которая отражает процентное изменение часов труда в ответ на шок в уровне заработной платы при наличии компенсации в доходах. Заметим, что при описанных предпосылках эффект дохода будет отрицательным, из-за чего хиксианская эластичность будет строго больше маршаллианской.

Настоящую задачу можно представить графически (рис. 1), однако для более привычного вида, индивид будет осуществлять выбор в пространстве потребление – часы досуга, предположив, что  $T$  – это все доступное индивиду время, которое он распределяет между досугом и работой. Тогда нахождение в крайней точке бюджетного ограничения  $E$  будет означать состояние без работы, где потребление индивида обеспечивается только за счет его нетрудового дохода. Обратная ситуация будет в точке  $F_0$ , где индивид тратит все доступное ему время на работу, а потребление достигает максимально возможного уровня (англ. *full income*).

Рассмотрим ситуацию повышения ставки заработной платы с уровня  $w_0$  до  $w_1$ . Тогда бюджетное ограничение меняет наклон и переходит в положение  $F_1E$ , а оптимум – из начальной точки  $A$  в  $D$ . Если же разбить это изменение на эффекты дохода и замещения, то появится промежуточный оптимум в точке  $B$ . Таким образом, переход из равновесия  $A$  в  $B$  связан с эффектом замещения (растут альтернативные издержки досуга), а переход из  $B$  в  $D$  – с эффектом дохода (индивид стал получать больше за то же самое количество отработанных часов). Тогда изменения досуга  $AB$  и  $AD$  будут отражать компенсированное и некомпенсированное изменения соответственно.

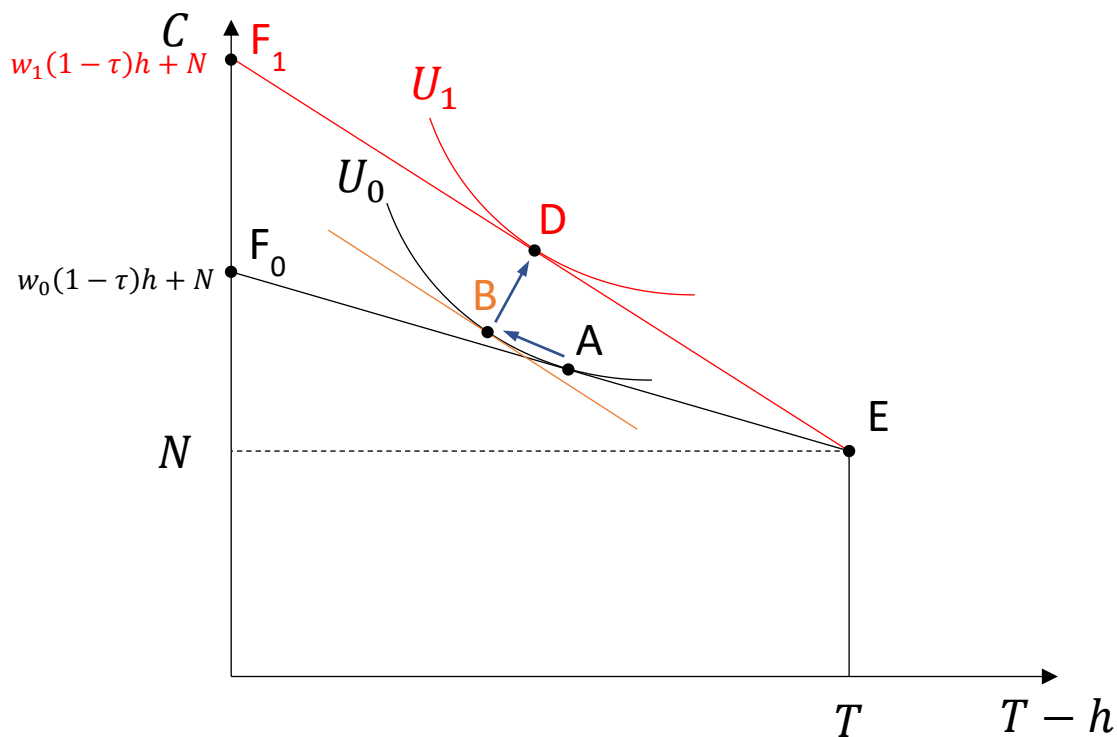


Рис. 1. Однопериодная модель предложения труда

Выбор той или иной эластичности зависит от исследовательского вопроса. Например, некомпенсированную эластичность можно применять для анализа воздействия изменений подоходного налога в случае плоской шкалы налогообложения, в то время как компенсированная эластичность адекватна при введении отрицательного подоходного налога (англ. *negative income tax*) или изменениях в прогрессивном налогообложении. Отличие заключается в том, что в последних двух случаях рост стоимости досуга сопровождался увеличением нетрудового дохода. Логично предположить, что размеры последнего должны компенсировать потери индивидов, так как речь идет о политике перераспределения доходов.

Перед тем как перейти к многопериодной постановке модели, стоит также обсудить концепцию эластичности по Фришу. Она отражает реакцию предложения труда в ответ на шоки заработной платы при постоянной предельной полезности от нетрудового дохода, которая в нашей задаче является множителем Лагранжа ( $\lambda$ ). Важно обратить внимание на условие первого порядка для потребления:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} = \frac{\partial U}{\partial C} - \lambda = C^n - \lambda = 0 \quad (4)$$

Здесь  $\mathcal{L}$  – функция Лагранжа. Постоянство теневой цены нетрудового дохода подразумевает неизменность предельной полезности от потребления, а следовательно, и самого уровня потребления при колебаниях ставки заработной платы.

Таким образом, можно вывести функцию спроса на отработываемые часы по Фришу:

$$h_F = F_h(w(1-t)/l) = \frac{l}{b} w(1-t)^{\frac{1}{g}} \quad [\text{Frisch, 1932}], \text{ а на ее основе рассчитать и эластичность:}$$

$$E_w^h(F) = \frac{\partial \ln h_F}{\partial \ln w} \Big|_l = \frac{1}{g} \quad (5)$$

Если продолжать рассматривать ситуацию роста ставки заработной платы (рис. 2), то изменение по Фришу представляет собой переход из начального состояния А в новый оптимум С, определяемый двумя следующими неравенствами:

$$\begin{aligned} \frac{\partial l}{\partial N} &< 0 \\ \frac{\partial l}{\partial w} &< 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Рост ставки оплаты труда компенсируется снижением нетрудового дохода, из-за чего предельная полезность от нетрудового дохода и, следовательно, потребление остаются неизменными.

Таким образом, предположив  $N$  пренебрежимо малой величиной, можно выписать соотношение трех эластичностей:

$$E_w^h(F) = \frac{1}{g} > E_w^h(H) = \frac{1}{g-h} > E_w^h(M) = \frac{1+h}{g-h} \quad (7)$$

Эластичность предложения труда по Фришу является наибольшей из трех. Связано это с тем, что она не только игнорирует эффект дохода по отработанным часам, как хиксианская, но и пренебрегает эффектом дохода по потреблению, т.е. шоки ставки заработной платы проявляются только в изменении количества отработанных часов.

Такое представление может показаться несколько странным с точки зрения однопериодной модели, поэтому стоит перейти к следующему этапу развития теории предложения труда – многопериодной модели предложения труда, или модели предложения труда в рамках жизненного цикла. Ее преимущество перед статической очевидно: принятие решения о предложении труда происходит на протяжении всей жизни. Закончив школу, индивид выбирает, продолжить ли ему свое обучение или начать работать, а в старости встает вопрос о выходе на пенсию.



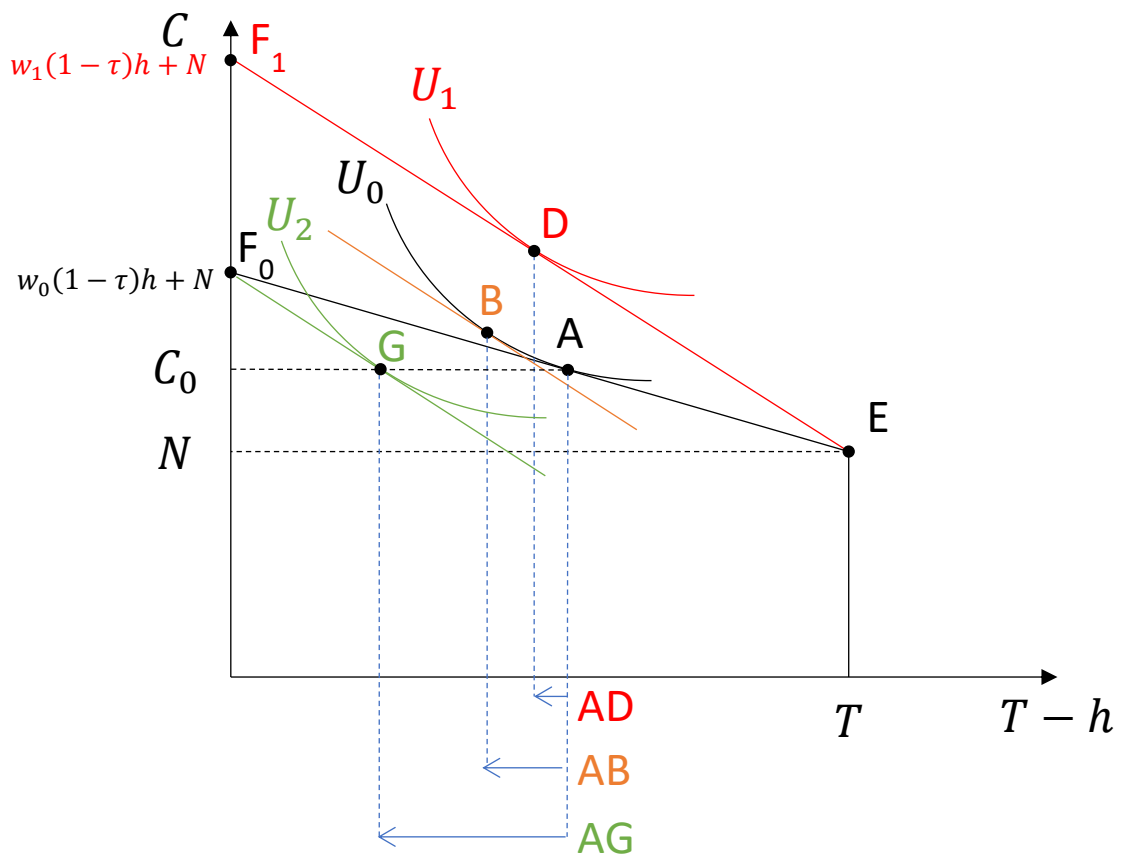


Рис. 2. Изменения по Маршаллу, Хиксу и Фришу в однопериодной модели

Наиболее важной отличительной особенностью многопериодной постановки является нетривиальность шоков заработных плат. Теперь они классифицируются:

- 1) по времени [Ghez, Becker, 1975]:
  - a. параметрические:
    - i. перманентные;
    - ii. транзитивные;
  - b. эволюционные;
- 2) по ожиданиям:
  - a. ожидаемые;
  - b. непредвиденные.

Рассмотрим изменение ставки заработной платы в рамках жизненного цикла (рис. 3). Согласно работе [Mincer, 1993], изменение ставки заработной платы с возрастом происходит по перевернутой U-образной траектории, которую в литературе называют профилем заработных плат

(англ. *wage profile*). Стоящая за этим идея заключается в том, что в равновесии ставка заработной платы равна производительности труда, которая на начальных этапах жизни – по мере накопления человеческого капитала – растет, достигает максимума, а затем убывает. Таким образом, движение вдоль этой траектории (AA' или BB') будет относиться к эволюционному изменению. Тогда параметрическим шоком будет перемещения с одного профиля на другой. Например, переход I с траектории AA' на BB' – перманентный параметрический шок, а II – с траектории AA' на ACA' – транзитивный параметрический шок.

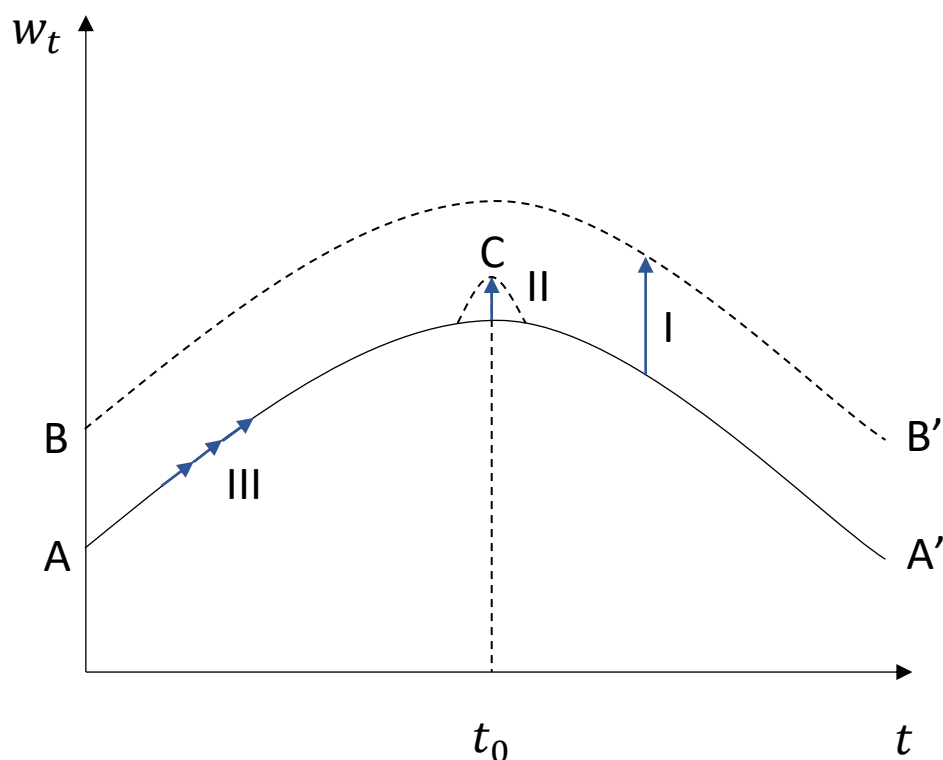


Рис. 3. Многопериодная модель предложения труда

Шоки заработной платы также можно классифицировать по ожиданиям. Если индивид изначально знает про предстоящее изменение в заработной плате, то он закладывает эту информацию в решение своей динамической оптимизационной задачи, поэтому эффект дохода наблюдаться не будет. И наоборот, в случае, когда шок оказался неожиданным, может присутствовать эффект дохода.

Классифицировав шоки заработной платы, необходимо уточнить содержательный смысл описанных эластичностей. Так, с помощью компенсированной и некомпенсированной эластичностей можно оценить реакцию на непредвиденное параметрическое изменение (на рис. 3 I и II). Как и в однопериодном случае, разница заключается лишь в наличии или отсутствии компенсации.

Если же говорить об эластичности по Фришу, то она эквивалентна эластичности межвременного замещения труда, что следует из вида функции полезности, поэтому она показывает, как изменится отношение отработанных часов в любых двух периодах в ответ на

однопроцентное изменение отношения ставок заработных плат в этих периодах. Тогда эластичность предложения труда по Фришу определяет изменение отработанных часов из-за эволюционного изменения заработной платы при условии, что индивиду известна траектория изменений его заработной платы. Фактически она отражает идею о том, что индивид будет стремиться работать больше в те периоды, когда ставка заработной платы выше [MaCurdy, 1981].

Существует и другой вариант интерпретации эластичности предложения труда по Фришу, когда она рассматривается как мера реакции отработываемых часов на параметрические шоки заработной платы, которые не должны влиять на уровень потребления индивида, в некоторый момент времени. Более того, раз такой шок не влияет на уровень потребления индивида, то он должен быть временным. Именно эта возможность измерять реакцию индивидов на краткосрочные колебания делает эластичность предложения труда по Фришу важным показателем во многих макроэкономических моделях.

Вообще, идея оценивать функцию предложения труда в рамках жизненного цикла основывается на теории перманентного дохода М. Фридмана [Friedman, 1957]. Согласно ей, индивиды выбирают свое потребление, опираясь не на текущую заработную плату, а на так называемый перманентный уровень дохода – усредненный за всю жизнь поток доходов, который индивид ожидает получить. Дж. Минсер [Mincer, 1962] предложил перенести эту концепцию на предложение труда, т.е. отработанные часы также определяются перманентным и транзитивным доходами. И если последняя компонента дохода зависит только от текущей ставки заработной платы, то первая зависит от значений множества факторов за всю жизнь индивида, что делает ее ненаблюдаемой для исследователя. Эта проблема заключается в том, что функция полезности теперь будет зависеть не только от текущих значений ее аргументов (все те же потребление, досуг и индивидуальные характеристики), но и от будущих. Тогда межвременное бюджетное ограничение будет включать к тому же величину накопленных за предыдущие периоды активов и ставку процента. Несмотря на это, Т. МаКарди удалось разработать оцениваемую модель предложения труда в рамках жизненного цикла с помощью функций спроса по Фришу [MaCurdy, 1981].

Идея Т. МаКарди [MaCurdy, 1981] основана на использовании функций спроса по Фришу, чтобы описать динамику отработанных часов индивида за всю его жизнь в условиях полной информации. Эти функции характеризуются зависимостью от предельной полезности от богатства, приведенной к начальному периоду, которая и является достаточной статистикой для перманентной компоненты дохода, так как она содержит всю необходимую информацию о прошлом и будущем богатстве индивида. В своей эконометрической модели МаКарди оценил функцию предложения труда по Фришу и рассматривал предельную полезность от богатства в качестве фиксированного индивидуального эффекта, что позволило ему явным образом не оценивать последнюю.

Модель МаКарди оказалась настолько интуитивно простой, что даже сейчас она активно используется и модифицируется. Примеры модификаций можно найти в работах: [Heckman, MaCurdy, 1980; Altonji, 1986; Fiorito, Zanella, 2012; González, Sala, 2015] и др.

Еще в 1986 г. Дж. Алтони [Altonji, 1986] предложил выражать предельную полезность от богатства через функцию спроса на потребление и подставлять это выражение в уравнение предложения труда. Такая модификация позволяла отказаться от предпосылки о полной информации и совершенных кредитных рынках, которые были необходимы для постановки задачи с помощью предельной полезности от богатства. Эта модель используется и по сей день, например в работе [Peterman, 2016]. В работе [Heckman, MaCurdy, 1980] авторы добавили в модель учет краевого решения, когда индивид не работает. В статье [Fiorito, Zanella, 2012] была попытка оценить модель предложения труда на агрегированных данных с помощью временных рядов.

Возможен также и другой подход к решению модели предложения труда в рамках жизненного цикла, которую в литературе принято называть «двухэтапным бюджетированием» (англ. *two-stage budgeting*). Идея «двухэтапного бюджетирования» [Gorman, 1959; Gorman, 1968] заключается в следующем: предельная норма замещения досуга потреблением, посчитанная для каждого временного периода, будет характеризовать поведение индивида в рамках каждого временного отрезка. Значит, если распределить совокупные доходы за каждый из периодов так, чтобы максимизировать каждую статическую функцию полезности, то, решая задачу динамического программирования, возможно получить требуемые оценки. Примерами работ, в которых эта постановка применялась, могут служить [Blundell, Walker, 1986; MaCurdy, 1983; Attanasio et al., 2018].

В основном вся проблема моделирования в области предложения труда заключается именно в ее эмпирической составляющей, так как, с одной стороны, требуются микроданные высокого качества за желательно длинный промежуток времени, которые есть не у каждой страны, а с другой стороны, существует большое количество источников несостоятельности получаемых эконометрических оценок. Очевидной проблемой является эндогенность заработных плат. Наиболее тривиальным ее решением является применение 2МНК, как это было сделано в работах [MaCurdy, 1981; Altonji, 1986] и множестве последующих, вплоть до настоящего времени. В исследовании [González, Sala, 2015] предлагается оценка с помощью двухшагового GMM, в то время как в [Attanasio et al., 2018] применяется LIML-оценка в рамках «двухэтапного бюджетирования».

Другой немаловажной проблемой несостоятельности оценок является так называемое смещение отбора. Исследования [MaCurdy, 1981; Altonji, 1986] и др. включали только работающих индивидов, так как для неработающих отсутствуют данные по предлагаемой им заработной плате. Очевидно, что состоятельность таких оценок сомнительна, так как не учитывается сам факт принятия решения о том, работать или нет [Heckman, 1974].

В литературе существует несколько вариантов решения такой проблемы. Само по себе смещение отбора возможно только на индивидуальных данных, поэтому если агрегировать индивидов по некоторому набору признаков, то необходимость рассматривать краевое решение отпадает. В эконометрической литературе такие данные именуется «псевдопанелями», а наблюдения – «синтетическими когортами». Их дополнительным преимуществом является то, что представители каждой из когорт не обязаны присутствовать в выборке во всех рассматриваемых периодах, что позволяет более точно составить портрет «репрезентативного агента», который и представляет собой «синтетическую когорту». Такой метод использован в работах [Ghez, Becker, 1975; Peterman, 2016; Kuroda, Yamamoto, 2008] и др. Также возможно агрегировать индивидуальные данные по годам и, следовательно, оценивать модели временных рядов, что было выполнено в статье [Fiorito, Zanella, 2012].

Существует и другой подход к решению этой проблемы, основанный на спецификации эконометрической модели, который был разработан Дж. Хекманом. В работе [Heckman, 1976] автором была предложена как модификация стандартной тобит-модели [Tobin, 1958], которая в будущем была названа тобит-2 моделью, так и специальная поправка для линейных моделей, оцененных с помощью МНК, названная «поправкой Хекмана» [Amemiya, 1984]. В обоих случаях решается проблема смещения отбора. Стоит отметить, что до Хекмана теоретическая постановка такой модели для предложения труда была разработана в [Gronau, 1973].

В работе [Heckman, MaCurdy, 1980] авторы использовали идею модели для однопериодной задачи из [Heckman, 1974], где была представлена модификация методологии тобит-2 модели, позволяющая учитывать поправку на смещение отбора как в зарплатном уравнении, так и в функции предложения труда, и расширили ее до многопериодного случая. Согласно классификации из работы [Amemiya, 1984], модель [Heckman, 1974] можно отнести к типу тобит-3, в то время как [Heckman, MaCurdy, 1980] является расширением последней, в котором учитываются фиксированные индивидуальные эффекты. Указанная статья является одной из наиболее значимых в микроэконометрике [Keane, 2011; Keane et al., 2011], так как в ней была разработана оригинальная методология параметрического оценивания цензурированной регрессии на панельных данных [Maddala, 1987]. Это дало толчок развитию непараметрических и полупараметрических методов оценивания таких моделей, которые в дальнейшем применялись в том числе и в области межвременного замещения в предложении труда [Ai, Chen, 1992; Honoré, 1992; Honoré et al., 1997; 2000].

## **2. Модель предложения труда в рамках жизненного цикла для России**

Для построения модели предложения труда в рамках жизненного цикла для России мы воспользуемся эмпирической стратегией, предложенной Дж. Хекманом и Т. МаКарди [Heckman, MaCurdy, 1980], теоретический фундамент которой был заложен в работе [MaCurdy, 1981].

Наш выбор в пользу этого подхода основан на том, что модель [MaCurdy, 1981] представляет собой достаточно гибкий и в то же время эффективный инструмент для анализа функции предложения труда в рамках жизненного цикла, о чем свидетельствуют не только популярность как данной работы, так и основанных на ней модификациях, но и повсеместное использование этой методологии на статистических данных различных стран: [MaCurdy, 1981] – США, [Kuroda, Yamamoto, 2008] – Япония, [Céspedes Reynaga, Rendon, 2012] – Перу, [González, Sala, 2015] – ряд стран Южной Америки. Заметим, что [Ларин и др., 2016] также применяли модель МаКарди для оценки эластичности вероятности выхода на работу для России. Для преодоления смещения отбора нами была выбрана эмпирическая стратегия из работы [Heckman, MaCurdy, 1980] с учетом выполненных позже корректировок в методологии [Heckman, MaCurdy, 1982].

Необходимо сразу отметить, что в работе [Heckman, MaCurdy, 1980] оценивалась функция предложения труда на данных по замужним женщинам, хотя теоретическая модель не содержит каких-то ограничений на пол. Согласно [Keane, 2011], при исследовании функции предложения труда для мужчин, многие авторы осознанно не учитывали возможное смещение отбора, предполагая, что большинство мужчин среднего возраста – особенно женатых – работают, и только сберегательный мотив может значимо повлиять на отработанные часы мужчины. В то же время намного больше женщин предпочитают не работать из-за присутствия значимых фиксированных издержек труда [Cogan, 1981], которые связаны с наличием детей и ее семейным положением. Именно поэтому моделирование процесса принятия женщинами решения о выходе на рынок труда имеет ключевое значение [Heckman, 1974]. В настоящей же работе так же будет оцениваться функция предложения труда для замужних женщин.

Обсудим используемую модель. Предполагается, что репрезентативный агент  $i$ , живущий  $T$  периодов, действует в мире полной информации с совершенными кредитными рынками со ставкой процента  $r$ . Его функция полезности  $U_{it}(C_{it}; L_{it})$  представляет собой сепарабельную по аргументам и строго выпуклую функцию, где  $C_{it}$  – уровень потребления в периоде  $t$  в денежном выражении, а  $L_{it}$  – количество времени, посвященного досугу в периоде  $t$ . Заметим, что индивид может тратить все свое время в периоде  $t$  ( $H$ ) либо на досуг ( $L_{it}$ ), либо на работу ( $h_{it}$ ). Предположим, что эта функция относится к классу CRRA [Heckman, MaCurdy, 1982]:

$$U_{it}(C_{it}; L_{it}) = A_{it} \frac{L_{it}^{1-q} - 1}{1-q} + B_{it} \frac{C_{it}^{1-d} - 1}{1-d}, \quad q > 0; d > 0 \quad (8)$$

Здесь  $A_{it} > 0$ ;  $B_{it} > 0$  – параметры, описывающие предпочтения индивида в отношении досуга и потребления соответственно. В интегральной же функции полезности также присутствует норма межвременных предпочтений  $\rho$ :

$$U_i = \sum_{t=0}^{\tau} \frac{1}{(1+r)^t} U_{it} \quad (9)$$

Свою жизнь индивид начинает с неким запасом активов  $W_{i0}$ , а затем каждый период ему предлагается некоторая ставка заработной платы  $W_{it}$ , величина которой не зависит от принятых им решений. Таким образом, интегральное бюджетное ограничение обретает следующий вид:

$$W_{i0} + \sum_{t=0}^{\tau} \frac{W_{it} h_{it}}{(1+r)^t} = \sum_{t=0}^{\tau} \frac{C_{it}}{(1+r)^t} \quad (10)$$

Решая задачу методом множителей Лагранжа, мы получим условия первого порядка:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{it}}{\partial C_{it}} &= \frac{1+r}{1+r} /_0 \\ \frac{\partial U_{it}}{\partial L_{it}} &= \frac{1+r}{1+r} /_0 W_{it} \\ l_t &= \frac{1+r}{1+r} /_0 \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $/_0$  – множитель Лагранжа, который представляет собой теньевую цену начального запаса активов  $W_0$ . Хотя последний показатель и не входит в функцию полезности напрямую, в литературе  $/_0$  принято называть предельной полезностью от богатства в  $t=0$ . Строгое же неравенство во втором условии выполняется в тех периодах, когда индивид не работает.

Выведем функцию спроса на досуг по Фришу  $L_{it} = F_L(W_{it}; /_0)$  с учетом краевого решения и прологарифмируем ее:

$$\begin{aligned} \ln L_{it} &= \frac{1}{q} \ln A_{it} - t \ln \frac{1+r}{1+r} - \ln /_0 - \ln W_{it}; \frac{\partial U_{it}}{\partial L_{it}} = \frac{1+r}{1+r} /_0 W_{it} \\ & \ln \bar{H}, \frac{\partial U_{it}}{\partial L_{it}} > \frac{1+r}{1+r} /_0 W_{it} \end{aligned} \quad (12)$$

Аналогичное преобразование можно проделать и для потребления. Тогда становится очевидным, что для нахождения оптимальных  $(C_t^*; L_t^*)$  необходимо знать  $/_0$ . Ее можно выразить явным образом, подставив функции спроса по Фришу в интегральное бюджетное ограничение:

$$/_0 = /_0(W_0; r; r; W_0; 1/4; W_T) \quad (13)$$

Из этого следует, что выбор оптимальных потребления и отработанных часов в определенный период будет зависеть от параметров, значения которых соответствуют другим временным промежуткам.  $I_0$  содержит информацию о ставках заработной платы и богатстве за всю жизнь индивида, необходимую для решения его оптимизационной задачи в каждый момент времени. Таким образом, функции спроса по Фришу полностью описывают поведение индивида в условиях полной информации [MaCurdy, 1981].

Чтобы оценить эластичность предложения труда по заработной плате, воспользуемся двумя соотношениями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L_{it}}{\partial \ln W_{it}} &= -\frac{1}{q} \Rightarrow E_w^h(F) = \frac{\partial \ln(\bar{H} - L_{it})}{\partial \ln W_{it}} = \frac{-L_{it}}{\bar{H} - L_{it}} \frac{\partial \ln L_{it}}{\partial \ln W_{it}} \approx 1 - \frac{\bar{H}}{h} - \frac{1}{q} \quad (14) \\ h_{it} &= \bar{H} - L_{it} \end{aligned}$$

где  $h = \frac{1}{nT} \sum_{i=1}^n \sum_{t=0}^T h_{it}$  и  $\bar{H} = 8760$  часов [Heckman, MaCurdy, 1980].

Для спецификации эконометрической модели необходимо ввести еще два уравнения:

$$\ln A_{it} = Z_{it}'\alpha + m_i + X_{it} \quad (15)$$

$$\ln W_{it} = X_{it}'\beta + \eta_i^{(1)} + \epsilon_{it}^{(1)} \quad (16)$$

Первое уравнение описывает предпочтения индивида в отношении досуга, в то время как второе является зарплатным уравнением:  $(Z_{it}; X_{it})$  – экзогенные детерминанты досуга и заработной платы соответственно;  $(m_i; \eta_i^{(1)})$  – некоторые фиксированные во времени индивидуальные компоненты;  $(\xi_{it}; \epsilon_{it}^{(1)})$  – случайный вектор, удовлетворяющий следующим свойствам:

$$\begin{pmatrix} \xi_{it} \\ \epsilon_{it}^{(1)} \end{pmatrix} \sim iid N \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} \\ \omega_{21} & \omega_{22} \end{pmatrix} \right]$$

Полагая верным соотношение  $\ln \frac{1+r}{1+r} \approx r - r$  и подставляя оба уравнения в функцию спроса на досуг, получится:

$$\ln L_{it} = \begin{cases} Z_{it}'\frac{\phi}{\theta} + \frac{[r-\rho]}{\theta} t - X_{it}'\frac{\beta}{\theta} + \eta_i^{(2)} + \epsilon_{it}^{(2)}, \frac{\partial U_{it}}{\partial L_{it}} = \left[ \frac{1+\rho}{1+r} \right]^t \lambda_0 W_{it} \\ \ln \bar{H}, \frac{\partial U_{it}}{\partial L_{it}} > \left[ \frac{1+\rho}{1+r} \right]^t \lambda_0 W_{it} \end{cases} \quad (17),$$



где:

$$h_i^{(2)} = \frac{1}{q} m_i - h_i^{(1)} - \ln l_0 \quad (18)$$

$$\epsilon_{it}^{(2)} = \frac{1}{\theta} [\xi_{it} - \epsilon_{it}^{(1)}] \quad (19)$$

Полученную функцию спроса на досуг можно переписать в виде эконометрической модели. Очевидно, что здесь идет речь о цензурированной регрессии, так как индивид предлагает труд и, следовательно, получает заработную плату при выполнении условия  $\ln L_{it} < \ln \bar{H}$ . Для описания таких предпосылок подойдет тобит-3 модель [Amemiya, 1984], где зарплатное уравнение (16) будет выступать в роли целевого уравнения, а функция спроса на досуг – в роли уравнения отбора:

$$\ln L_{it} = Z_{it} \frac{\phi}{\theta} + \frac{[r - \rho]}{\theta} age_{it} - X_{it} \frac{\beta}{\theta} + \eta_i^{(2)} + \epsilon_{it}^{(2)}, \quad (20)$$

где  $age_{it}$  – возраст  $i$ -го индивида в периоде  $t$ . Новый вектор случайных ошибок будет удовлетворять:

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{it}^{(1)} \\ \epsilon_{it}^{(2)} \end{pmatrix} \sim iid N \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \right]$$

Правило, по которому определяется, наблюдаемы ли истинные значения зависимых переменных, можно сформулировать в виде двух систем:

$$\ln L_{it} = \begin{cases} \ln L_{it}, \ln L_{it} < \ln \bar{H} \\ \ln \bar{H}, \ln L_{it} \geq \ln \bar{H} \end{cases} \quad (21)$$

$$\ln W_{it} = \begin{cases} \ln W_{it}, \ln L_{it} < \ln \bar{H} \\ 0, \ln L_{it} \geq \ln \bar{H} \end{cases} \quad (22)$$

Оцениваемая же функция правдоподобия может быть представлена следующим образом:

$$\mathcal{L} = \prod_{\ln L_{it} \geq \ln \bar{H}} P(\ln L_{it} \geq \ln \bar{H}) \prod_{\ln L_{it} < \ln \bar{H}} f(\ln L_{it}; \ln W_{it}), \quad (23)$$

где  $P(\cdot)$  – вероятность события, а  $f(\cdot; \cdot)$  – совместная плотность стандартного нормального распределения. Первый множитель соответствует цензурированным наблюдениям и представляет собой произведение вероятностей не работать, в то время как второй описывает уравнения досуга и заработной платы для работающих.

Стоит вкратце обсудить некоторые особенности этой спецификации. Во-первых, в настоящей модели устранено смещение отбора, особенно важное при оценке функции предложения труда для замужних женщин [Heckman, 1974]. Во-вторых, подставив (16) в (12), авторы фактически начинают использовать вместо истинных значений ставок заработной платы их расчетные значения. Такая замена полностью соответствует инструментальному подходу, тем самым позволяет избавиться от эндогенности заработных плат в модели. Этому также способствует наличие фиксированных индивидуальных эффектов  $(h_i^{(1)}; h_i^{(2)})$  в обоих уравнениях модели (16) и (20), которые отвечают за все ненаблюдаемые характеристики индивидов. Более того, они позволяют учесть гетерогенность индивидов.

Отметим, что использование случайных индивидуальных эффектов в модели МаКарди недопустимо [MaCurdy, 1981].  $h_i^{(2)}$  зависит от  $\ln /_0$ , поэтому, подставив в (18) функцию (13),  $h_i^{(2)}$  коррелирует со всеми экзогенными регрессорами, из-за чего становится невозможным объявить  $h_i^{(2)}$  частью случайной ошибки модели. Аналогичные рассуждения применяются авторами к  $h_i^{(1)}$  [Heckman, MaCurdy, 1980].

Однако процессу оценивания настоящей модели сопутствует ряд трудностей. Как и любая модель на цензурированных данных, она является нелинейной, из-за чего применение внутригруппового преобразования становится невозможным [Blundell et al., 2007], поэтому авторы предлагают оценивать фиксированные эффекты как параметры. Тогда при больших значениях  $n$  и маленьких  $T$  не только возникают очевидные сложности в процессе оценивания такой модели, так как количество параметров линейно возрастает по количеству индивидов в выборке, но и оценки перестают быть состоятельными, что в литературе принято называть «incidental parameters problem» [Neuman, Scott, 1948]. Однако авторы отмечают, что с практической точки зрения эта проблема не так критична, так как в модели не используются лагированные значения зависимых переменных в качестве регрессоров [Blundell et al., 2007]. Более того, симуляции методом Монте-Карло не показали значительных отклонений оценок от их истинных значений [Heckman, MaCurdy, 1980].

Из-за необходимости непосредственно оценивать фиксированные эффекты  $h_i^{(2)}$ , приходится также ограничиваться только теми индивидами, которые работали хотя бы один год за весь исследуемый период. Представим себе, что индивид  $j$  не работал все  $T$  периодов. Тогда для него не будет оценено зарплатное уравнение (16), и  $h_j^{(1)}$  будет не определен, т.е. его наблюдения являются цензурированными и соответствуют первому множителю функции правдоподобия (23). Распишем его:

$$\mathcal{L}_j = \prod_{t=0}^T P(\ln L_{jt} \geq \ln \bar{H}) = \prod_{t=0}^T P\left(\epsilon_{jt}^{(2)} \geq \ln \bar{H} - Z_{jt} \frac{\phi}{\theta} - \frac{[r-\rho]}{\theta} age_{jt} + X_{jt} \frac{\beta}{\theta} - \eta_j^{(2)}\right)$$

$$\begin{aligned}
&= \prod_{t=0}^T \left[ 1 - P \left( \ln \bar{H} - Z_{jt} \frac{\phi}{\theta} - \frac{[r-\rho]}{\theta} age_{jt} + X_{jt} \frac{\beta}{\theta} - \eta_j^{(2)} \geq \epsilon_{jt}^{(2)} \right) \right] \quad (24) \\
&= \prod_{t=0}^T \left[ 1 - F_{\epsilon_{jt}^{(2)}} \left( \ln \bar{H} - Z_{jt} \frac{\phi}{\theta} - \frac{[r-\rho]}{\theta} age_{jt} + X_{jt} \frac{\beta}{\theta} - \eta_j^{(2)} \right) \right]
\end{aligned}$$

где  $F_{\epsilon_{jt}^{(2)}}(\cdot)$  – функция распределения случайной величины  $\epsilon_{jt}^{(2)}$ . Отсюда становится очевидным, что:

$$\widehat{\eta_j^{(2)}} = \arg \max_{\eta_j^{(2)}} \mathcal{L}_j = +\infty \quad (25)$$

Заметим, однако, что явного оценивания  $\eta_j^{(1)}$  не требуется [Maddala, 1987]. Первый множитель в (23) не зависит от  $\eta_j^{(1)}$ , а второй можно расписать по формуле Байеса как  $f(\ln L_{it}; \ln W_{it}) = f_1(\ln W_{it} | \ln L_{it}) f_2(\ln L_{it})$ . Тогда только  $f_1(\ln W_{it} | \ln L_{it})$  будет зависеть от  $\eta_j^{(1)}$ , т.е. фактически зарплатное уравнение линейно на подмножестве работающих индивидов. Поэтому становится возможным применить к нему внутригрупповое преобразование, однако вычитая средние значения по наблюдениям, удовлетворяющим  $\ln L_{it} < \ln \bar{H}$ .

### 3. Данные

Для настоящего исследования требуются панельные микроданные, по этой причине нами было отдано предпочтение базе данных РМЭЗ НИУ ВШЭ<sup>2</sup>. В частности, нас интересовали волны с 9-й (2000 г.) по 27-ю (2018 г.). Более ранние волны оказались неподходящими, так как опрос проводился только каждые два года.

Обсудим используемые нами переменные. В качестве экзогенных детерминант досуга ( $Z_{it}$ ) нами были выбраны следующие переменные: количество детей в возрастных группах 0–3, 4–6, 7–12, 13–18 лет, а также суммарное количество детей, проживающих в домохозяйстве, количество часов досуга мужа и индикатор, который равен единице, если муж получает пенсию. В уравнении досуга также присутствует возраст женщины, который в настоящей модели играет содержательную роль, так как, прологарифмировав уравнение Эйлера для предельной полезности от богатства из (11), получим:

---

<sup>2</sup> «Российский мониторинг экономического положения и здоровья населения НИУ ВШЭ (RLMS HSE)», проводимый Национальным исследовательским университетом «Высшая школа экономики» и ООО «Демоскоп» при участии Центра народонаселения Университета Северной Каролины в Чапел Хилле и Института социологии Федерального научно-исследовательского социологического центра РАН. (Сайты обследования RLMS HSE: URL: <http://www.cpc.unc.edu/projects/rlms> и URL: <http://www.hse.ru/rlms>)

$$\ln \frac{w_t}{w_0} = t \ln \frac{1+r}{1+r} + \ln \frac{w_t}{w_0} \Rightarrow \ln \frac{w_t}{w_0} = t(r - r) + \ln \frac{w_t}{w_0}, \quad (26)$$

$$\ln \frac{1+r}{1+r} \approx r - r$$

где  $t$  – это возраст индивида, т.е.  $age_{it}$ . Заметим, что реалистично полагать  $r - r < 0$ , чтобы, согласно условию (11), потребление индивида со временем увеличивалось.

В роли же экзогенных детерминант заработной платы ( $X_{it}$ ) будут выступать опыт и квадрат опыта, где опыт – это возраст индивида за вычетом количества лет обучения и еще семи лет [Heckman, MaCurdy, 1980]. Фактически зарплатное уравнение (16) представляет собой классическое уравнение Минсера [Mincer, 1993], где в роли зависимой переменной выступает логарифм почасовой ставки заработной платы.

Отдельно стоит обсудить зависимые переменные: часы досуга в году и средняя почасовая ставка заработной платы в году. Для их расчета мы воспользовались методологией, предложенной Денисовой И.А. и Карцевой М.А. [Денисова, Карцева, 2007]. Отметим, что в РМЭЗ НИУ ВШЭ предполагается, что индивид может быть занят максимум на трех работах, поэтому нам необходимо учесть их все.

Чтобы оценить часы досуга в году, необходима информация об отработанных часах за этот период. Для первых двух работ мы имеем информацию о среднем количестве отработанных часов в неделю, в день и за последние 30 дней. Переведем отработанные часы в неделю и в день в месячное выражение, умножив эти показатели на 4,35 (среднее количество недель в месяце) и 22 (предполагаем, что в среднем в месяце 22 рабочих дня) соответственно. Полученную переменную из отработанных часов в неделю мы возьмем за основу, пропуски в которой мы будем заполнять сначала часами за последние 30 дней, а затем преобразованными часами в день. На следующем шаге мы сравниваем эти значения с отработанными часами за последние 30 дней. Если эти переменные отличаются больше, чем на 48 часов, то вместо расчетного значения мы будем использовать значение за последние 30 дней. Для третьей работы мы имеем информацию лишь об отработанных часах за последние 30 дней. Но здесь стоит заметить, что эта работа может представлять собой как регулярный, так и нерегулярный вид деятельности. В нашем исследовании нас интересует именно регулярная работа, поэтому рассматриваем мы только ее.

На основе описанных преобразований мы получили отработанные часы в месяц для каждой из трех работ, которые мы теперь суммируем. В работе [Денисова, Карцева, 2007] отмечалось, что в выборке присутствуют индивиды, которые при ответе на вопросы об отработанных часах приписывали себе полный рабочий день сразу на нескольких работах, поэтому отбрасываются те наблюдения, где суммарные отработанный часы в месяц превышают 360 часов (15 часов в сутки). Оставшиеся наблюдения мы умножаем на 12, чтобы получить отработанные часы за год.

Методологию [Денисова, Карцева, 2007] можно улучшить, так как в базе данных РМЭЗ НИУ ВШЭ имеется информация о количестве дней, проведенных в отпуске на первой работе. К этим дням можно также добавить нерабочие праздничные дни. Игнорирование нерабочих дней может привести к смещению оценок, которое будет усиливаться по мере роста доли этих нерабочих дней в общем количестве отработанных часов в году [Bick et al., 2014]. Поэтому мы умножим их на среднее количество отработанных часов в день и вычтем из отработанных часов за год. Таким образом, полагая верным соотношение  $L_{it} = \bar{H} - h_{it}$ , где  $\bar{H} = 8760$  часов, находим часы досуга за год.

На *рис. 4* представлена гистограмма плотности распределения часов труда в год. Можно отчетливо наблюдать два пика: в районе 0 часов и 1803,44 часа (6,83 часа/день), где первый соответствует отсутствию работы, а последний – неполной занятости. Менее заметные пики можно наблюдать в районе 2000 часов (7,58 часа/день) и 2362,5 (8,95 часа/день).



Рис. 4. Эмпирическая плотность часов труда в год

Для построения же средней почасовой ставки заработной платы в году мы пользовались данными о среднемесячной ставке за год и заполняли пропуски данными о ставке за последние 30 дней для каждой работы. После этого полученные переменные месячного трудового дохода мы преобразовали в почасовые ставки для каждой работы, перевели их в цены 2015 г. с помощью ИПЦ, предоставляемого Росстатом, и просуммировали. На *рис. 5* представлена гистограмма плотности

распределения реальных почасовых ставок заработной платы среди работающих женщин в 2018 г. Средний уровень почасовой ставки составляет 123,29 руб./час, что соответствует 18630,53 руб./мес. в реальном выражении.



Рис. 5. Эмпирическая плотность реальных ставок заработной платы

Наличие фиксированных издержек труда в виде количества детей в семье явно прослеживается и при графическом анализе (рис. б). На представленном ниже графике изображены три эмпирические функции плотности отработанных часов, рассчитанные на основе ядерной оценки плотности с гауссовым ядром, для женщин, в зависимости от количества детей в их семьях. На графике выделены наиболее интересные для нас области: 100–350 часов/год и 1700–2050 часов/год. Для последней области отчетливо видно, что с ростом количества детей в семье меньше замужних женщин склонны предлагать труд на уровне 6,44–7,77 часа в день. Обратный же вывод можно сделать для левой области: с ростом количества детей в семье больше замужних женщин склонны предлагать труд на уровне 0,38–1,33 часа в день.

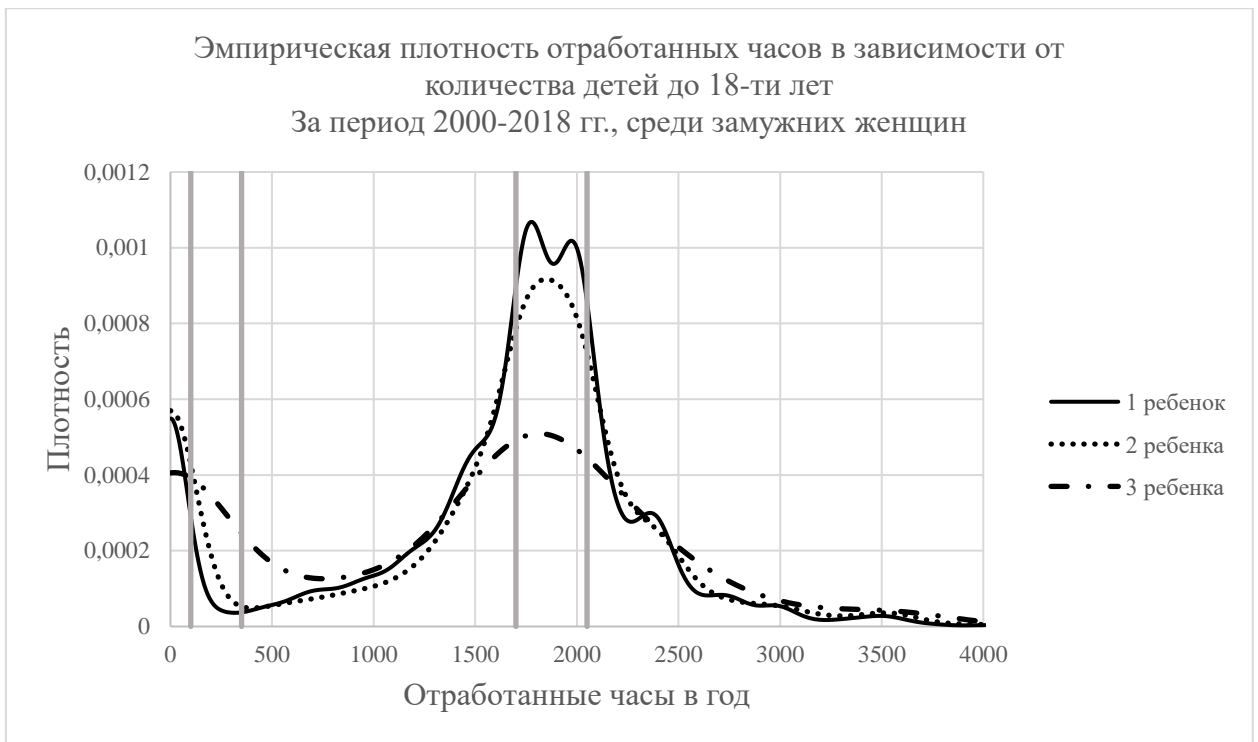


Рис. 6. Эмпирическая плотность отработанных часов в зависимости от количества детей до 18 лет

Наличие фиксированных издержек труда для замужних женщин объясняет большое количество периодов, в которых женщины предпочитали не работать (рис. 7), что делает применение методологии [Heckman, MaCurdy, 1980] оправданной.

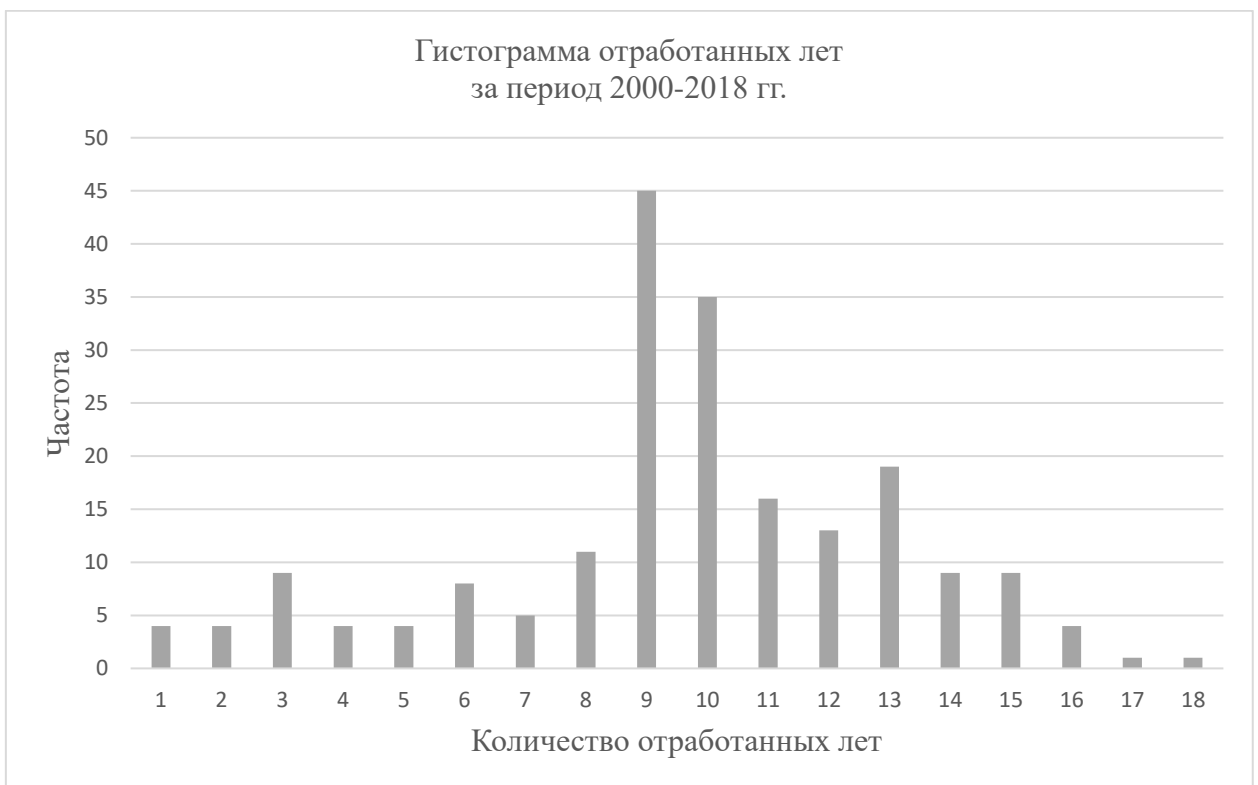


Рис. 7. Гистограмма отработанных лет

#### 4. Результаты оценивания

В табл. 1 представлены результаты оценивания модели Хекмана и МаКарди на российских данных за период 2000–2018 гг. с четырьмя наборами контрольных переменных.

Таблица 1. Результаты оценивания

		I	II	III	IV
Элементы ковариационной матрицы ошибок	$\sigma_{11}$	0.014 *** (0.001)	0.014 *** (0.001)	0.014 *** (0.001)	0.014 *** (0.001)
	$\sigma_{12}$	0.014 *** (0.002)	0.014 *** (0.002)	0.014 *** (0.002)	0.014 *** (0.002)
	$\sigma_{22}$	0.239 *** (0.008)	0.238 *** (0.008)	0.239 *** (0.008)	0.239 *** (0.008)
Экзогенные детерминанты досуга	Дети: 0-3 лет	1.631 *** (0.347)	1.533 *** (0.328)	1.901 *** (0.39)	1.933 *** (0.271)
	Дети: 4-6 лет	0.577 * (0.299)	0.553 * (0.283)	0.794 ** (0.342)	0.827 *** (0.24)
	Дети: 7-12 лет	0.355 * (0.216)	0.343 * (0.204)	0.563 ** (0.262)	0.581 *** (0.197)
	Дети: 13-18 лет			0.185 (0.219)	0.198 (0.184)
	Дети: 0-18 лет	0.112 (0.169)	0.112 (0.16)		
	Количество детей в д/х			-0.109 (0.211)	-0.127 0.183
	Логарифм досуга мужа	30.181 *** (0.087)	28.468 *** (0.083)	31.486 *** (0.094)	31.669 *** (0.086)
	Получает ли муж пенсию		-0.302 (0.444)		-0.342 (0.401)
Экзогенные детерминанты з/п	Опыт	0.145 *** (0.01)	0.146 *** (0.01)	0.145 *** (0.01)	0.145 *** (0.01)
	Квадрат опыта	-0.002 *** (0.0002)	-0.002 *** (0.0002)	-0.001 *** (0.0002)	-0.001 *** (0.0002)
Возраст женщины		0.163 *** (0.021)	0.161 *** (0.02)	0.169 *** (0.022)	0.174 *** (0.019)
$\theta$		30.77 *** (0.077)	29.032 *** (0.073)	32.084 *** (0.078)	32.302 *** (0.078)
Логарифм правдоподобия		-221.68	-221.607	-221.536	-221.433
Эластичность спроса на досуг		-0.032	-0.034	-0.031	-0.031
Эластичность предложения труда по Фришу		0.16 *** (0.0004)	0.17 *** (0.0004)	0.154 *** (0.0004)	0.153 *** (0.0004)
Кол-во наблюдений		2294	2293	2294	2293
Кол-во домохозяйств		201	201	201	201

**Примечание.** В скобках указаны стандартные ошибки; \* – 10%-ный уровень значимости; \*\*\* – 1%-ный уровень значимости.



Результаты получились достаточно схожими, а оценки эластичности предложения труда по Фришу лежат в пределах 0,15–0,17. Для всех четырех спецификаций зарплатное уравнение не противоречит теории Минсера: по мере получения опыта трудовой доход растет с убывающим темпом.

Перед тем как интерпретировать уравнение досуга стоит обратить внимание, что в *табл. 1* представлены отдельные коэффициенты, которые необходимо поделить на  $\theta$ , чтобы получить предельные эффекты каждого из аргументов (см. (20)). В *табл. 2* и *3* представлены предельные эффекты как для досуга, так и для отработанных часов, где последние посчитаны по аналогии с (14).

Таблица 2. Предельные эффекты, спецификации I, II

	I			II		
	Коэффициент	Предельные эффекты		Коэффициент	Предельные эффекты	
		Досуг	Отработанные часы		Досуг	Отработанные часы
Дети: 0-3 лет	1.631	0.053	-0.262	1.533	0.053	-0.261
Дети: 4-6 лет	0.577	0.019	-0.093	0.553	0.019	-0.094
Дети: 7-12 лет	0.355	0.012	-0.057	0.343	0.012	-0.058
Дети: 13-18 лет						
Дети: 0-18 лет	0.112	0.004	-0.018	0.112	0.004	-0.019
Количество детей в д/х						
Логарифм досуга мужа	30.181	0.981	-4.844	28.468	0.981	-4.844
Получает ли муж пенсию				-0.302	-0.01	0.051
Возраст женщины	0.163	0.005	-0.026	0.161	0.006	-0.027

Таблица 3. Предельные эффекты, спецификации III, IV

	III			IV		
	Коэффициент	Предельные эффекты		Коэффициент	Предельные эффекты	
		Досуг	Отработанные часы		Досуг	Отработанные часы
Дети: 0-3 лет	1.901	0.059	-0.293	1.933	0.06	-0.296
Дети: 4-6 лет	0.794	0.025	-0.122	0.827	0.026	-0.126
Дети: 7-12 лет	0.563	0.018	-0.087	0.581	0.018	-0.089
Дети: 13-18 лет	0.185	0.006	-0.028	0.198	0.006	-0.03
Дети: 0-18 лет						
Количество детей в д/х	-0.109	-0.003	0.017	-0.127	-0.004	0.019
Логарифм досуга мужа	31.487	0.981	-4.847	31.669	0.98	-4.843
Получает ли муж пенсию				-0.342	-0.011	0.052
Возраст женщины	0.169	0.005	-0.026	0.174	0.005	-0.027

Во всех моделях только дети до 13 лет оказывают значимое положительное влияние на часы досуга для женщин. Таким образом, каждый новорожденный ребенок будет уменьшать отработываемые часы матери в среднем на 26–30%. Влияние же ребенка в возрасте 4–6 лет становится заметно слабее – 9–13%, в то время как дети в возрасте 7–12 лет снижают отработываемые часы матери на 6–9%. Такое ослабевающее воздействие количества детей довольно

логично: маленький ребенок требует большего ухода со стороны матери, чем более взрослый. Согласно результатам моделей III и IV, где учитываются не только несовершеннолетние дети, как в спецификациях I и II, но и совершеннолетние (входят в состав переменной «количество детей в д/х»), подростки (13–18 лет), не оказывают значимого влияния на отработанные часы матери, равно как и общее количество детей и суммарное число несовершеннолетних детей (модели I и II) в домохозяйстве. Вероятно, это объясняется тем, что по достижении ребенком совершеннолетия фиксированные издержки труда для женщины достигают минимального уровня, из-за чего работа становится для нее более предпочтительной альтернативой.

Возраст женщины, коэффициент при котором представляет собой разницу между ставкой процента и нормой межвременных предпочтений, положительно воздействует на часы досуга

женщины, что согласуется с описанной нами интуицией, так как выполняется  $\frac{1+r}{1+r} < 1$ .

Наличие пенсии у мужа, которое играет роль прокси для инвалидности или принадлежности к соответствующей возрастной группе (такая переменная была использована в оригинальной работе [Heckman, MaCurdy, 1980]), не оказало значимого влияния на досуг женщины, что, вероятно, связано с двусторонним воздействием этой переменной: муж-инвалид повышает фиксированные издержки труда своей жены, так как он нуждается в дополнительном уходе, однако в то же время этот уход может требовать дополнительных денежных средств, из-за чего жена будет вынуждена работать интенсивнее.

Коэффициент перед логарифмом досуга мужа представляет собой эластичность досуга жены по досугу мужа, которая оказалась положительной и примерно равной 0,98. Такое значение коэффициента может вызывать вопросы, особенно если учитывать его отрицательное значение в работе [Heckman, MaCurdy, 1982] и его объяснение с помощью эффекта дополнительного работника (англ. *added worker effect*).

Если принять интерпретацию Дж. Хекмана и Т. МаКарди, то в нашем случае можно говорить о наличии эффекта отчаявшегося работника (англ. *discouraged worker effect*), превалирующего над эффектом дополнительного работника. Первый эффект связан с разочарованием в поиске работы и последующим выходом из рабочей силы в периоды высокой безработицы, в то время как второй описывает обратную реакцию – потеря работы основным кормильцем побуждает остальных членов семьи вступить на рынок труда, чтобы сохранить уровень дохода домохозяйства [Mincer, 1962].

В краткосрочном периоде возможно рассматривать эффекты дополнительного и отчаявшегося работника как эффекты дохода и замещения соответственно [Ehrenberg, Smith, 2016]. В первом случае уменьшение уровня дохода семьи приводит к снижению потребления, из-за чего женщине становится выгоднее больше работать. Однако в условиях экономического спада предложение труда значительно превышает спрос, поэтому, во-первых, реальная заработная плата

уменьшается, а во-вторых, процесс поиска работы заметно усложняется. Тогда ожидаемый индивидом уровень заработной платы падает, что фактически является эффектом замещения (*рис. 1*).

Заметим, что в работе [Клепикова, 2016], где так же оценивалась эластичность предложения труда в России, было обнаружено отрицательное воздействие уровня безработицы в регионе на отработанные часы как для женщин, так и для мужчин, что автор тоже объясняет преобладанием эффекта отчаявшегося работника.

Но в чем же заключается причина разницы между результатами [Neckman, MaCurdy, 1982] и нашими? Для ответа на этот вопрос необходимо обратиться к институциональным механизмам рынка труда, которые во многом определяют функционирование последнего [Boeri, Van Ours, 2013].

Многие ученые характеризуют «российскую модель» рынка труда особым режимом приспособления к макроэкономическим шокам, который заключается в преобладании механизма ценовой адаптации, проявляющегося в изменении уровня заработных плат или неполной занятости, над количественным снижением занятости [Гуртов, Степуть, 2017; Капелюшников, 2009]. Исходя из этого, альтернативные издержки занятости для жены – если рассматривать ее как «дополнительного» работника – во время экономических спадов, когда реальный доход ее семьи и отработываемые часы мужа будут сокращаться, заметно возрастают, из-за чего вступление на рынок труда становится значительно менее выгодным [Ehrenberg, Smith, 2016]. В то же время позитивный шок будет увеличивать интенсивность работы как мужа, так и жены [Гимпельсон, Капелюшников, 2015], что согласуется с положительной эластичностью досуга жены по досугу мужа. Но количественное изменение занятости будет минимальным, что может быть причиной меньшей роли экстенсивной компоненты эластичности предложения труда по Фришу для замужних женщин [Fiorito, Zanella, 2008].

Важно также упомянуть о том, что в российском обществе, особенно вдали от крупных городов, преобладают более традиционные взгляды на распределение ролей среди членов семьи [Лежнина, 2013]. Так, женщина должна заниматься воспитанием детей и ведением домашнего хозяйства, что тоже может объяснять низкую эластичность предложения труда по заработной плате среди замужних женщин.

Обычно же оценки эластичности предложения труда по Фришу для замужних женщин лежат в диапазоне 0,5–1 [Whalen, Reichling, 2017]. Скорее всего, отличие нашего результата объясняется особым институциональным устройством российского рынка труда [Капелюшников, 2009]. Но в то же время наши оценки кардинально отличаются от [Клепикова, 2016], где была получена отрицательная эластичность отработанных часов по заработной плате для женщин в России. Мы полагаем, что этому есть два объяснения: во-первых, автор не учитывает нерабочие дни (отпуск и праздники), а во-вторых, в модели присутствует эндогенность в зарплатном уравнении, которое автор связывает с проблемой пропущенных переменных, в частности, способностей

индивида. Методология [Heckman, MaCurdy, 1980] предполагает наличие фиксированных эффектов в зарплатном уравнении (16), которые учитывают неизменные во времени пропущенные факторы и, следовательно, позволяют получить состоятельные оценки.

## **Заключение**

В настоящей работе была оценена функция предложения труда замужних женщин в России за период 2000–2018 гг. на основе микроданных РМЭЗ НИУ ВШЭ по методологии из работы Дж. Хекмана и Т. МаКарди [Heckman, MaCurdy, 1980]. Было показано, что количество и возраст детей отрицательно воздействуют на отработываемые женщиной часы, причем по мере взросления ребенка этот эффект ослабевает. Суммарное же количество детей женщины (с учетом совершеннолетних), проживающих в домохозяйстве, в среднем не влияет на отработанные ею часы. Отсутствие значимого эффекта также наблюдается для показателя наличия пенсии у мужа. В то же время эластичность досуга женщины по досугу мужа примерно равна 0,98, что может свидетельствовать о преобладании эффекта отчаявшегося работника над эффектом дополнительного работника. Эластичность предложения труда по заработной плате по Фришу лежит в окрестности 0,16.

## **Список использованных источников**

- Гимпельсон В.Е., Капелюшников Р.И.* Российская модель рынка труда: испытание кризисом // Журнал Новой экономической ассоциации. 2015. № 26 (2). С. 249–254.
- Гуртов В., Степуть И.* Российский рынок труда в годы кризисных процессов в экономике // Общество и экономика. 2017. № 1. С. 81–91.
- Денисова И.А., Карцева М.А.* Преимущества инженерного образования: оценка отдачи на образовательные специальности в России // Прикладная эконометрика. 2007. № 1.
- Капелюшников Р.И.* Конец российской модели рынка труда. М.: Фонд «Либеральная миссия», 2009.
- Клепикова Е.А.* Эластичность предложения на российском рынке труда // Вопросы экономики. 2016. № 9. С. 111–128.
- Ларин А.В., Максимов А.Г., Чернова Д.В.* Эластичность предложения труда по заработной плате в России // Прикладная эконометрика. 2016. № 1 (41).
- Лежнина Ю.П.* Трансформация гендерных ролей в современной России // Общественные Науки и Современность. 2013. № 4. С. 165–176.
- Ai C., Chen C.* Estimation of a fixed effects bivariate censored regression model // Economics Letters. 1992. No. 40 (4). P. 403–406.
- Altonji J.G.* Intertemporal substitution in labor supply: Evidence from micro data // Journal of Political

- Economy. 1986. No. 94 (3. Part 2). S176–S215.
- Amemiya T.* Tobit models: A survey // *Journal of Econometrics*. 1984. No. 24 (1–2). P. 33–61.
- Attanasio O., Levell P., Low H., Sánchez-Marcos V.* Aggregating Elasticities: Intensive and Extensive Margins of Women’s Labor Supply // *Econometrica*. 2018. No. 8 (6). P. 2049–2082. URL: <https://doi.org/10.3982/ecta15067>
- Bick A., Brüggemann B., Fuchs-Schündeln N.* Labor supply along the extensive and intensive margin: Cross-country facts and time trends by gender // Manuscript, Arizona State University. 2014.
- Blundell R., MaCurdy T.* Labor supply: A review of alternative approaches // *Handbook of labor economics*. 1999. Vol. 3. P. 1559–1695. Elsevier.
- Blundell R., MaCurdy T., Meghir C.* Chapter 69 Labor Supply Models: Unobserved Heterogeneity, Nonparticipation and Dynamics. *Handbook of Econometrics*. 2007. No. 6(SUPPL. PART A). P. 4667–4775. URL: [https://doi.org/10.1016/S1573-4412\(07\)060692](https://doi.org/10.1016/S1573-4412(07)060692).
- Blundell R., Walker I.* A life-cycle consistent empirical model of family labour supply using cross-section data // *The Review of Economic Studies*. 1986. No. 53(4). P. 539–558.
- Boeri T., Van Ours J.* *The economics of imperfect labor markets*. Princeton University Press, 2013.
- Céspedes Reynaga N., Rendon S.* The frisch elasticity in labor markets with high job turnover. IZA Discussion Paper, 6991. 2012.
- Chetty R., Guren A., Manoli D., Weber A.* Are micro and macro labor supply elasticities consistent? A review of evidence on the intensive and extensive margins // *American Economic Review*. 2011. No. 101 (3). P. 471–475.
- Cogan. J.F.* Fixed Costs and Labor Supply // *Econometrica*, 1981 No. 49 (4). P. 945–963. URL: <https://doi.org/10.2307/1912512>
- Ehrenberg R.G., Smith R.S.* *Modern labor economics: Theory and public policy*. Routledge, 2016.
- Fiorito R., Zanella G.* Labor supply elasticities: can micro be misleading for macro? Government of the Italian Republic (Italy)-Ministry of Economy and Finance Department of the Treasury Working Papers Collection. 2008.
- Fiorito R., Zanella G.* The anatomy of the aggregate labor supply elasticity. *Review of Economic Dynamics*. 2012. No. 15 (2). P. 171–187. URL: <https://doi.org/10.1016/j.red.2012.01.002>
- Friedman M.* *Theory of the consumption function*. Princeton university press. 1957.
- Frisch R.* *New methods of measuring marginal utility (Vol. 3)*. 1932. Mohr.
- Ghez G., Becker G.S.* The Allocation of Time Over the Life Cycle. In *The Allocation of Time and Goods over the Life Cycle: Vol. I*. 1975. URL: <https://doi.org/10.2307/2228949>
- González R., Sala H.* The frisch elasticity in the mercosur countries: A pseudo-panel approach // *Development Policy Review*. 2015. No. 33(1). P. 107–131. URL: <https://doi.org/10.1111/dpr.12094>
- Gorman W.M.* Separable utility and aggregation. *Econometrica* // *Journal of the Econometric Society*. 1959. P. 469–481.
- Gorman W.M.* The structure of utility functions. *The Review of Economic Studies*. 1968. No. 35(4). P. 367–390.

- Gronau R.* The effect of children on the housewife's value of time // *Journal of Political Economy*. 1973. No. 81(2, Part 2). S168–S199.
- Heckman J.* Shadow prices, market wages, and labor supply // *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. 1974. P. 679–694.
- Heckman J.* The common structure of statistical models of truncation, sample selection and limited dependent variables and a simple estimator for such models // *Annals of Economic and Social Measurement*. 1976. Vol. 5. No. 4.vP. 475–492.
- Heckman J.J., MaCurdy T.* Corrigendum on A Life Cycle Model of Female Labour Supply // *Review of Economic Studies*. 1982. No. 49 (4). P. 659–660. URL: <https://doi.org/10.2307/2297295>
- Heckman J.J., MaCurdy T.E.* A life cycle model of female labour supply // *The Review of Economic Studies*. 1980. No. 47 (1). P. 47–74.
- Honoré B.E.* Trimmed LAD and least squares estimation of truncated and censored regression models with fixed effects // *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. 1992. P. 533–565.
- Honore B.E., Kyriazidou E., Powell J.L.* Estimation of Tobit-type models with individual specific effects // *Econometric Reviews*. 2000. No. 19 (3). P. 341–366.
- Honore B.E., Kyriazidou E., Udry C.* Estimation of type 3 tobit models using symmetric trimming and pairwise comparisons // *Journal of Econometrics*. 1997. No. 76 (1–2). P. 107–128.
- Keane M.P.* Labor supply and taxes: A survey // *Journal of Economic Literature*. 2011. No. 49 (4). P. 961–1075. URL: <https://doi.org/10.1257/jel.49.4.961>
- Keane M.P., Todd P.E., Wolpin K.I.* The Structural Estimation of Behavioral Models: Discrete Choice Dynamic Programming Methods and Applications. In *Handbook of Labor Economics* (Vol. 4, Issue PART A). 2011. Elsevier Inc. URL: [https://doi.org/10.1016/S0169-7218\(11\)00410-2](https://doi.org/10.1016/S0169-7218(11)00410-2)
- King R.G., Rebelo S.T.* Chapter 14 Resuscitating real business cycles. *Handbook of Macroeconomics*. 1999.1 (PART B). P. 927–1007. URL: [https://doi.org/10.1016/S1574-0048\(99\)10022-3](https://doi.org/10.1016/S1574-0048(99)10022-3)
- Kuroda S., Yamamoto I.* Estimating Frisch labor supply elasticity in Japan // *Journal of the Japanese and International Economies*. 2008. No. 22 (4). P. 566–585. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jjie.2008.05.002>
- Löffler M., Peichl A., Pestel N., Siegloch S., Sommer E.* Documentation IZAΨMOD v3. 0: The IZA Policy Simulation Model. 2014.
- MaCurdy T.E.* An empirical model of labor supply in a life-cycle setting // *Journal of Political Economy*. 1981. No. 89 (6), P. 1059–1085.
- MaCurdy T.E.*. A simple scheme for estimating an intertemporal model of labor supply and consumption in the presence of taxes and uncertainty // *International Economic Review*. 1983. P. 265–289.
- Maddala G.S.* Limited Dependent Variable Models Using Panel Data. *The Journal of Human Resources*. 1987. No. 22 (3), P. 307. URL: <https://doi.org/10.2307/145742>
- Mincer J.* Labor Force Participation of Married Women: A Study of Labor Supply// *Aspects of Labor Economics* (Vol. 1, Issue 06). 1962. URL: [https://doi.org/10.1016/S1574-0692\(06\)01007-5](https://doi.org/10.1016/S1574-0692(06)01007-5)
- Mincer J.* *Schooling, Experience and Earnings*. Gregg Revivals. 1993. URL: <https://books.google.ru/books?id=4sU9PAAACAAJ>

- Mirrlees J., Adam S., Besley T., Blundell R., Bond S., Chote R., Gammie M., Johnson P., Myles G., Poterba J.* The Mirrlees Review: conclusions and recommendations for reform // *Fiscal Studies*. 2011. No. 32 (3), P. 331–359.
- Neyman J., Scott E.L.* Consistent estimates based on partially consistent observations // *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. 1948. P. 1–32.
- Peterman W.B.* Reconciling micro and macro estimates of the Frisch labor supply elasticity // *Economic Inquiry*. 2016. No. 54 (1) P. 100–120.
- Smets F., Wouters R.* Shocks and frictions in US business cycles: A Bayesian DSGE approach // *American Economic Review*. 2007. No. 97 (3). P. 586–606. URL: <https://doi.org/10.1257/aer.97.3.586>.
- Tobin J.* Estimation of relationships for limited dependent variables // *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. 1958. P. 24–36.
- Whalen C., Reichling F.* Estimates of the frisch elasticity of labor supply: A review // *Eastern Economic Journal*. 2017. No. 43 (1), P. 37–42. URL: <https://doi.org/10.1057/ej.2015.23>