

ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Е.А. Пономарева

**ОБ ИСТОЧНИКАХ ИНФЛЯЦИОННОЙ
ИНЕРЦИИ В РОССИИ**

Препринт WP2/2012/02
Серия WP2

Количественный анализ в экономике

Москва
2012

Редактор серии WP2
«Количественный анализ в экономике»
В.А. Бессонов

Пономарева, Е. А. Об источниках инфляционной инерции в России : препринт WP2/2012/02 [Текст] / Е. А. Пономарева ; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики». – М. : Изд. дом Высшей школы экономики, 2012. – 46 с.

Стандартным способом получения уравнения неокейнсианской кривой Филлипа является линеаризация условия равновесия модели ценообразования Кальво в окрестности нулевой инфляции. Такой подход адекватен лишь условиям низкой инфляции. В работе рассматривается модель неокейнсианской кривой Филлипа, полученной с помощью линеаризации того же условия равновесия около меняющегося во времени инфляционного тренда. Такая модель иначе объясняет наблюдаемую инфляционную инерцию и дает другое представление о соотношении назад- и впередсмотрящих ожиданий. В работе построена гибридная неокейнсианская кривая Филлипа с меняющимися во времени коэффициентами. С ее помощью показано, что в России существуют как минимум два источника инфляционной инерции.

Классификация JEL: E12, E31, E52.

Ключевые слова: неокейнсианская кривая Филлипа, вперед- и назадсмотрящие ожидания, инфляционная инерция, байесовская векторная авторегрессия.

Пономарева Екатерина Александровна – стажер-исследователь Лаборатории исследования проблем инфляции и экономического роста Экспертного института Национального исследовательского университета Высшей школы экономики. 101987, Москва, Покровский бульвар, 11, ж-414. E-mail: ekyakovleva@hse.ru.

Работа выполнена в рамках
Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ в 2011–2012 гг.

**Препринты Национального исследовательского университета
«Высшая школа экономики» размещаются по адресу: <http://www.hse.ru/org/hse/wp>**

© Пономарева Е. А., 2012
© Оформление. Издательский дом
Высшей школы экономики, 2012

Оглавление

1. Введение	4
2. Инфляционная инерция и ее моделирование с помощью неокейнсианской кривой Филлипса	7
3. Выбор данных и оценка модели.....	10
3.1. Эконометрический подход.....	10
3.2. Исходные данные.....	13
3.3. Результаты расчетов	15
3.4. Анализ результатов.....	17
4. Оценка инфляционной инерции.....	32
5. Заключение.....	36
Литература.....	37
Приложение 1. Модель Кальво с ненулевыми трендовыми темпами инфляции	38
Приложение 2. Уравнение неокейнсианской кривой Филлипса.....	40
Приложение 3. Алгоритм моделирования выборки из апостериорной плотности распределения	44

1. Введение¹

Впервые кривая Филлипса была получена как эмпирическая зависимость Фридманом и Фэлпсом в 1958 г. Она связывала уровень безработицы и темпы инфляции: чем выше уровень безработицы, тем ниже заработные платы и ниже темпы инфляции, и наоборот, чем ниже уровень безработицы, тем выше темпы инфляции. Для построения этой кривой использовался стандартный метод ARIMA, при этом полученная кривая пересекалась с осью абсцисс, и эта точка отражала уровень безработицы, не ускоряющий темпы инфляции.

В таком виде кривая Филлипса просуществовала до конца 1970-х – начала 1980-х годов, когда такая зависимость перестала объяснять данные в связи с экономическим спадом, который выражался в росте безработицы и повышении уровня цен, в большинстве развитых экономик мира. Теперь вместо связи уровня безработицы и темпов инфляции анализировалась зависимость между последними и разрывом выпуска (output gap), таким образом, рост цен перестал связываться с рынком труда, а кривая Филлипса стала больше похожа на кривую краткосрочного предложения. Кроме того, для объяснения связи между безработицей и инфляцией теперь стали использоваться не только сами темпы инфляции, но и инфляционные ожидания агентов. Этот вид кривой получил название расширенной кривой Филлипса (augmented Phillips curve). Однако этот новый вид кривой со временем выявил недостатки, к тому же одним из центральных вопросов, обсуждавшихся в литературе по этой теме, стал вопрос инфляционной инерции.

Этот переход связан с появлением нового вида кривой Филлипса, которая называется в литературе неокейнсианской кривой Филлипса. Главным преимуществом новой модели стало наличие микробоснований номинальных жесткостей (цен и заработных плат), которые наблюдаются на практике. Она базируется на модели ценообразования Кальво, в основе которой лежат эти номинальные жесткости. Недостатком модели Кальво является то, что ее практическое использование затруднено, так как неизвестно, в какой момент производители проводят реоптимизацию и определяют новые оптимальные цены, при этом предполагается, что реоптимизация происходит случайно. В период между двумя оптимизациями предполагается, что фирмы плавно повышают цену в соответствии с

¹ Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований Национального исследовательского университета Высшей школы экономики (НИУ ВШЭ) в 2010–2012 гг. Автор выражает признательность Р.М. Энтову, В.А. Бессонову, Г.Г. Канторовичу и И.А. Девятерикову за плодотворные обсуждения и полезные замечания.

некоторым индексом ρ ($0 \leq \rho \leq 1$). При этом разность $P_t(i) - \rho P_{t-1}$, где $P_t(i)$ – это цена на i -й продукт, а P_{t-1} – общий уровень цен, остается неизменной между двумя оптимизациями.

В работе (Gali, Gertler, 1999) разность, описанная выше, рассматривалась через темпы соответствующих величин (т.е. вместо $P_t(i) - \rho P_{t-1}$ рассматривалось $\pi_t(i) - \rho \pi_{t-1}$). Авторы пришли к выводу, что $\pi_t(i) - \rho \pi_{t-1}$ должно зависеть от доли труда в национальном доходе, а также от ожидаемого роста темпов инфляции в следующем периоде, $E_t(\pi_{t+1} - \pi_t)$. Таким образом, следствием этой модели является то, что все участники рынка рациональны (в оцененном уравнении модели присутствуют только рациональные ожидания (forward-looking)), что невозможно. Таким образом, такая модель также плохо согласовалась с данными.

Кристиано, Эйхенбаум и Эванс (Christiano, Eichenbaum, Evans, 2005) попытались разделить фирмы на те, которые для определения цены в следующем периоде решают задачу оптимизации, и те, которые этого не делают. Это могло помочь учесть тот факт, что затраты на изменение цен связаны с оптимизацией и принятием решений, а не с издержками меню (т.е. с перепечатыванием ценников). В этой модели в каждом периоде доля $1 - \omega$ всех фирм оптимально устанавливает цены. Остальные фирмы или корректируют свои цены с помощью среднего уровня инфляции, или с помощью последних наблюдаемых темпов инфляции. Первая спецификация приводит к уравнению неокейнсианской кривой Филлипса, в которой все агенты рациональны и равновесные темпы инфляции равны нулю. Вторая спецификация приводит к уравнению вида

$$\pi_t = \left(\frac{\beta}{1 + \beta} \right) E_t \pi_{t+1} + \left(\frac{1}{1 + \beta} \right) \pi_{t-1} + \left(\frac{\kappa}{1 + \beta} \right) \hat{v}_t.$$

Наличие в уравнении лаговых темпов инфляции предполагает инерционность инфляционного процесса, которая наблюдается в данных. Источником инфляционной инерции, т.е. стабильности темпов инфляции, является специфическое поведение агентов, которые вынуждены корректировать свои цены на темпы инфляции прошлого периода. Так как оценка β оказалась равной примерно 0,99, веса лаговых и ожидаемых темпов инфляции примерно одинаковы и равны 0,5. Аналогичный результат был получен в работе (Gali, Gertler, Lopez-Salido, 2001).

Важно отметить, что стандартный вывод неокейнсианской кривой Филлипса основан на линейной аппроксимации около стационарного состояния с нулевой инфляцией. В работе (Ascari, 2004) было показано, что динамика инфляции, получаемая в моделях типа Кальво, существенным образом изменяется, когда инфляция в стационарном состоянии отлична от нуля. Из-за «ступенчатого» характера корректировки цен в модели Кальво более высокие

темпы инфляции в стационарном состоянии приводят к увеличению дисперсии относительных цен. Наличие убывающей предельной полезности или выпуклая функция издержек подразумевает, что различия между ценами и уровнями выпуска фирм приводят к неэффективности, выражающейся в снижении общего уровня выпуска и росте инфляции в стационарном состоянии.

В работе (Cogley, Sbordone, 2008) авторы скомбинировали поведение фирм, описанное в модели (Christiano, Eichenbaum, Evans, 2005) с предположением о ненулевых темпах инфляции в стационарном состоянии в модели ценообразования типа Кальво. Таким образом, эта модель учитывает два возможных источника инфляционной инерции: первый связан со специфическим поведением агентов, а второй – с наличием ненулевых темпов инфляции в стационарном состоянии, которые усиливают эффект увеличения цен на отдельные товары. При этом под стационарным понимается состояние, в котором оказалась бы экономика, если бы на нее не действовали внешние шоки, и определяемое политикой Центрального банка.

Таким образом, модель (Cogley, Sbordone, 2008) является наиболее сложной из всех моделей кривой Филлипса и обладает несколькими существенными преимуществами, первое и наиболее важное из которых – наличие ненулевых темпов инфляции в стационарном состоянии. Для российской экономики годовые темпы инфляции отличаются от нулевых с начала рыночных реформ, причем этим отличием нельзя пренебречь. Кроме того, из-за наличия зависимости коэффициентов модели от времени она может учитывать структурные сдвиги, эта модель объясняет инфляционную инерцию не только адаптивностью ожиданий агентов, спецификация модели включает большее число объясняющих переменных по сравнению с ранее оцененными моделями неокейнсианской кривой Филлипса, что позволяет исключить возможные смещения оценок параметров модели. С помощью данной модели, используя некоторые теоретические ограничения на коэффициенты, можно оценить и параметры Кальво, описывающие свойства экономики и её агентов. Поэтому результаты этой модели хотелось бы проанализировать на российских данных.

В данной работе мы проверим несколько гипотез. Первая состоит в том, что в России будут наблюдаться ненулевые темпы в стационарном состоянии, тем самым обеспечивая наличие одного из источников инфляционной инерции. Однако существуют доводы в пользу того, что агентам проще формировать адаптивные ожидания, что обуславливает присутствие другого источника инфляционной инерции, поэтому вторая гипотеза, которую мы будем проверять, это наличие агентов с адаптивными ожиданиями. Как было сказано выше, авторы работы (Gali, Gertler, 1999), анализируя данные по США, пришли к выводу, что все агенты являются рациональными (на рынке нет агентов с адаптивными ожиданиями), хотя эмпирические данные свидетельствуют о том, что это не так. Для высокоинфляционной

российской экономики адаптивные ожидания должны гораздо лучше приближать будущие темпы инфляции. И наконец, третья гипотеза состоит в том, что в периоды кризиса все больше агентов будут руководствоваться адаптивными ожиданиями из-за невозможности рационально описать изменение экономической ситуации (т.е. имеет место изменение вклада адаптивных ожиданий в периоды кризиса). Ввиду ограниченности промежутка времени, для которого доступна статистика, последнюю гипотезу будем проверять для кризиса 2008 г.

В ходе исследования будет показано, что для российской экономики характерно наличие почти не меняющегося инфляционного тренда (в смысле «технического» определения), который в смысле «интуитивного» определения является одной из причин инфляционной инерции. Кроме того, несмотря на учтенный временной тренд, результаты оценки модели свидетельствуют о наличии и другого источника инфляционной инерции, а именно о наличии адаптивных ожиданий у довольно большой части экономических агентов. Коэффициенты оцененной модели изменяются во времени лишь в пределах стандартной ошибки, что не позволяет сделать вывод об изменении доли агентов с адаптивными ожиданиями в период кризиса.

Работа организована следующим образом. Глава 2 посвящена теоретическому анализу инфляционной инерции. В главе 3 обсуждается процедура оценивания и используемый при оценке аппарат. В главе 4 описаны результаты эмпирического исследования и содержательно обсуждаются результаты расчетов. Полученные результаты и направления дальнейших исследований обсуждаются в Заключение.

2. Инфляционная инерция и ее моделирование с помощью неокейнсианской кривой Филлипса

На протяжении ряда лет в российской экономике наблюдаются высокие темпы инфляции, которые весьма стабильны во времени и демонстрируют тенденцию медленного затухания. Стабильность темпов инфляции обычно связывают с инфляционной инерцией.

В литературе можно встретить несколько объяснений этого явления. Некоторые авторы объясняют его наличием адаптивных ожиданий у агентов. Агенты с такими ожиданиями корректируют свои цены, ориентируясь на темпы роста цен предыдущего периода, что и приводит к инерционности. Это явление характеризует внутреннее свойство экономики.

Существует другое объяснение рассматриваемого явления, в соответствии с которым Центральный банк при проведении своей политики играет значительную роль в определении динамики основных переменных (выпуска и темпов инфляции), так как основными его целями являются обеспечение стабильного экономического роста и снижение темпов инфляции в стране. Изменяя денежную массу, он может влиять на изменение последних. Соответственно, было бы логично связывать изменение темпов инфляции со сменой политики Центрального банка. Шоки спроса (demand-pull) и предложения (cost-push) заставляют темпы инфляции отклоняться от тех, на которые ориентируется Центральный банк, однако шоки должны быть случайными, а не инерционными, т.е. отклоняющимися темпы инфляции в каком-то одном направлении. Тогда инфляционная инерция по большей части определяется проводимой политикой, а не ожиданиями агентов, как это было в первом случае. Таким образом, инфляционная инерция здесь возникает из воздействия Центрального банка на экономику.

«Туман» кризиса также может способствовать возникновению инфляционной инерции. Неопределенность в понимании текущих тенденций, отсутствие достоверной информации в связи с быстрыми изменениями экономической ситуации во время кризиса затрудняют анализ текущего состояния экономики и формирование правильных решений. Все это снижает эффективность проводимой политики и не позволяет снизить высокие темпы инфляции.

Темпы инфляции, которые соответствуют долгосрочному стационарному состоянию (именно их Центральный банк «навязывает» экономике страны), будем называть трендовыми или темпами инфляции стационарного состояния. С формальной точки зрения трендовые темпы инфляции могут быть определены из разложения Бевеиджа – Нельсона (Beveridge, Nelson, 1981). В соответствии с этим разложением временной ряд, в частности, ряд темпов инфляции, можно представить в виде суммы стационарной (циклической) и нестационарной (фундаментальной) компонент. Тогда при попадании монетарного шока в экономику стационарная компонента должна затухать со временем, а вторая, нестационарная компонента – нет, поэтому ее также называют трендовой. В долгосрочном периоде краткосрочные колебания (шоки) должны затухать, а темпы инфляции будут характеризоваться трендовой компонентой. В расчетах будем использовать численное приближение значений темпов трендовой инфляции, которое можно определить, взяв среднее значение темпов инфляции из модели неокейнсианской кривой Филлипса, тем самым исключив из их значений шоки (так как среднее значение шоков должно быть равно нулю).

Теперь рассмотрим, как инфляционная инерция моделируется с помощью кривой Филлипса. Как отмечалось ранее, существует несколько поколений этой кривой, и, в частности, первые попытки моделирования неокейнсианской кривой Филлипса не включали лаговых значений темпов инфляции, т.е. предполагалось, что все участники рынка рациональны. Эта модель плохо согласовалась с данными, что привело к гибридной версии неокейнсианской кривой Филлипса, которая помимо ожидаемых темпов инфляции и предельных издержек (которые аппроксимировались с помощью доли труда в выпуске) включала также лаговое значение инфляции:

$$\pi_t = \gamma_b \pi_{t-1} + \zeta m c_t + \gamma_f E_t \pi_{t+1} + v_t. \quad (1)$$

Этот случай соответствует первому источнику инфляционной инерции, связанному с адаптивностью ожиданий.

Модель (Cogley, Sbordone, 2008), основанная на модели ценообразования с ненулевыми темпами инфляции в стационарном состоянии, в которой фирмы, не решающие задачу оптимизации в некотором периоде, корректируют свои цены на темпы инфляции предыдущего периода, позволяет проанализировать оба источника инфляционной инерции. Уравнение модели имеет вид (вывод этого уравнения из модели ценообразования с ненулевой трендовой инфляцией приведен в Приложении 1)

$$\hat{\pi}_t = \tilde{\rho}_t (\hat{\pi}_{t-1} - \hat{g}_t^{\bar{\pi}}) + \zeta_t \hat{m} c_t + b_{1t} \tilde{E}_t \hat{\pi}_{t+1} + b_{2t} \tilde{E}_t \sum_{j=2}^{\infty} \varphi_{1t}^{j-1} \hat{\pi}_{t+j} + b_{3t} \tilde{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{1t}^j (\hat{Q}_{t+j,t+j+1} + \hat{g}_{t+j+1}^y) + u_t. \quad (2)$$

Переменные со «шляпками» означают отклонения соответствующих переменных от их значений в стационарном состоянии, взятые в логарифмах (т.е. разность логарифма величины и логарифма её значения в стационарном состоянии).

Это уравнение имеет два отличия от стандартного уравнения неокейнсианской кривой Филлипса, рассматриваемого в большинстве работ. Первое состоит в том, что в нем есть дополнительные объясняющие переменные, не учитываемые в большинстве работ. Это переменные, характеризующие изменение инфляционного тренда: $\hat{g}_t^{\bar{\pi}}$, ожидаемые значения отклонения инфляции от тренда в последующем периоде и далее (стандартная неокейнсианская кривая Филлипса обычно включает только аналогичное ожидание только для следующего периода: $\tilde{E}_t \hat{\pi}_{t+1}$), члены, включающие дисконтирующий множитель \hat{Q}_t и реальный рост выпуска \hat{g}_t^y . Отсутствие этих переменных в оцениваемом уравнении приводит к проблеме пропущенных переменных. Если пропущенная переменная была скоррелирована с переменной в оцениваемом уравнении, то это приведет к смещению соответствующего коэффициента регрессии.

Второе отличие состоит в том, что коэффициенты модели $\tilde{\rho}_t, \zeta_t, b_{1t}, b_{2t}, b_{3t}$ и φ_t являются нелинейными функциями от значения трендовой инфляции и параметров модели Кальво α, ρ, θ и ω (выражения для них даны в Приложении 2). При изменении трендовой инфляции эти коэффициенты изменяются соответствующим образом (см. Приложение 2 (22b), (28b)), даже если параметры Кальво постоянны. В частности, при более высокой трендовой инфляции фирмы будут меньше ориентироваться на текущие предельные издержки на производство и больше – на ожидаемую будущую инфляцию.

Стандартный вид неокейнсианской кривой Филлипса является частным случаем данной модели при $\rho = 1$ ($b_{2t} = b_{3t} = 0$).

3. Выбор данных и оценка модели

В данном разделе с помощью эконометрических методов строится количественная модель неокейнсианской кривой Филлипса. Сначала описывается используемый эконометрический инструментарий, набор данных и алгоритм проведения расчетов, а затем проводится анализ полученных результатов.

3.1. Эконометрический подход

Исходя из постановки задачи, целью работы является оценка параметров модели Кальво, характеризующая скорость и причины изменения цен, а также оценка коэффициента перед переменной $\hat{\pi}_{t-1}$ как меры инфляционной инерции. Рассмотрим более подробно, как это можно сделать.

Данный подход будет основан на построении системы моментных ограничений, получаемых из сопоставления уравнений для стационарного состояния модели Кальво и оцениваемого уравнения в виде ограниченной формы VAR (reduced-form VAR) с переменными коэффициентами. Почему нельзя оценить только одно уравнение для инфляции, а вместо этого приходится оценивать четыре уравнения, входящие в VAR? В данном случае мы имеем дело с ограниченной формой VAR (reduced-form VAR), который был выбран потому, что априори нельзя ничего сказать о наличии корреляций между шоками четырех переменных, входящих в уравнения модели, т.е. о наличии причинно-следственных связей между ними. Из-за наличия ненулевых корреляций одни шоки могут влиять на другие, тем самым связывая уравнения между собой, т.е. в данном случае мы имеем дело с системой внешне не связанных уравнений (SUR). Оценивать их по отдельности было бы неправильно, так как полученные оценки будут неэффективны.

В стандартном обобщенном методе моментов оценки коэффициентов получаются из решения минимизационной задачи: хотя в генеральной совокупности моментные ограничения должны быть в точности равны нулю, в выборке это может не выполняться, поэтому вектором оценок коэффициентов является экстремум квадрата моментного ограничения (значение которого снизу как раз ограничено нулем). Однако в данной работе предполагается несколько усложнить модель, построив не оценки параметров, а апостериорные распределения этих параметров с помощью байесовских методов оценивания. Это даст возможность сразу найти не только оценки, но и доверительные интервалы к ним, так как распределение будет содержать в себе существенно больше информации.

Для оценки VAR с переменными коэффициентами будем использовать байесовские методы. В рассматриваемой модели коэффициенты зависят от значения трендовой инфляции в текущий момент времени $\bar{\pi}_t$, поэтому вместе с ней меняются со временем. Будем использовать VAR для оценивания не только самих коэффициентов модели неокейнсианской кривой Филлипса, но и для того, чтобы построить меру трендовой инфляции и узнать, каким образом формируются ожидания агентов.

Если поведение инфляции определяется уравнением неокейнсианской кривой Филлипса в соответствии с (Cogley, Sbordone, 2008), то VAR должен удовлетворять нескольким нелинейным ограничениям на его коэффициенты. Это следует из двух уравнений, полученных в Приложении 1, а именно (7а) и (8а). Эти уравнения включают в себя параметры модели Кальво, из которых мы составим вектор $\psi = [\alpha, \theta, \rho, \omega]'$.

Чтобы определить ограничения на коэффициенты, рассмотрим сначала более простой случай, а именно случай VAR с постоянными коэффициентами, а затем распространим его на случай переменных коэффициентов.

Предположим, что вектор временных рядов $x_t = (\pi_t, mc_t, Q_t, g_t^y)'$ представляет собой процесс векторной авторегрессии порядка p VAR(p). Тогда определим вектор

$z_t = (x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-p+1})'$ и запишем закон его изменения:

$$z_t = \mu + Az_{t-1} + \varepsilon_{zt}. \quad (3)$$

Если VAR является верной, то прогноз по ней и по самой модели должен совпадать:

$$\tilde{E}(\hat{\pi}_t | \hat{z}_{t-1}) = e'_\pi A \hat{z}_{t-1}, \quad (4)$$

где e_k представляет собой вектор, который выделяет k -ю переменную из вектора z_t , $\hat{z}_t = z_t - \mu_z$, а $\mu_z = (I - A)^{-1} \mu$. Аналогичное условное ожидание можно получить из уравнения (8а) из Приложения 1:

$$\begin{aligned} \tilde{E}(\hat{\pi}_t | \hat{z}_{t-1}) &= \tilde{\rho} e'_\pi \hat{z}_{t-1} + \zeta e'_{mc} A \hat{z}_{t-1} + b_1 e'_\pi A^2 \hat{z}_{t-1} + b_2 e'_\pi \varphi_1 (I - \varphi_1 A)^{-1} A^3 \hat{z}_{t-1} \\ &+ b_3 (e'_\varphi (I - \varphi_1 A)^{-1} A + e'_y (I - \varphi_1 A)^{-1} A^2) \hat{z}_{t-1} \end{aligned} \quad (5)$$

Приравняем правые части уравнений и воспользуемся тем, что равенство должно выполняться для всех z_t , мы получим вектор нелинейных ограничений, включающий параметры модели Кальво ψ и параметры VAR μ и A :

$$\begin{aligned} e'_\pi A &= \tilde{\rho} e'_\pi I + \zeta e'_{mc} A + b_1 e'_\pi A^2 + b_2 e'_\pi \varphi_1 (I - \varphi_1 A)^{-1} A^3 \\ &+ b_3 (e'_\varphi (I - \varphi_1 A)^{-1} A + e'_y (I - \varphi_1 A)^{-1} A^2) \\ &\equiv g(\mu, A, \psi) \end{aligned} \quad (6)$$

или

$$F_1(\mu, A, \psi) = e'_\pi A - g(\mu, A, \psi) = 0. \quad (7)$$

Параметры также должны удовлетворять уравнению (7), которое мы перепишем как

$$\begin{aligned} F_2(\mu, A, \psi) &= \left(1 - \alpha \bar{\Pi}_t^{(1-\rho)(\theta-1)}\right)^{\frac{1+\theta\omega}{1-\theta}} \left[\frac{1 - \alpha \bar{q} \bar{g}^y (\bar{\Pi}_t)^{\theta(1+\omega)(1-\rho)}}{1 - \alpha \bar{q} \bar{g}^y (\bar{\Pi}_t)^{(\theta-1)(1-\rho)}} \right], \\ &- (1 - \alpha)^{\frac{1+\theta\omega}{1-\theta}} \frac{\theta}{\theta-1} \bar{mc}_t = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

где $\bar{\Pi}_t$ и \bar{mc}_t – значения инфляции и реальных предельных издержек в стационарном состоянии соответственно, определяемые с помощью VAR. Объединим оба уравнения, описывающих ограничения в вектор $F(\mu, A, \psi) = (F_1', F_2)'$. Если модель верна, то существуют такие значения ψ , μ и A , которые обратят F в ноль, т.е. $F(\mu, A, \psi) = 0$.

Теперь изменим полученные уравнения, добавив временной индекс коэффициентам VAR:

$$z_t = \mu_t + A_t z_{t-1} + \varepsilon_{zt} \quad (9)$$

и переопределим функцию ограничений F как $F_t(\mu_t, A_t, \psi) = 0$, чтобы связать ограничения с конкретным моментом времени. Далее для всех моментов времени соберем ограничения в один большой вектор

$$F(\cdot) = \left[F_1', F_2', \dots, F_T' \right]' \quad (10)$$

и будем искать значения A_t , μ_t и ψ , которые дают $F(\cdot) = 0$.

В данной работе нужно было бы оценить совместное апостериорное байесовское распределение для VAR и параметров Кальво, однако было доказано, что этого сделать нельзя. В работе (Cogley, Sbordone, 2006) был предложен алгоритм для моделирования данного распределения, но впоследствии авторами в (Cogley, Sbordone, 2008) было обнаружено, что он не сходится. Поэтому воспользуемся упрощением.

Будем применять двухшаговую процедуру аналогично (Cogley, Sbordone, 2005, 2008). Сначала оценим параметры VAR без теоретических ограничений вида

$F(\cdot) = [F_1', F_2', \dots, F_T']' = 0$. Далее, условно на полученных оценках $\hat{A}_t, \hat{\mu}_t$, будем искать значения параметра ψ , удовлетворяющего ограничению, т.е. минимизирующего сумму квадратов:

$$\hat{\psi} = \arg \min F(\hat{\mu}_t, \hat{A}_t, \psi)' F(\hat{\mu}_t, \hat{A}_t, \psi). \quad (11)$$

Оценка первого этапа дает выборку из апостериорного распределения для μ и A . Более подробно процедура первого этапа описана в Приложении 3. На втором этапе определяется неявная функция, которая является отображением из множества параметров VAR во множество наилучшим образом подобранных параметров Кальво. Эта функция фактически сопоставляет распределения параметров μ и A VAR с распределением ψ . Будем «вытаскивать» из апостериорного распределения значения параметров μ и A , таким образом заменив их истинное распределение на апостериорное байесовское. Далее, решая (11), будем определять соответствующее этой выборке ψ .

Такая процедура не дает апостериорного байесовского распределения для ψ , однако она оправданна. Наши статистические суждения о ψ квазиоптимальны, поскольку они не следуют из теоремы Байеса. Для оценки параметров VAR с ограничением можно использовать функцию правдоподобия для VAR без ограничений. В данном случае хотелось бы смоделировать апостериорное распределение параметров VAR с ограничением, однако, так как это невозможно, будем использовать второе наилучшее, которым является предложенная двухшаговая оценка.

3.2. Исходные данные

Для проведения исследования были использованы квартальные временные ряды с I квартала 1995 г. по IV квартал 2009 г.

- С помощью индекса реального ВВП с поправкой на сезонность был построен логарифм темпов роста реального ВВП

$$y_t = \ln\left(\frac{Y_t}{Y_{t-1}}\right), \quad (12)$$

где Y_t – значение реального ВВП в ценах 1994 г. в период t .

- Для учета динамики цен использован показатель

$$ppi_t = \ln(PPI_t), \quad (13)$$

где PPI_t – значение индекса цен производителей в период t по отношению к предыдущему периоду. Микрооснования модели, а именно процесс ценообразования, описывают поведение производителей, поэтому для расчетов модели будем использовать именно данные по индексу цен производителей.

- Из макроэкономических исследований (в частности, (Clarida, Gali, Gertler, 1999)) следует, что предельные издержки пропорциональны затратам на труд на единицу продукции (unit labor cost). В качестве прокси для затрат на труд на единицу продукции будем использовать долю в ВВП оплаты труда наемных работников, включая скрытые оплаты труда и смешанные доходы (т.е. доходы от работы «на себя», являющиеся вознаграждением за труд). Эти данные несколько занижены, так как в них отсутствует та часть валовых смешанных доходов, которая приходится на долю труда, однако это занижение не является принципиальным. Кроме того, оценки с помощью данных о занятости и заработных платах дают существенно менее точный результат, так как модель строится в логарифмической спецификации, и предельные издержки входят в (2) линейно, будем использовать для расчетов данный ряд в логарифмах.
- В качестве прокси для процентной ставки возьмем ИПЦ с фиксированной поправкой на страховую премию за риск (в расчетах поправка была взята равной 3%, так как для России динамика процентных ставок сходна с динамикой ИПЦ, однако уровень процентных ставок должен быть выше, так как существует риск обесценивания денег и т.п.) и ставку доходности по ГКО. У каждого из этих вариантов есть свои преимущества и недостатки. Во-первых, качество данных по ИПЦ гораздо выше, чем качество данных по доходностям ГКО (государственных краткосрочных облигаций). В ряде ставок доходностей по ГКО присутствуют пропуски, кроме того, в 2004 г. ГКО стала ОБР (Облигацией Банка России). Это означает, что в ряде присутствует разрыв (несоответствие между его частями). Во-вторых, ряд ИПЦ

сильно коррелирован с рядом ИЦП, уже используемым в исследовании, что может сказаться на качестве оценок. По этим причинам имеет смысл попробовать оценить разные модели и сравнить полученные результаты.

3.3. Результаты расчетов

Запишем VAR в виде

$$x_t = X_t' \vartheta_t + \varepsilon_{xt}, \quad (14)$$

где x_t – вектор эндогенных переменных размерности $N \times 1$ (в нашем случае $N=4$), $X_t' = I_N \otimes [1x_{t-1}']$, где x_{t-1}' представляет собой лаговые значения вектора x_t , а ϑ_t обозначает вектор меняющихся во времени параметров. В обозначениях уравнения (9) матрица A_t является матрицей коэффициентов перед регрессорами, а μ_t является вектором констант (т.е. вектором коэффициентов перед единичным вектором).

Предполагается, что вектор коэффициентов представляет собой случайное блуждание относительно отражающего барьера, который вводится для того, чтобы было выполнено условие стационарности VAR

$$\vartheta_t = \vartheta_{t-1} + v_t. \quad (15)$$

Если не накладывать этого условия, соответствующий VAR может не быть стационарным и с его помощью можно моделировать более «бурную» ценовую динамику. Вектор ошибок v_t распределен нормально со средним 0 и матрицей ковариаций Ω . Обозначим через \mathcal{G}^T матрицу, состоящую из всех реализаций вектора коэффициентов до момента T : $\mathcal{G}^T = [\vartheta_1', \dots, \vartheta_T']'$. Так как соответствующие векторы изменяются по закону случайного блуждания, можно записать соответствующую совместную функцию распределения

$$f(\mathcal{G}^T, \Omega) = f(\mathcal{G}^T | \Omega) * f(\Omega) = f(\Omega) \prod_{s=0}^{T-1} f(\vartheta_{s+1} | \vartheta_s, \Omega). \quad (16)$$

Причем априорное распределение случайной матрицы Ω является обратным распределением Вишарта (inverse-Wishart).

Отражающий барьер представим индикаторной функцией: $I(\mathcal{G}^T) = \prod_{s=1}^T I(\vartheta_s)$. Функция $I(\vartheta_s)$ принимает значение 0, когда корни VAR с соответствующими коэффициентами лежат внутри единичной окружности, 1 – иначе. Это ограничение накладывается на априорное совместное распределение из формулы (16):

$p(\mathcal{G}^T, \Omega) \propto I(\mathcal{G}^T) f(\mathcal{G}^T, \Omega)$. Такое априорное распределение исключает из рассмотрения взрывную динамику.

Далее введем в модель стохастический тренд. Предположим, что ошибки VAR представимы в виде

$$\varepsilon_{xt} = V_t^{1/2} \xi_t,$$

где ξ_t – это стандартный нормальный вектор, который предположительно является независимым с ошибкой v_t в уравнении (15): $E(\xi_t v_s) = 0$ для любых t, s . Будем моделировать V_t следующим образом:

$$V_t = B^{-1} H_t B^{-1'}, \quad (17)$$

где H_t – диагональная, а B – нижняя треугольная матрицы. Диагональные элементы матрицы H_t по предположению независимы и изменяются по закону:

$$\ln h_{it} = \ln h_{it-1} + \sigma_i \eta_{it}. \quad (18)$$

Ошибки η_{it} имеют стандартное нормальное распределение, независимы, а также предполагаются некоррелированными, а следовательно, независимыми с ошибками ξ_t и v_t . Такая спецификация для h_{it} была выбрана, чтобы отражать долговременные сдвиги в матрице V_t . Разложение матрицы V_t в уравнениях (17) и спецификация уравнения (18) гарантируют её положительную определенность и возможность коррелированности между собой ошибок VAR ε_{xt} .

Будем работать с VAR(2), так как количество наблюдений достаточно мало. Апостериорные распределения будем моделировать с помощью алгоритма, представленного в статьях (Cogley, Sbordone, 2008) и (Cogley, Sargent, 2004). Этот алгоритм описан в Приложении 3.

Для оценки модели использовались несколько программ, написанных в программном пакете Matlab. Рассмотрим подробнее, что делает каждая из них. Как было упомянуто ранее, на первом этапе нужно получить апостериорное распределение с помощью имеющейся в данных информации и априорных представлений о распределениях каждого из параметров модели. Это делается с помощью алгоритма, описанного в Приложении 3. Фактически на этом этапе VAR уже оценен. Далее нужно получить распределения для параметров Кальво, решая оптимизационную задачу (11). Для проведения оптимизации в Matlab использовался NAG Toolbox for Matlab, а именно функция e04ju, так как среди встроенных в пакет нет таких, которые бы производили оптимизацию без указания первой производной оптимизируемой функции.

Выбранная спецификация модели позволяет более гибко подгонять модель под данные и при этом учитывать изменения модели при структурных сдвигах (т.е. в периоды

кризиса), которые входят в исследуемый временной интервал, расширяя его по сравнению с используемым для оценки модели (Gali, Gertler, 1999), что является одним из главных её достоинств.

3.4. Анализ результатов

На первом этапе с помощью использующей байесовский подход программы, написанной в пакете Matlab, было получено апостериорное распределение для коэффициентов VAR и их матрицы ковариаций (17). Таким образом, по сути, были получены матрицы коэффициентов VAR в каждый момент времени t (их можно получить, взяв математическое ожидание при условии $T = t$).

По этим данным можно оценить трендовую инфляцию, под которой авторы статьи (Cogley, Sbordone, 2008) понимают ожидаемую инфляцию после того, как затухнут краткосрочные колебания: $\bar{\pi}_t = \lim_{j \rightarrow \infty} E_t \pi_{t+j}$. Эту величину можно оценить, вычислив среднюю инфляцию в данный момент времени из VAR:

$$\bar{\pi}_t = e'_\pi (I - A_t)^{-1} \mu_t. \quad (19)$$

В равновесии инфляция всегда должна приходить к целевой инфляции, таргетируемой Центральным банком. Соответственно, мы интерпретируем изменения $\bar{\pi}_t$ как изменения политики Центрального банка.

Рассмотрим различные спецификации модели: это поможет понять, насколько получаемый результат устойчив. В табл. 1 представлены все спецификации модели.

Таблица 1. Оцененные спецификации модели

Номер спецификации	Характеристика
Спецификация 1	Мера динамики цен – ИЦП, мера динамики номинальных процентных ставок – ИПЦ с фиксированной премией за риск, использовано условие стационарности
Спецификация 2	Мера динамики цен – ИЦП, мера динамики номинальных процентных ставок – ИПЦ, без учета условия стационарности
Спецификация 3	Мера динамики цен – ИПЦ, мера динамики номинальных процентных ставок – ИПЦ с фиксированной премией за риск, использовано условие стационарности
Спецификация 4	Мера динамики цен – сезонно скорректированный ИЦП, мера динамики номинальных процентных ставок – ИПЦ с фиксированной премией за риск, без учета условия стационарности
Спецификация 5	Мера динамики цен – сезонно скорректированный ИЦП, мера динамики номинальных процентных ставок – ставки доходности по ГКО, без учета условия стационарности
Спецификация 6	Мера динамики цен – сезонно скорректированный ИЦП, мера динамики номинальных процентных ставок – ставки доходности по ГКО, использовано условие стационарности

Работа по оценке спецификаций 4–6 велась позже, поэтому ряды данных были продлены до IV квартала 2010 г. (на четыре точки). Это не совсем корректно с точки зрения сопоставимости получаемых оценок, однако увеличение длины рядов дает возможность повысить точность оценок (за счет увеличения информационного множества).

На рис. 1 сплошной линией показано фактическое значение инфляции, пунктирной – её среднее значение на всем интервале (с I квартала 1995 г. по IV квартал 2009 г.), точками – оцененное значение трендовой инфляции.

Видно, что трендовая инфляция является практически постоянной на всем исследуемом промежутке и равной примерно 8% в год. Возможно несколько объяснений этого факта. Во-первых, исследуемый интервал содержит в себе только 10 лет (так как часть данных до IV квартала 1998 г. используется для предварительной оценки модели), при этом аналогичные оценки для США были получены для временного интервала 45 лет, и не на всех десятилетних промежутках из этого интервала трендовые темпы инфляции менялись. Возможно, изменения трендовых темпов инфляции могли бы быть заметны, если бы в оцениваемый промежуток вошел бы кризис 1998 г. и предшествовавшие ему периоды. Во-вторых, очевидно невысокое качество исходных данных, а именно наличие сильных отклонений от средних темпов инфляции, которые не выглядят правдоподобно. Довольно сильные резкие колебания можно воспринимать двояко: если мы знаем, что темпы инфляции росли по каким-то внешним причинам (например, в связи с кризисом), то это, скорее всего, будет связано с изменением трендовых темпов, а если наблюдается резкий провал длиной до нескольких кварталов, то это скорее всего краткосрочные изменения, не влияющие на трендовые темпы инфляции. Так получилось, что 1997 и 1998 гг. не вошли в оцениваемый интервал, поэтому последствия кризиса вполне могли быть идентифицированы как краткосрочный шок.

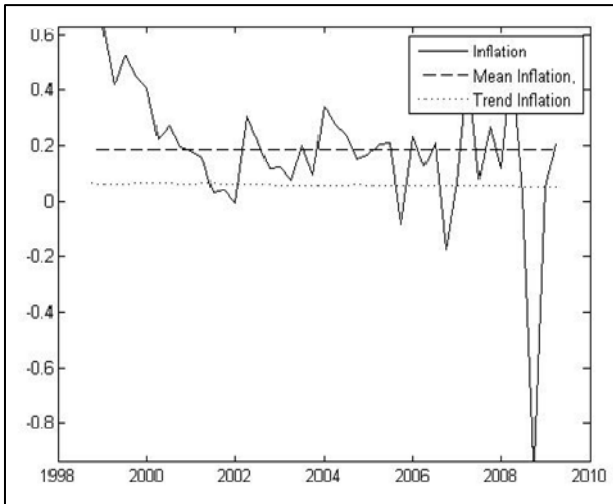


Рис. 1. Логарифмы годовых темпов роста ИЦП $(\ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)^4 = 4 \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right))$, их среднего и трендового значений (модель в спецификации 1)

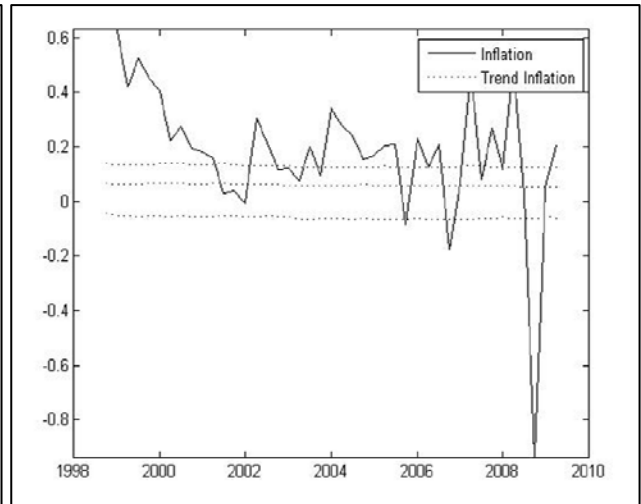


Рис. 2. 90% доверительный интервал для логарифма годовых темпов трендовой инфляции $(\ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)^4 = 4 \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right))$ (в спецификации 1)

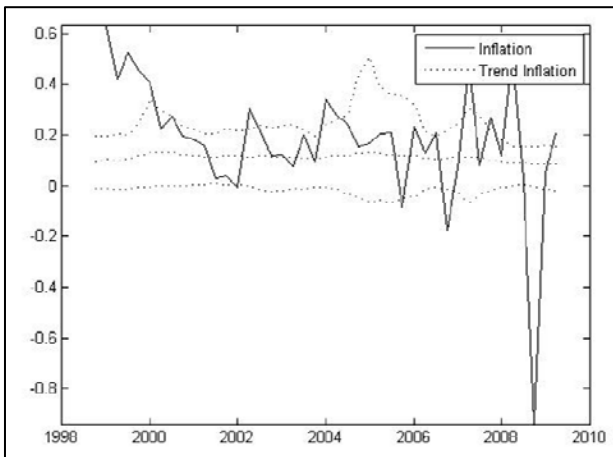


Рис. 3. 90% доверительный интервал для логарифма годовых темпов трендовой инфляции $(\ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)^4 = 4 \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right))$ (в спецификации 2)

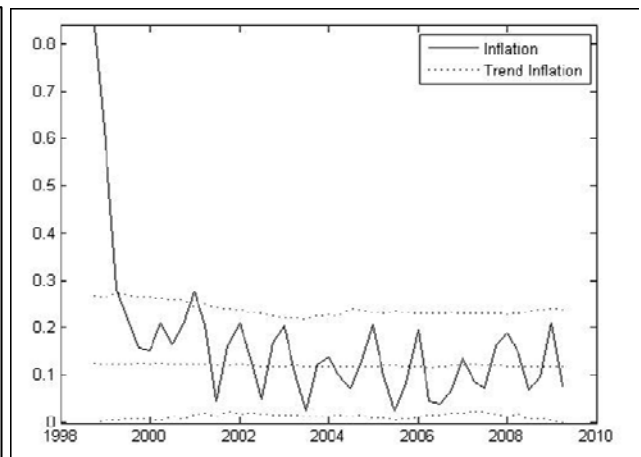


Рис. 4. 90% доверительный интервал для логарифма годовых темпов трендовой инфляции $(\ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)^4 = 4 \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right))$ (в спецификации 3)

На рис. 2 показан 90% доверительный интервал для трендовой инфляции. В данном случае доверительный интервал накрывает нулевое значение трендовых темпов инфляции, поэтому мы не можем сказать, будут ли они статистически значимы (т.е. не можем судить о том, будет ли наблюдаться рост цен в стационарном состоянии). В этой связи будет интересно сравнить оценки для коэффициентов, полученных с помощью данной модели и по модели, предложенной в (Gali, Gertler, 1999).

Как отмечалось выше, при моделировании апостериорной плотности распределения проверялось условие стационарности, исключающее взрывное поведение

VAR. Для российской экономики это может быть не так, потому что одной из её особенностей как переходной экономики, является высокая инфляция, и может наблюдаться её взрывная динамика. Поэтому попробуем смоделировать апостериорное распределение на той же информации без этого условия. Обратимся к полученным результатам.

Как и ожидалось, годовые темпы трендовой инфляции теперь, когда мы не учитываем условие стационарности, ведут себя «более свободно» и при этом более чувствительны к краткосрочным колебаниям реальных данных, изменяясь от 8 до 12% в год. В некоторые отрезки времени видно, что темпы трендовой инфляции значительно отличаются от нуля (это следует из того, что их нулевое значение не входит в доверительный интервал). В целом стоит отметить, что поведение трендовой инфляции в модели без учета условия стационарности практически не отличается от ее поведения в первой модели, соответственно, можно ожидать, что оценки параметров модели также не сильно изменятся.

Теперь попробуем изменить информационное множество, с помощью которого проводится оценивание, а именно используем в качестве меры динамики цен индекс потребительских цен (ИПЦ). Обратимся к полученным результатам.

Так как оба индекса цен ведут себя примерно одинаково, за исключением резкого снижения индекса цен производителей в конце 2008 г., то и результат не должен сильно отличаться. На рис. 4 можно видеть, что годовые темпы трендовой инфляции примерно постоянны и равны 12–13%, что чуть выше 8%, полученных при оценке с помощью ИЦП. Соответствующий доверительный интервал также оказался выше и в него не входит нулевое значение, что свидетельствует о том, что годовые темпы трендовой инфляции значительно отличаются от нуля. Это можно объяснить тем, что на оцениваемом временном интервале у ИПЦ не было снижения в конце 2008 г., а наоборот, был небольшой рост, поэтому в среднем темпы роста цен по ИПЦ и ИЦП либо совпадают, либо выше по ИПЦ, хотя это сильно зависит от исследуемого интервала.

На рис. 1–4 явно прослеживается влияние сезонного фактора на динамику цен, поэтому следующим этапом усовершенствования модели являлось исключение сезонности из ряда ИЦП. Это было сделано с помощью процедуры X12-ARIMA. Кроме того, ряды данных были продлены на четыре квартала, соответственно, в этой и следующих моделях используются ряды с I квартала 1995 г. по IV квартал 2010 г. На рис. 5 можно видеть поведение логарифма годовых темпов трендовой инфляции и доверительный интервал к нему в случае, когда расчет ведется по сезонно скорректированному ряду ИЦП.

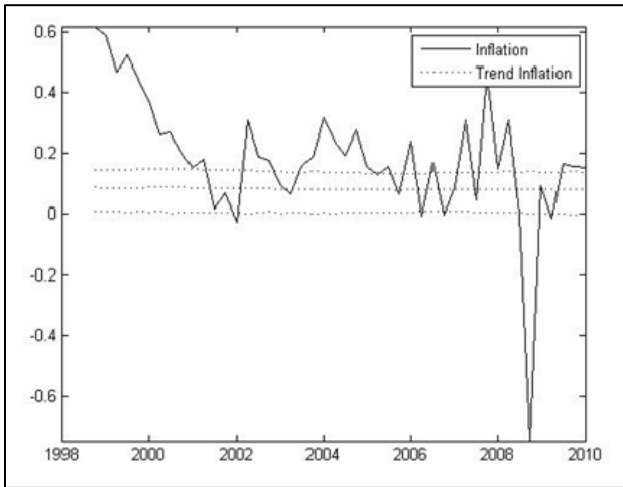


Рис. 5. 90% доверительный интервал для логарифма годовых темпов трендовой инфляции $\left(\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)^4 = 4 \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)\right)$ (в спецификации 4)

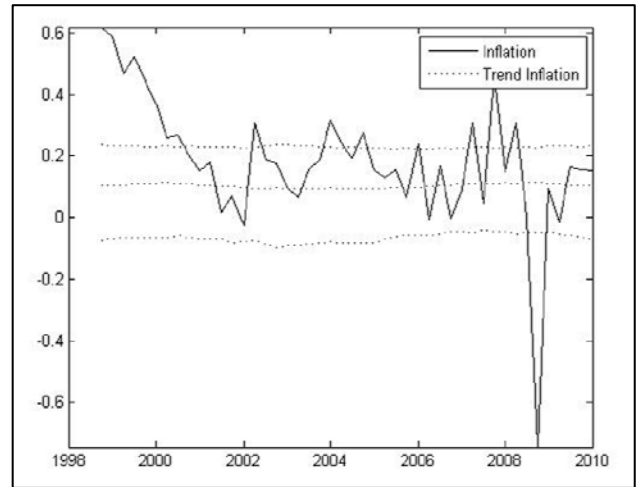


Рис. 6. 90% доверительный интервал для логарифма годовых темпов трендовой инфляции $\left(\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)^4 = 4 \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)\right)$ (в спецификации 5)

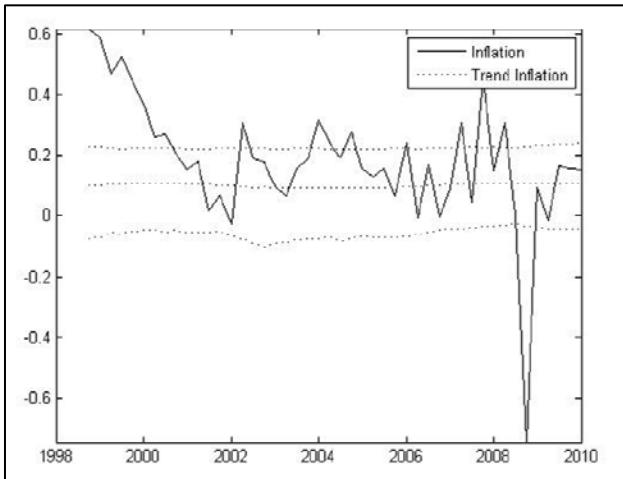


Рис. 7. 90% доверительный интервал для логарифма годовых темпов трендовой инфляции $\left(\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)^4 = 4 \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)\right)$ (в спецификации 6)

На рис. 5 видно, что доверительный интервал для логарифма годовых темпов трендовой инфляции стал более узким и не включает нулевое значение. С другой стороны, значение трендовой инфляции по-прежнему остается равным примерно 8% и почти не меняется. Скорее всего, неизменность оценки трендовой инфляции связана с тем, что сезонная корректировка не дает возможности убрать зашумленность данных, сделав ряд ИЦП более гладким.

Следующей спецификацией модели, которую имеет смысл рассматривать для России, является спецификация со ставками доходности по ГКО в качестве номинальных процентных ставок. Ряды ИПЦ и ИЦП, как отмечалось выше, могут коррелировать, и это может сказаться на качестве получаемых оценок. Возможными вариантами замены ИПЦ являются ставки по операциям РЕПО и ставки доходности по ГКО. Первый вариант не подходит ввиду отсутствия рядов данных необходимой длины (с I квартала 1995 г. по IV квартал 2010 г.). На рис. 6 можно видеть полученный для этих данных на первом этапе вычислений (т.е. в результате моделирования апостериорной плотности распределения VAR) результат.

Из сравнения рис. 5 и 6 видно, что доверительный интервал становится шире при замене ряда ИПЦ на ряд ставок доходности по ГКО в качестве прокси для номинальных процентных ставок. Это может быть связано с невысоким качеством данных по ГКО: в ряде есть пропуски, и с 2004 г. ГКО стала ОБР (Облигацией Банка России), т.е. в этом ряде возможно имеется разрыв. Соответственно, из графика можно видеть, что темпы трендовой инфляции, рассчитанные по данной модели, составляют примерно 10%. Отметим, что при оценке не использовалось ограничение на корни VAR, позволяющее учесть возможное наличие взрывной инфляционной динамики. Однако ничего не изменится, если добавить это ограничение в модель (рис. 7).

На втором этапе были получены оценки параметров Кальво, по которым можно построить оценки коэффициентов неокейнсианской кривой Филлипса, меняющиеся во времени. Так как трендовое значение инфляции меняется не сильно, можно ожидать, что коэффициенты модели тоже не будут сильно меняться.

Ограничения на параметры Кальво при решении задачи оптимизации второго этапа выглядели следующим образом (табл. 2).

Таблица 2. Ограничения на параметры Кальво

α	ρ	θ
$(0,1)$	$[0,1]$	$(1,\infty)$

Таблица 3 подводит итог вычислениям второго этапа. Так как распределения параметров нестандартные, к ним указаны 90% доверительные интервалы.

Таблица 3. Оценки параметров Кальво (модель в спецификации 1)

	α	ρ	θ
В спецификации 1			
Медиана	0.361	0.979	3.8
90% доверительный интервал	(0.079, 0.877)	(0.174, 1)	(3.42, 2362)
В спецификации 2			
Медиана	0.333	0.998	3.3
90% доверительный интервал	(0.003, 0.599)	(0.205, 1)	(3.00, 2335)
В спецификации 3			
Медиана	0.560	0.493	6.9
90% доверительный интервал	(0.029, 0.850)	(0, 1)	(3.48, 2374)
В спецификации 3			
Медиана	0.560	0.493	6.9
90% доверительный интервал	(0.029, 0.850)	(0, 1)	(3.48, 2374)
В спецификации 4			
Медиана	0.439	0.791	3.65
90% доверительный интервал	(0.263, 0.780)	(0.424, 1)	(3.34, 4.30)
В спецификации 5			
Медиана	0.067	1	2348
90% доверительный интервал	(0.022, 0.650)	(0.833, 1)	(3.04, 2379)
В спецификации 6			
Медиана	0.068	1	2348
90% доверительный интервал	(0.025, 0.645)	(0.879, 1)	(3.01, 2380)

Из табл. 3 следует, что доля фирм с жесткими ценами в России достаточно мала (0,36) в отличие от примерно 0,59 в США (для спецификации 1), что вполне ожидаемо в условиях более высокой инфляции. Оценка этого параметра не сильно изменится, если при моделировании не учитывать условия стационарности (0,33). Оценка может измениться при использовании другого информационного множества, а именно измерении динамики цен с помощью ИПЦ. Можно видеть, что оценка этого коэффициента в спецификации 3 будет выше, т.е. доля фирм с жесткими ценами больше ($\alpha = 0,56$). Видимо, это следствие более высокой волатильности ИЦП по сравнению с ИПЦ.

Рассмотрим подробнее результаты для спецификаций 4–6. После проведения сезонной корректировки ряда ИЦП доверительные интервалы для оценок параметров Кальво стали существенно уже, соответственно, оценки стали точнее. Доля фирм с жесткими ценами при оценке данной спецификации модели оказалась равной 0,44, что выше, чем в

случае отсутствия сезонной корректировки, однако по-прежнему ниже, чем для США. Сезонно скорректированный ряд менее волатилен, соответственно, у такого ряда больше вероятность в следующий момент времени продемонстрировать такую же динамику, как и в предыдущие, следовательно, коэффициент перед лаговым значением инфляции и доля фирм с жесткими ценами должны быть выше, что и получилось для данной спецификации. Оценки, представленные для спецификаций 5 и 6, схожи, однако, ввиду невысокого качества данных по ставкам доходности по ГКО, доверительные интервалы для них шире и качество оценок хуже. Кроме того, при минимизации функции моментных ограничений (10) сходимость алгоритма в большинстве случаев не была доступна. При этом получаемые значения параметров Кальво оказывались далеки (смещены) от значений этих параметров в случае, когда алгоритм завершался без ошибки. Таким образом, полученные оценки тоже оказались смещенными. Исключение «смещенных» значений параметров Кальво из полученного распределения дает результат, схожий с результатом, полученным в случае, когда в качестве меры процентных ставок берется ИПЦ с поправкой на риск, однако точность оценок падает из-за меньшего количества точек в распределениях для параметров Кальво.

Коэффициент индексации ρ близок к единице. Это значит, что цена фирмы будет корректироваться на значение инфляции предыдущего периода при условии, что эта фирма не устанавливала оптимальную цену в текущем периоде. В случае с другим информационным множеством этот коэффициент около 0,5, что меньше, чем в предыдущем случае, но видно, что повышение цен произойдет из-за боязни высокой инфляции. К тому же доверительный интервал в этом случае покрывает все возможные значения для ρ , поэтому точность этой оценки оставляет желать лучшего. Отметим, что в пяти случаях из шести доверительный интервал для ρ не включает 0, что означает, что будут фирмы, которые установят цены исходя из прошлых значений инфляции (backward-looking). Для американской экономики получилось $\rho = 0$, что означает, что фирмы просто не будут изменять свои цены по сравнению с прошлым периодом, т.е. нет backward-looking фирм, а если фирма меняет цену, то она ориентируется на свои ожидания (forward-looking).

Из сказанного выше следует, что цены в среднем остаются постоянными около 0,68 квартала, или примерно 2 месяца², в случае сезонно скорректированного ИЦП получим

² Время, которое цены остаются постоянными, вычисляется по формуле $t = -\frac{\ln 2}{\ln \alpha}$.

0,84 квартала, или 2,5 месяца, а в случае с ИПЦ в качестве меры динамики цен – 1,19 квартала, или примерно 3,6 месяца. Так как эта оценка получается на основе доли фирм с жесткими ценами, такое увеличение времени, в течение которого цены остаются постоянными, также является следствием большей волатильности ИЦП по сравнению с ИПЦ. Для экономики США это значение получилось 3,9 месяца, что вполне логично.

Оценка для θ равна 3,8, что соответствует надбавке (markup) в состоянии равновесия в 35%³. Соответственно, для $\theta=3,3$ надбавка равна 43%, а для $\theta=3,65$ – 37%. Значение этого показателя довольно мало (соответствующее значение markup велико). Это говорит о том, что сложно отказаться от одного и перейти на другой товар. Во многом это можно объяснить тем, что когда существенная доля фирм будет повышать цены, будут повышены цены и на товары-заменители, и нет смысла переходить на другой товар (что может выразиться в уменьшении полезности агента), так как его цена тоже увеличится. В случае с ИПЦ в качестве меры динамики цен оценка для θ равна 6,9, что также выше, чем в случае с использованием ИЦП в качестве меры динамики цен. Это соответствует надбавке в 17%. Довольно широкий доверительный интервал для этого показателя получается во всех случаях из-за его нестандартного распределения. В случае «смещенных» оценок надбавка составляет менее 1%, что выглядит нереалистичным для российской экономики.

Так как коэффициенты модели меняются во времени, можно построить графики для них (они представлены на рис. 8–19 для различных модификаций).

³ Формула для надбавки $markup = \frac{\theta}{\theta - 1}$.

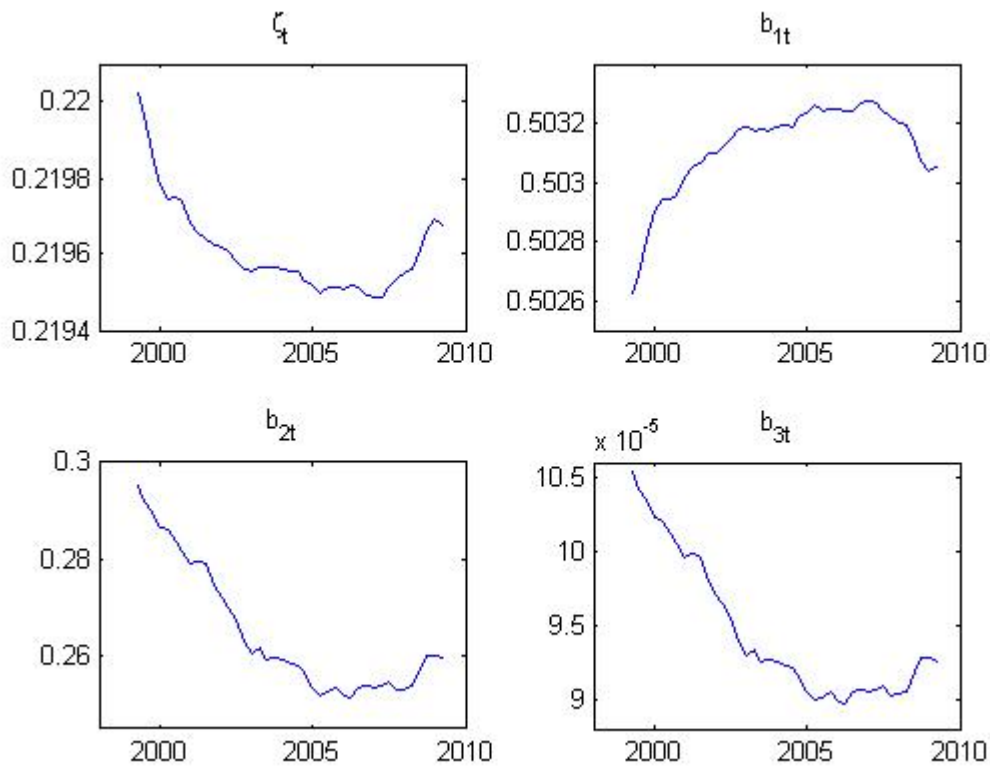


Рис. 8. Коэффициенты модели (кроме коэффициента перед лагированным значением инфляции, модель в спецификации 1)

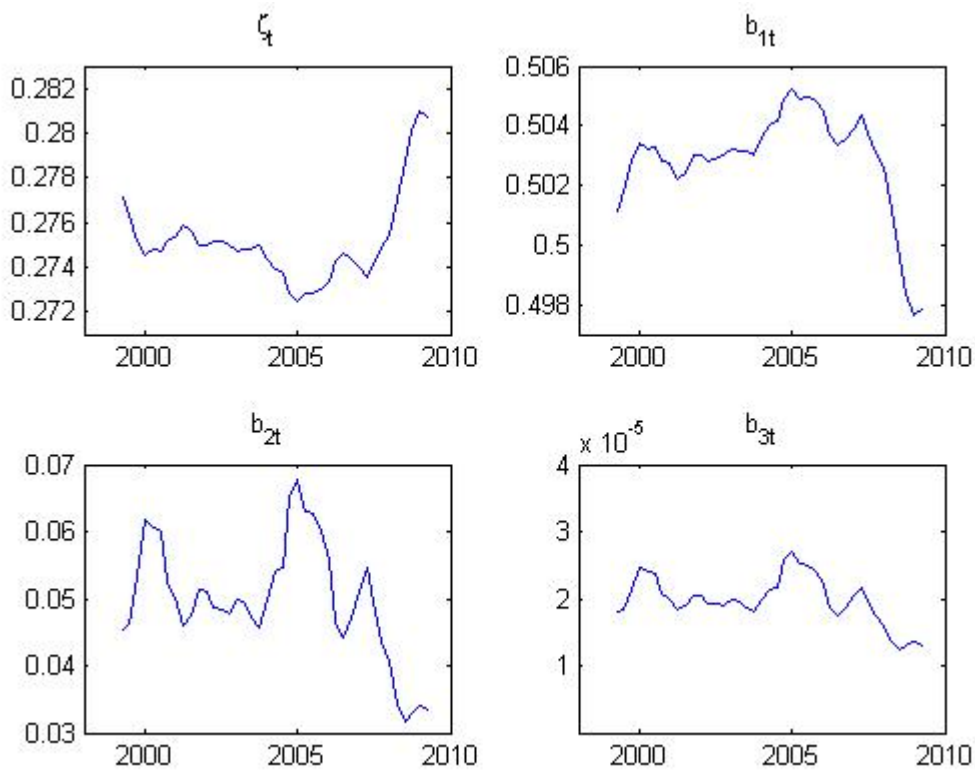


Рис. 9. Коэффициенты модели (кроме коэффициента перед лагированным значением инфляции, модель в спецификации 2)

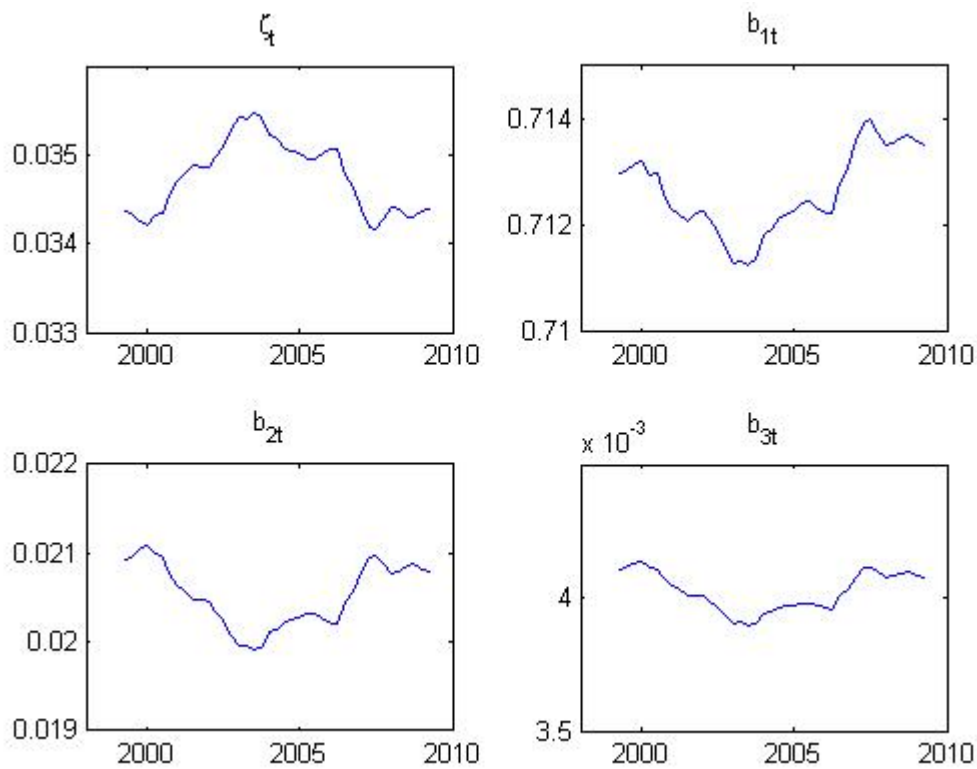


Рис. 10. Коэффициенты модели (кроме коэффициента перед лагированным значением инфляции, модель в спецификации 3)

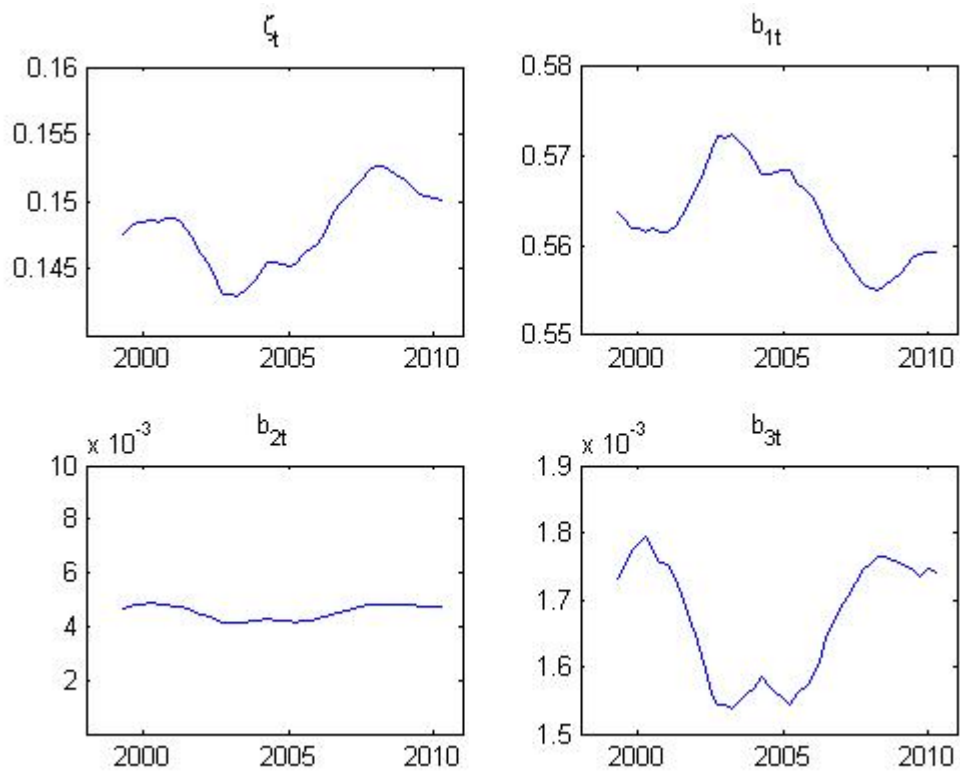


Рис. 11. Коэффициенты модели (кроме коэффициента перед лагированным значением инфляции, модель в спецификации 4)

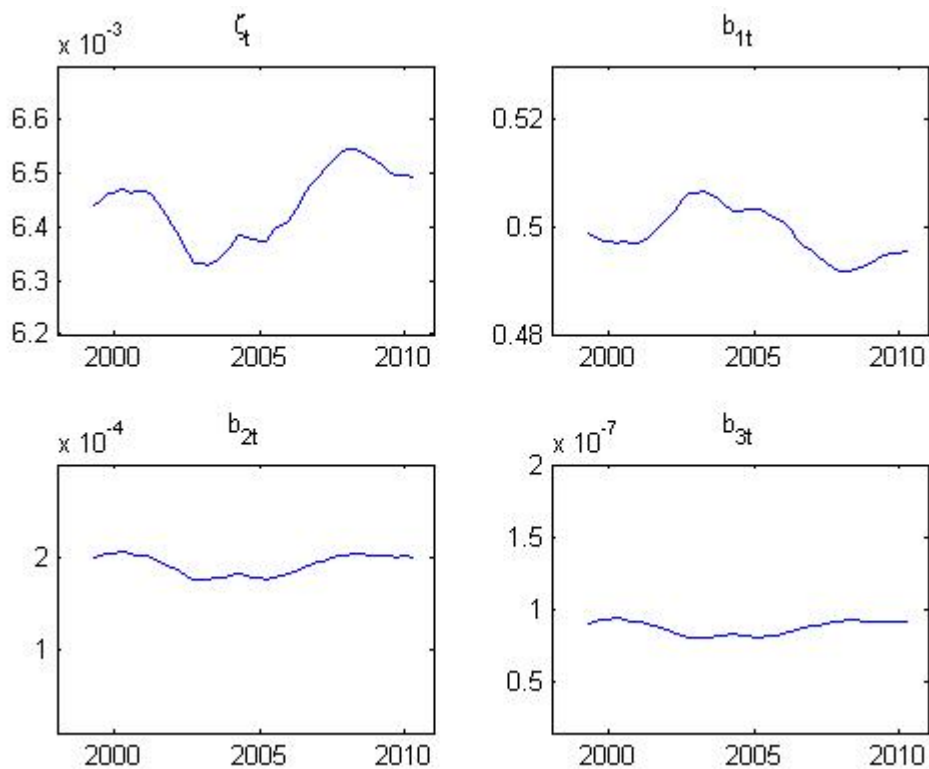


Рис. 12. Коэффициенты модели (кроме коэффициента перед лагированным значением инфляции, модель в спецификации 5)

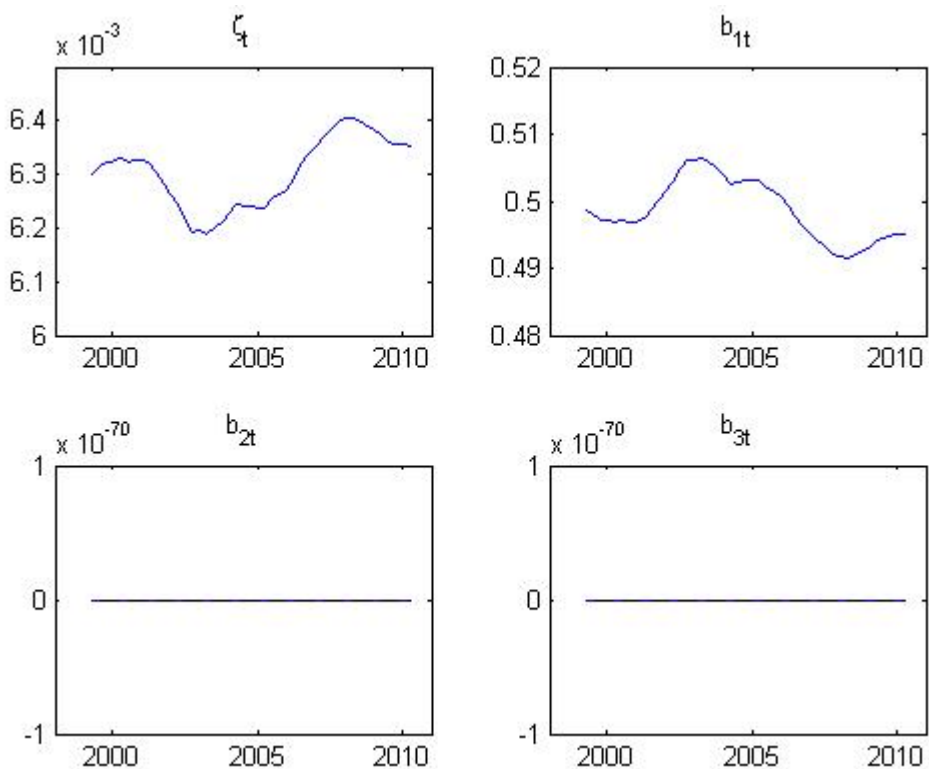


Рис. 13. Коэффициенты модели (кроме коэффициента перед лагированным значением инфляции, модель в спецификации 6)

Видно, что коэффициенты меняются не сильно ввиду того, что трендовая инфляция также почти не меняется. Возможные причины этого обсуждались выше. Заметим, что коэффициент ζ_t отличен от нуля в случае использования в качестве меры динамики цен ИПЦ, что не соответствует результатам, полученным ранее. При сопоставлении рис. 8, 9 и 11 можно видеть, что отличия незначительны и находятся в пределах стандартных ошибок, за исключением коэффициента при ожидаемых значениях инфляции в последующий период ($t+2$) и далее. В случае использования ИПЦ коэффициент ζ_t довольно мал и, скорее всего, не является значимым. Вопрос о том, насколько это возможно, оставим в стороне, так как по этому поводу до сих пор продолжаются дискуссии. Оценки, полученные на основе модели, где в качестве процентных ставок взяты ставки доходности по ГКО, не отличаются от остальных. Принимая во внимание наличие смещения в оценках параметров Кальво, по которым строятся данные оценки, можно сказать, что эти оценки, скорее всего, также будут смещены.

Наибольший интерес для данной работы представляет коэффициент перед лагированным значением инфляции, так как он отражает долю агентов с адаптивными ожиданиями в обществе. Исходя из полученных оценок для ρ , этот коэффициент должен быть отличным от нуля.

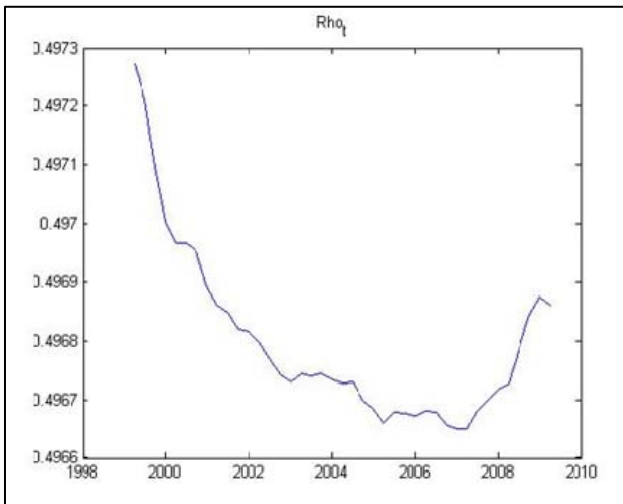


Рис. 14. Коэффициент перед $\hat{\pi}_{t-1}$
(в спецификации 1)

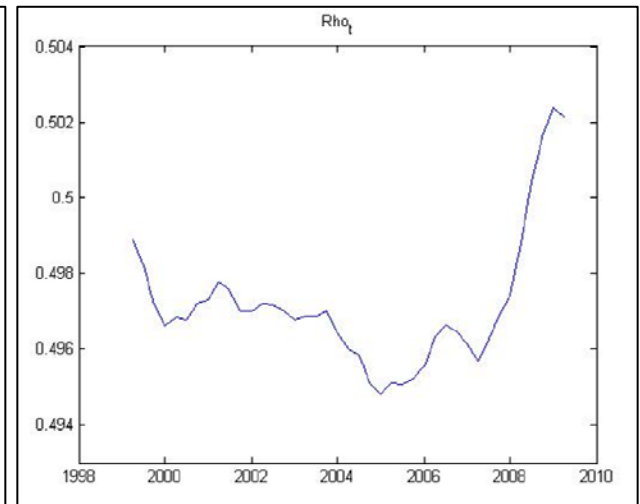


Рис. 15. Коэффициент перед $\hat{\pi}_{t-1}$
(в спецификации 2)

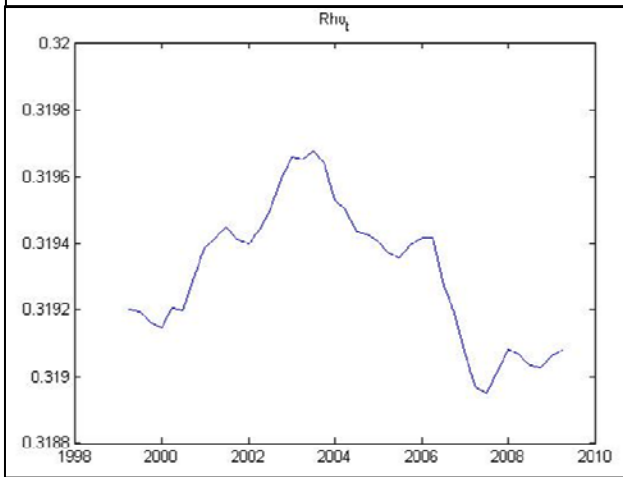


Рис. 16. Коэффициент перед $\hat{\pi}_{t-1}$
(в спецификации 3)

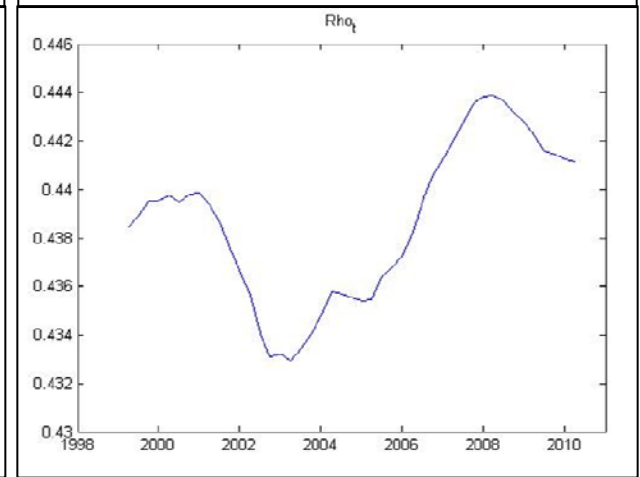


Рис. 17. Коэффициент перед $\hat{\pi}_{t-1}$
(в спецификации 4)

На рис. 14 и 15 видно, что этот коэффициент почти не меняется и примерно равен 0,5, то же самое можно наблюдать при отсутствии проверки на стационарность, за исключением чуть более оживленной динамики (рис. 17–18). Это можно объяснить тем, что существенная доля фирм в России руководствуется адаптивными ожиданиями, что и является главной причиной наблюдаемого явления инфляционной инерции. Причем можно заметить, что в кризис количество таких агентов несколько больше, чем в более стабильное время. Возможно, это как-то связано с тем, что во время кризиса у фирм появляется боязнь потерять часть прибыли из-за неверно установленной цены, и поэтому они лучше будут корректировать свои цены на текущую инфляцию, ожидая худшего.

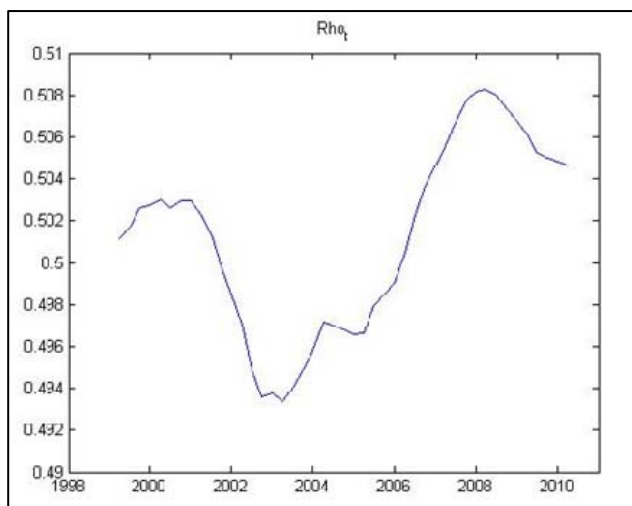


Рис. 18. Коэффициент перед $\hat{\pi}_{t-1}$
(в спецификации 5)

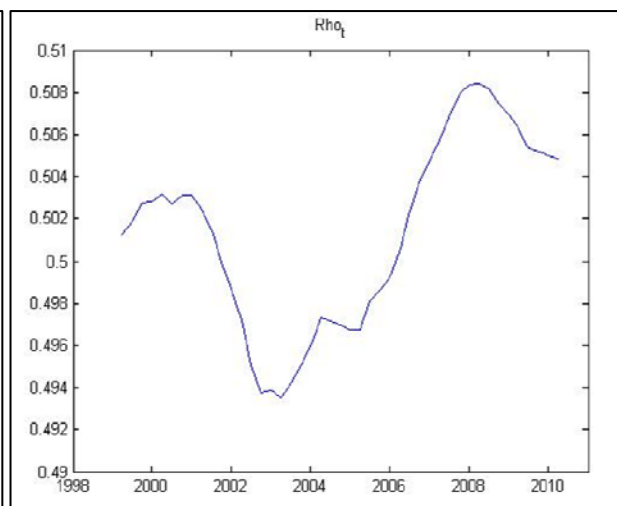


Рис. 19. Коэффициент перед $\hat{\pi}_{t-1}$
(в спецификации 6)

На рис. 17–19 можно видеть, что с 2003 по 2008 г. наблюдается стабильный рост коэффициента перед $\hat{\pi}_{t-1}$. Это можно объяснить стабильной ситуацией в экономике, что приводит к росту числа агентов с адаптивными ожиданиями. В этом случае такое поведение оправданно, так как устойчивость в экономике будет обуславливать постоянство всех переменных, поэтому адаптивные ожидания одновременно будут являться и рациональными.

Отметим, что все коэффициенты, и, в частности, коэффициент перед $\hat{\pi}_{t-1}$, вычислены с помощью последовательности из нескольких расчетных процедур, поэтому их значения могут содержать ошибки. Численные методы, используемые для оценки уравнений в MATLAB, также могут давать погрешность в получаемых оценках коэффициентов. В частности, она может проявляться в «размывании» и «сглаживании» поведения коэффициентов во времени. Например, «ступенька» в результате погрешностей метода оценивания перейдет в более гладкую волнообразную кривую, причем чем больше погрешность, тем более пологой будет получаемая кривая.

Ситуация для модели с использованием другого информационного множества при моделировании оказывается иной. В данном случае меньшая часть агентов на рынке руководствуется адаптивными ожиданиями, доля фирм с жесткими ценами будет больше и надбавка (markup) будет меньше, что свидетельствует в пользу того, что фирмы реже меняют цены, при этом конкуренция выше. Возможно, это объясняется тем, что производителей, по данным о ценах которых строится ИЦП, существенно меньше, чем ретейлеров, цены которых входят в ИПЦ, поэтому конкуренция среди последних должна

быть выше. Это не дает им возможности чаще менять цены и устанавливать более высокую надбавку (markup) из-за боязни потерять клиентов.

Таким образом, на практике было построено несколько вариантов модели (Cogley, Sbordone, 2008). Наиболее «сбалансированной» из всех является модель с использованием сезонно скорректированного ИЦП, что, во-первых, позволяет улучшить точность оценок, а во-вторых – рассматривать ситуацию с точки зрения производителей, так как используется информация о ценах производителей без учета стационарности, вследствие чего модель становится «более гибкой», с использованием ИПЦ в качестве прокси для процентных ставок, потому что оценки на основе данных о ставках доходности по ГКО являются смещенными из-за низкого качества этих данных.

4. Оценка инфляционной инерции

В предыдущем разделе были получены оценки гибридной неокейнсианской кривой Филлипса с переменными коэффициентами. Данный раздел будет посвящен «содержательному» анализу полученных результатов.

Так как полученные оценки коэффициентов неокейнсианской кривой Филлипса практически не меняются во времени, в этом разделе мы рассмотрим гибридную неокейнсианскую кривую Филлипса со следующими постоянными коэффициентами: $\rho = 0,439$, $\zeta = 0,147$, $b1 = 0,561$, $b2 = 0$, $b3 = 0$. Таким образом, будем предполагать, что неокейнсианская кривая Филлипса для российской экономики имеет вид

$$\hat{\pi}_t = 0,439\hat{\pi}_{t-1} + 0,147\hat{m}_t + 0,561\tilde{E}_t\hat{\pi}_{t+1} + u_t. \quad (20)$$

Тренд, ввиду его малой зависимости от времени, также будем полагать постоянным и соответствующим темпам инфляции 8% в год.

Основной количественной характеристикой инфляционной инерции является временной промежуток, в течение которого ценовой шок, попавший в систему, будет выводиться из нее. Проанализируем, как будет изменяться этот промежуток времени в зависимости от качества шоков для модели (20). Для этого будем вводить в модель неинерционные, низкоинерционные и высокоинерционные шоки.

В отсутствие внешних шоков система будет приходить в стационарное состояние, т.е. в состояние с темпами инфляции, равными 8% в год. Однако если ввести в систему шок, то из-за наличия инфляционной инерции он выведет систему из стационарного состояния на некоторое время, которое и будет основной характеристикой инерционности. Для исследования используем несколько типов шоков, нормированных⁴ к единице, с разной

⁴ В данном случае под нормировкой шоков предполагается, что сумма значений шоков, поступивших в систему во все периоды времени, равна 1, так как было бы некорректно сравнивать выведение разных «объемов шока» из системы.

инерционностью. Неинерционный шок равен единице в первый момент времени и нулю – во все остальные. Значение низкоинерционного шока в первый момент времени меньше 1, а во все последующие моменты убывает с коэффициентом 0,2. Для высокоинерционного шока этот коэффициент равен 0,8.

В данном случае, так как отсутствует возможность построения замкнутой модели экономики, она определяется системой уравнений: предложением (в данном случае его характеризует неокейнсианская кривая Филлипса), спросом (его должна характеризовать межвременная кривая IS) и правилом монетарной политики (обычно в качестве него берут правило Тейлора, но оно может быть определено и другими способами). Ввиду того, что для российской экономики последние два уравнения оценить сложно или невозможно, для замыкания системы будем использовать реальные данные для российской экономики, предполагая, что существует некоторая неявная модель, из которой «генерируются» эти данные. При этом важно отметить, что реальная российская экономика в разные периоды времени была подвержена влиянию некоторых внешних шоков, поэтому время введения шоков в данном исследовании может оказывать влияние на полученный результат.

На рис. 20 представлена динамика темпов инфляции экономики, подверженной влиянию шоков, относительно темпов инфляции стационарного состояния. Равенство этого показателя единице означает соответствие темпов инфляции темпам инфляции в стационарном состоянии. В данном случае шок был введен во II квартале 2002 г., когда в экономике России наблюдался стабильный период.

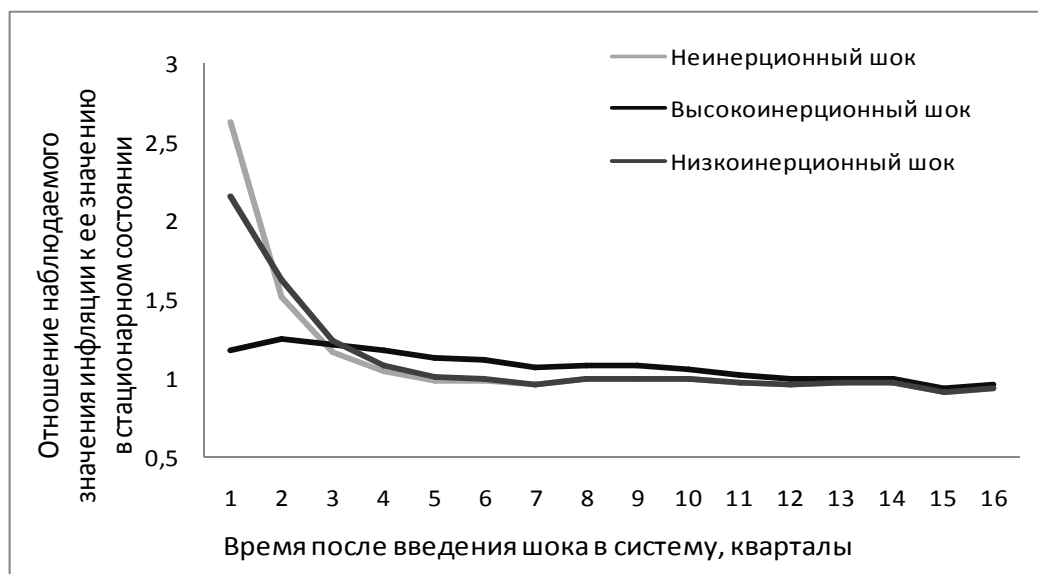


Рис. 20. Динамика темпов инфляции экономики, подверженной влиянию шоков, относительно темпов инфляции стационарного состояния ($\Pi_t / \Pi_{стационар}$, где $\Pi_t = P_t / P_{t-1}$, $\Pi_{стационар} = 1,08$, начало действия шоков – II квартал 2002 г.)

Из рис. 20 видно, что после введения шоков в систему она полностью вернется в стационарное состояние через три квартала – для неинерционного шока, через четыре квартала – для низкоинерционного и через 10 кварталов – для высокоинерционного шока. При этом основная часть шока элиминируется из системы через 3–5 кварталов для всех типов шоков. Таким образом, неинерционный шок быстрее всех выводится из системы, а высокоинерционный – медленнее всех, что и ожидалось.

Теперь рассмотрим ситуацию, когда шок будет введен в систему в другой момент времени. Если рассмотреть в качестве точки начала действия шоков III квартал 1997 г., то продолжительность нахождения шока в системе увеличится, поскольку состояние экономики в это время было менее стабильным (рис. 21).

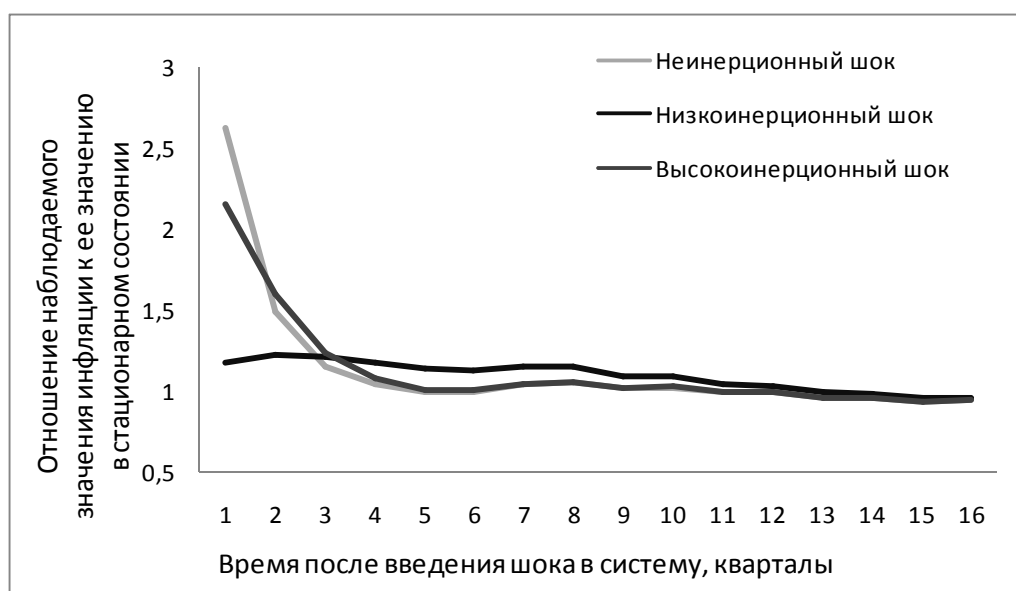


Рис. 21. Динамика темпов инфляции экономики, подверженной влиянию шоков, относительно темпов инфляции стационарного состояния ($\Pi_t / \Pi_{стационар}$, где $\Pi_t = P_t / P_{t-1}$, $\Pi_{стационар} = 1,08$, начало действия шоков – III квартал 1997 г.)

Из рис. 21 видно, что система полностью вернется в стационарное состояние через четыре квартала для неинерционного шока, через пять кварталов для низкоинерционного и через 12 кварталов для высокоинерционного шока. При этом основная часть шока элиминируется из системы через 3–5 кварталов для всех типов шоков. Для экономики США время возвращения ее в стационарное состояние для неинерционного шока составляет около 2,5 кварталов⁵, что логично, так как американская экономика менее инерционна.

⁵ Оценка дана в работе (Sbordone, 2007).

Применим аналогичную процедуру к модели (Gali, Gertler, 1999) вида⁶

$$\pi_t = 0 * mc_t + 0,41\pi_{t-1} + 0,59\tilde{E}_t\pi_{t+1} + u_t, \quad (21)$$

где используются переменные «без крышек». Экономика уже рассматривается не относительно стационарного состояния с постоянными положительными темпами инфляции, а относительно стационарного состояния, в котором темпы инфляции равны нулю.

Из вида уравнения (21), а именно из того, что рассматривается стационарное состояние с нулевыми темпами инфляции, можно предположить, что шок в такой системе будет находиться гораздо дольше. На рис. 22 представлена динамика темпов инфляции экономики, подверженной влиянию шоков согласно модели (21), относительно темпов инфляции стационарного состояния. Равенство этого показателя единице означает соответствие темпов инфляции темпам инфляции в стационарном состоянии.

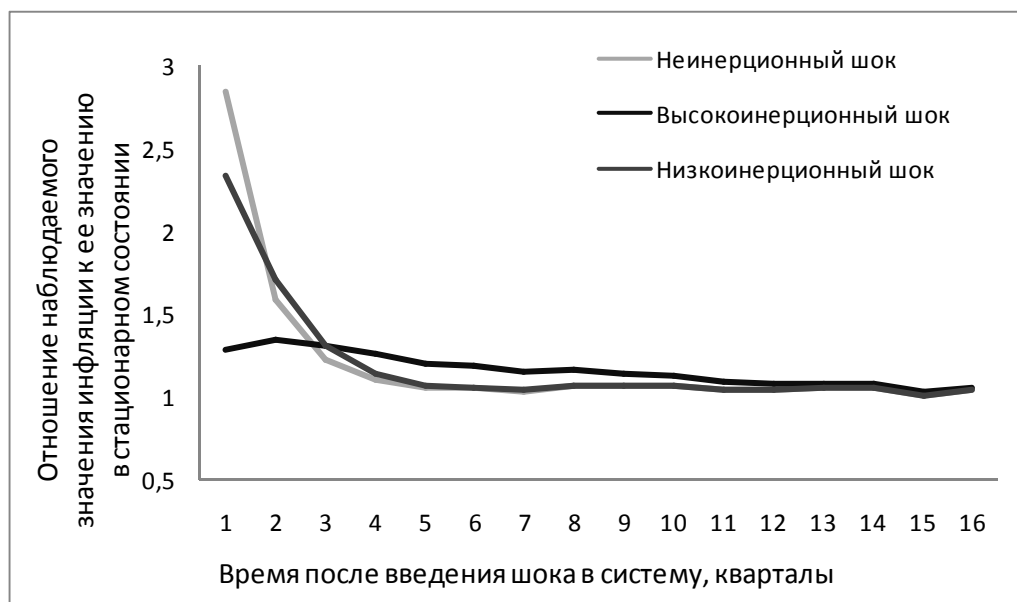


Рис. 22. Динамика темпов инфляции экономики, подверженной влиянию шоков, относительно темпов инфляции стационарного состояния ($\Pi_t / \Pi_{стац}$, где $\Pi_t = P_t / P_{t-1}$, расчеты по модели (32))

Из рис. 22 видно, что после введения шоков в систему она не может так же быстро, как и в предыдущем случае, вернуться к стационарному состоянию. Основная часть шока по-прежнему элиминируется из системы через 4–5 кварталов, однако для того, чтобы вывести весь шок, системе требуется около 15 кварталов (14 кварталов – в случае неинерционного шока, 17 кварталов – в случае высокоинерционного шока), что существенно отличается от результата, полученного по модели (Cogley, Sbordone, 2008).

⁶ Можно проанализировать и другие соотношения между коэффициентами при лаговом и ожидаемом значениях инфляции, тем не менее это существенно не повлияет на полученный результат.

Таким образом, можно видеть, что модели (Cogley, Sbordone, 2008) и (Gali, Gertler, 1999) дают две альтернативные и принципиально отличные интерпретации инфляционной инерции.

5. Заключение

В работе описана одна из современных неокейнсианских моделей: модель неокейнсианской кривой Филлипса в форме, предложенной (Cogley, Sbordone, 2008). Дана интерпретация этой моделью явления инфляционной инерции, которое характерно для российской экономики, а также приведена альтернативная интерпретация, предлагаемая моделью (Gali, Getler, 1999). Также описаны примененный в работе эконометрический подход, используемый при оценке модели (Cogley, Sbordone, 2008) и этапы проведения расчетов. Проведено построение модели с помощью байесовских методов. Получены результаты для параметров Кальво для российской экономики, а также построена количественная модель неокейнсианской кривой Филлипса.

Полученные результаты являются интерпретируемыми и согласуются с российской действительностью: довольно большая доля агентов руководствуется адаптивными ожиданиями, причем в периоды кризиса она возрастает. Также наблюдаются отличные от нуля темпы трендовой инфляции, что свидетельствует о наличии в России как минимум двух из описанных в работе источников инфляционной инерции. Сравнение оценок параметров Кальво для альтернативных спецификаций модели и оценок для экономики США дает ожидаемый результат. В условиях российской действительности при высокой инфляции фирмы должны чаще менять цены, чтобы получать положительную прибыль. В целом же инфляционная инерция в российской экономике, как и ожидалось, оказалась выше, чем в экономике США.

Так как полученная оценка трендовой инфляции практически не меняется во времени, при этом в данной модели параметры Кальво полагались постоянными, дальнейшее развитие модели возможно в следующих направлениях:

- построить модель с большим числом симуляций в алгоритме Монте Карло, использующем Марковские цепи (Markov Chain Monte Carlo algorithm), для получения более высокой точности оценок;
- построить модель с переменными параметрами Кальво, что даст возможность посмотреть, как функционирует российская экономика на микроуровне, т.е. как будет меняться поведение фирм в периоды кризиса и в периоды роста.

Литература

Ascari G. (2004) Staggered Prices and Trend Inflation: Some Nuisances // Review of Economic Dynamics. No. 7. P. 642–667.

Beveridge S., Nelson C.R. (1981) A New Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the Business Cycle // Journal of Monetary Economics. No. 7(2). P. 151–174.

Clarida R., Gali J., Gertler M. (1999) The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective: NBER Working paper No. 7147.

Cogley T., Sargent T.J. (2004) Evolving Post-World War II U.S. Inflation Dynamics // NBER Macroeconomics Annual. No. 16. P. 331–373.

Cogley T., Sbordone A.M. (2005) A Search for a Structural Phillips Curve // Federal Reserve Bank of New York, Staff Reports No. 203.

Cogley T., Sbordone A.M. (2008) Trend Inflation, Indexation, and Inflation Persistence in the New Keynesian Phillips Curve // American Economic Review. No. 98. P. 2101–2126.

Christiano L.J., Eichenbaum M., Evans C. (2005) Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy // Journal of Political Economy. No. 113(1). P. 1–45.

Gali J., Gertler M. (1999) Inflation Dynamics: a Structural Econometric Approach // Journal of Monetary Economics. No. 44 (2). P. 195–222.

Gali J., Gertler M., López-Salido D. (2001) European Inflation Dynamics // NBER Working Paper 8218.

Gali J., Gertler M., López-Salido D. (2005) Robustness of the Estimates of the Hybrid New Keynesian Phillips Curve // Journal of Monetary Economics. No. 52. P. 1107–1118.

Jacquier E., Polson N.G., Rossi P. (1994) Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models // Journal of Business and Economic Statistics. No. 12. P. 371–418.

Sbordone A.M. (2007) Inflation Persistence: Alternative Interpretations and Policy Implications // Journal of Monetary Economics. No. 54. P. 1311–1339.

Приложение 1. Модель Кальво с ненулевыми трендовыми темпами инфляции

В каждый момент времени t только часть $(1-\alpha)$ фирм ($0 < \alpha < 1$) может устанавливать цены в соответствии с решением своей оптимизационной задачи, в то время как оставшаяся часть фирм индексирует свою цену прошлым значением инфляции. Оптимальная номинальная цена (т.е. цена в денежном выражении) X_t определяется из решения задачи⁷

$$\max_{X_t} \tilde{E}_t \sum_j \alpha^j \{Q_{t,t+j} \tilde{P}_{t+j}\}, \quad (1a)$$

где $\tilde{P}_{t+j} = \tilde{P}(X_t \Psi_{tj}, P_{t+j}, Y_{t+j}(i), Y_{t+j})$ – выражение для прибыли фирмы i , при ограничении

$$Y_{t+j}(i) = Y_{t+j} \left(\frac{X_t \Psi_{tj}}{P_{t+j}} \right)^{-\theta}. \quad (2a)$$

Выражение для общего уровня цен в период t выглядит как $P_t \equiv \left[\int_0^1 P_t(i)^{1-\theta} di \right]^{\frac{1}{1-\theta}}$,

$Y_t \equiv \left[\int_0^1 Y_t(i)^{\frac{1-\theta}{\theta}} di \right]^{\frac{\theta}{1-\theta}}$ – агрегированный выпуск в период t в реальном выражении, где $Y_t(i)$ –

выпуск i -й фирмы в период t , а $P_t(i)$ – цена i -й фирмы в период t . Оператор \tilde{E}_t определяет субъективные ожидания, формируемые с помощью информации, доступной в момент времени t . $Q_{t,t+j}$ – фактор дисконтирования между периодами t и $t+j$, $\theta \in [1, \infty)$ –

эластичность замещения между дифференцированными благами, $\frac{X_t \Psi_{tj}}{P_{t+j}}$ – это цена фирм в

периоде $t+j$, принимавших решение о цене в периоде t относительно общего уровня цен.

Переменная Ψ_{tj} определяется как

$$\Psi_{tj} = \begin{cases} 1, & j = 0 \\ \prod_{k=0}^{j-1} \Pi_{t+k}^\rho, & j \geq 1 \end{cases} \quad (3a)$$

⁷ Так как все фирмы, которые меняют цены в данном периоде, решают одну и ту же задачу, X_t будет одинакова для всех этих фирм.

что отражает тот факт, что цена фирмы в данный период либо была установлена с помощью решения оптимизационной задачи, тогда $\Psi_{ij} = 1$, либо была равна цене предыдущего периода, поправленной на рост цен в этом периоде

$$P_t(i) = \Pi_{t-1}^\rho P_{t-1}(i), \quad (4a)$$

что также можно выразить через цену в периоде t с помощью

$$P_{t+j}(i) = \prod_{k=0}^{j-1} \Pi_{t+k}^\rho P_t(i), \quad (4'a)$$

где $\Pi_t = P_t/P_{t-1}$ – это общий уровень инфляции, а $\rho \in [0,1]$ показывает, как сильно повлияет на текущую цену рост цен в прошлом периоде.

Тогда условие первого порядка фирмы будет выглядеть как

$$\tilde{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j Q_{t,t+j} Y_{t+j} P_{t+j}^\theta \Psi_{ij}^{1-\theta} \left(X_t - \frac{\theta}{\theta-1} MC_{t+j,t} \Psi_{ij}^{-1} \right) = 0, \quad (5a)$$

где $MC_{t+j,t}$ – предельные издержки фирмы в периоде $t+j$, последний раз решавшей свою оптимизационную задачу в момент времени t . В предположении отсутствия мобильности капитала эта величина отличается от средних предельных издержек в периоде $t+j$, MC_{t+j} . Исходя из наших предположений, можно выписать следующее выражение, описывающее поведение агрегированной цены:

$$P_t = [(1-\alpha)X_t^{1-\theta} + \alpha(\Pi_{t-1}^\rho P_{t-1})^{1-\theta}]^{\frac{1}{1-\theta}}. \quad (6a)$$

Определим относительную цену фирмы, которая может изменять цены в текущем периоде как $x_t \equiv X_t/P_t$, трендовую инфляцию обозначим как $\bar{\Pi}_t$. Определим также переменные $\tilde{\Pi}_t = \Pi_t/\bar{\Pi}_t$, $g_t^{\bar{\pi}} = \bar{\Pi}_t/\bar{\Pi}_{t-1}$, $g_t^y = Y_t/Y_{t-1}$ и $\tilde{x}_t = x_t/\bar{x}_t$, которые будут использоваться в выражении неокейнсианской кривой Филлипса, при этом переменная с чертой означает значение соответствующей переменной в стационарном состоянии.

Далее подставим введенные переменные в (5a) и (6a) и получим соотношение между трендовой инфляцией и предельными издержками в состоянии равновесия:

$$(1 - \alpha \bar{\Pi}_t^{(1-\rho)(\theta-1)})^{\frac{1+\theta\omega}{1-\theta}} \left[\frac{1 - \alpha \bar{q} \bar{g}^y (\bar{\Pi}_t)^{\theta(1+\omega)(1-\rho)}}{1 - \alpha \bar{q} \bar{g}^y (\bar{\Pi}_t)^{(\theta-1)(1-\rho)}} \right] = (1 - \alpha)^{\frac{1+\theta\omega}{1-\theta}} \frac{\theta}{\theta-1} \bar{mc}_t, \quad (7a)$$

где $q_{t,t+j} = Q_{t,t+j}(P_{t+j}/P_t)$ обозначает реальный дисконтирующий фактор. Параметр ω измеряет степень дополняемости благ. Затем прологарифмируем и линеаризуем условия равновесия около точки равновесия, характеризуемой меняющейся трендовой инфляцией, и получим уравнения для неокейнсианской кривой Филлипса:

$$\hat{\pi}_t = \tilde{\rho}_t(\hat{\pi}_{t-1} - \hat{g}_t^{\bar{\pi}}) + \zeta_t \hat{m}c_t + b_{1t} \tilde{E}_t \hat{\pi}_{t+1} + b_{2t} \tilde{E}_t \sum_{j=2}^{\infty} \varphi_{1t}^{j-1} \hat{\pi}_{t+j} + b_{3t} \tilde{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{1t}^j (\hat{Q}_{t+j,t+j+1} + \hat{g}_{t+j+1}^y) + u_t. \quad (8a)$$

Переменные со «шляпками» означают отклонения соответствующих переменных от их значений в стационарном состоянии, взятые в логарифмах (т.е. разность логарифма величины и логарифма её значения в стационарном состоянии). Из-за того, что уравнение неточное, включим также ошибку, которая является белым шумом.

Приложение 2. Уравнение неокейнсианской кривой Филлипса

Логлинейная аппроксимация для описания поведения агрегированных цен

Разделим уравнение (6) на P_t :

$$1 = (1 - \alpha)x_t^{1-\theta} + \alpha(\Pi_{t-1}^\rho \Pi_{t-1}^{-1})^{1-\theta}. \quad (1b)$$

В терминах переменных, выраженных относительно стационарного состояния, введенных в тексте:

$$1 = (1 - \alpha)\bar{x}_t^{1-\theta} \tilde{x}_t^{1-\theta} + \alpha[\bar{\Pi}_{t-1}^{(1-\rho)(\theta-1)}](g_t^{\bar{\pi}})^{-\rho(1-\theta)} \tilde{\Pi}_{t-1}^{\rho(\theta-1)} \tilde{\Pi}_t^{-(\theta-1)}. \quad (2b)$$

В стационарном состоянии: $\tilde{\Pi}_t = 1$ и $\tilde{x}_t = 1$ и (2b) определяет функцию $\bar{x}_t = \bar{x}(\bar{\Pi}_t)$

$$\bar{x}_t = \left[\frac{1 - \alpha \bar{\Pi}_t^{(1-\rho)(\theta-1)}}{1 - \alpha} \right]^{\frac{1}{1-\theta}}. \quad (3b)$$

Определим следующие переменные: $\hat{x}_t \equiv \ln \tilde{x}_t$ и $\hat{\pi}_t \equiv \ln \tilde{\Pi}_t \equiv \ln(\Pi_t / \bar{\Pi}_t) \equiv \pi_t - \bar{\pi}_t$.

Логлинейная аппроксимация (2b) около стационарного состояния дает:

$$0 \cong (1 - \alpha)\bar{x}_t^{1-\theta} \hat{x}_t - \alpha[\bar{\Pi}_t^{(1-\rho)(\theta-1)}](\hat{\pi}_t - \rho(\hat{\pi}_{t-1} - \hat{g}_t^{\bar{\pi}})). \quad (4b)$$

Подставим в (4b) (3b):

$$0 \cong [1 - \alpha \bar{\Pi}_t^{1-\theta}] \hat{x}_t - \alpha[\bar{\Pi}_t^{(1-\rho)(\theta-1)}](\hat{\pi}_t - \rho(\hat{\pi}_{t-1} - \hat{g}_t^{\bar{\pi}})). \quad (5b)$$

Это выражение дает решение для \hat{x}_t как функции $\hat{\pi}_t$, $\hat{\pi}_{t-1}$ и $\hat{g}_t^{\bar{\pi}}$:

$$\hat{x}_t = \frac{\alpha[\bar{\Pi}_t^{(1-\rho)(\theta-1)}]}{[1 - \alpha \bar{\Pi}_t^{(1-\rho)(1-\theta)}]} (\hat{\pi}_t - \rho(\hat{\pi}_{t-1} - \hat{g}_t^{\bar{\pi}})) = \frac{1}{\varphi_{0t}} [\hat{\pi}_t - \rho(\hat{\pi}_{t-1} - \hat{g}_t^{\bar{\pi}})], \quad (6b)$$

$$\text{где } \varphi_{0t} = \frac{1 - \alpha \bar{\Pi}_t^{(1-\rho)(1-\theta)}}{\alpha \bar{\Pi}_t^{(1-\rho)(\theta-1)}}.$$

Логлинейная аппроксимация для условия первого порядка фирмы

Предельные издержки фирмы в период $t+j$, установившей цену в периоде t , соотносятся со средними предельными издержками периода $t+j$ следующим образом:

$$MC_{t+j,t} = MC_{t+j} \left(\frac{X_t \Psi_{tj}}{P_{t+j}} \right)^{-\theta\omega} = MC_{t+j} X_t^{-\theta\omega} \Psi_{tj}^{-\theta\omega} P_{t+j}^{\theta\omega}, \quad (7b)$$

где ω является эластичностью выпуска по предельным издержкам фирмы. Подставляя это выражение в (5a), получим:

$$\tilde{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j Q_{t,t+j} Y_{t+j} P_{t+j}^{\theta} \Psi_{tj}^{1-\theta} \left(X_t^{(1+\theta\omega)} - \frac{\theta}{\theta-1} MC_{t+j} \Psi_{tj}^{-(1+\theta\omega)} P_{t+j}^{\theta\omega} \right) = 0, \quad (8b)$$

что предполагает, что

$$X_t^{1+\theta\omega} = \frac{\frac{\theta}{\theta-1} \tilde{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j q_{t,t+j} Y_{t+j} P_{t+j}^{\theta(1+\omega)-1} \Psi_{tj}^{-\theta(1+\omega)} MC_{t+j}}{\tilde{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j q_{t,t+j} Y_{t+j} P_{t+j}^{\theta-1} \Psi_{tj}^{1-\theta}} \equiv \frac{C_t}{D_t}, \quad (9b)$$

где $q_{t,t+j} = Q_{t,t+j} \frac{P_{t+j}}{P_t}$ и $q_{t,t+j} = \prod_{k=0}^{j-1} q_{t+k,t+k+1}$. Используя определение Ψ_{tj} в (3a), можно выразить функции C и D в рекурсивной форме:

$$C_t = \frac{\theta}{\theta-1} Y_t P_t^{\theta(1+\omega)-1} MC_t + \tilde{E}_t \left[\alpha q_{t,t+j} \Pi_t^{-\rho\theta(1+\omega)} C_{t+1} \right], \quad (10b)$$

$$D_t = Y_t P_t^{\theta-1} + \tilde{E}_t \left[\alpha q_{t,t+j} \Pi_t^{-\rho(1-\theta)} D_{t+1} \right]. \quad (11b)$$

Далее преобразуем (10b) и (11b) к виду

$$\tilde{C}_t \equiv \frac{C_t}{Y_t P_t^{\theta(1+\omega)}} = \frac{\theta}{\theta-1} mc_t + \tilde{E}_t \left[\alpha q_{t,t+j} g_{t+1}^y (\Pi_{t+1})^{\theta(1+\omega)} \Pi_t^{-\rho\theta(1+\omega)} \tilde{C}_{t+1} \right], \quad (12b)$$

$$\tilde{D}_t \equiv \frac{D_t}{Y_t P_t^{\theta-1}} = 1 + \tilde{E}_t \left[\alpha q_{t,t+j} g_{t+1}^y (\Pi_{t+1})^{(\theta-1)} \Pi_t^{-\rho(1-\theta)} \tilde{D}_{t+1} \right], \quad (13b)$$

где $mc_t = MC_t/P_t$ и $g_{t+1}^y = Y_{t+1}/Y_t$. Заметим, что

$$\frac{\tilde{C}_t}{\tilde{D}_t} = \frac{\frac{C_t}{Y_t P_t^{\theta(1+\omega)}}}{\frac{D_t}{Y_t P_t^{\theta-1}}} = \frac{C_t Y_t P_t^{\theta-1}}{D_t Y_t P_t^{\theta(1+\omega)}} = \frac{C_t}{D_t P_t^{(1+\theta\omega)}} = \left(\frac{X_t}{P_t} \right)^{1+\theta\omega} \equiv x_t^{1+\theta\omega}. \quad (14b)$$

Из (12b) и (13b) в состоянии равновесия можно решить относительно C и D :

$$\bar{C}_t = \frac{\frac{\theta}{\theta-1} mc_t}{1 - \alpha \bar{g}_{t+1}^y (\bar{\Pi}_t)^{\theta(1+\omega)(1-\rho)}}, \quad (15b)$$

$$\bar{D}_t = \frac{1}{1 - \alpha \bar{q} \bar{g}_{t+1}^y (\bar{\Pi}_t)^{(\theta-1)(1-\rho)}}, \quad (16b)$$

тогда

$$\bar{x}_t^{1+\theta\omega} = \frac{\bar{C}_t}{\bar{D}_t} = \left[\frac{1 - \alpha \bar{q} \bar{g}_{t+1}^y (\bar{\Pi}_t)^{(\theta-1)(1-\rho)}}{1 - \alpha \bar{q} \bar{g}_{t+1}^y (\bar{\Pi}_t)^{\theta(1+\omega)(1-\rho)}} \right] \frac{\theta}{\theta-1} \bar{m}c_t. \quad (17b)$$

Заметим, что выполнены следующие неравенства:

$$\alpha \bar{q} \bar{g}_{t+1}^y (\bar{\Pi}_t)^{\theta(1+\omega)(1-\rho)} < 1. \quad (18b)$$

$$\alpha \bar{q} \bar{g}_{t+1}^y (\bar{\Pi}_t)^{(\theta-1)(1-\rho)} < 1. \quad (19b)$$

Используя (3b) и (17b) можно получить уравнение (7a).

Определим логлинейную аппроксимацию для (14b). Для начала обозначим:

$$\hat{C}_t = \ln \frac{\tilde{C}_t}{C_t}, \quad \hat{D}_t = \ln \frac{\tilde{D}_t}{D_t} \quad \text{и} \quad \hat{m}c_t = \ln \frac{m\tilde{c}_t}{mc_t}. \quad \text{Далее определим:}$$

$$\hat{C}_t = \varphi_{3t} \hat{m}c_t + \varphi_{2t} \tilde{E}_t \left[\hat{q}_{t,t+1} + \hat{g}_{t+1}^y + \theta(1+\omega)(\hat{\pi}_{t+1} - \rho \hat{\pi}_t) \right] + \varphi_{2t} \tilde{E}_t \hat{C}_{t+1}, \quad (20b)$$

$$\hat{D}_t = \varphi_{1t} \tilde{E}_t \left[\hat{q}_{t,t+1} + \hat{g}_{t+1}^y + (\theta-1)(\hat{\pi}_{t+1} - \rho \hat{\pi}_t) \right] + \varphi_{1t} \tilde{E}_t \hat{D}_{t+1}. \quad (21b)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_{1t} &= \alpha \bar{q} \bar{g}_{t+1}^y \bar{\Pi}_t^{(1-\rho)(\theta-1)} \\ \varphi_{2t} &= \alpha \bar{q} \bar{g}_{t+1}^y \bar{\Pi}_t^{\theta(1+\omega)(1-\rho)} \end{aligned} \quad (22b)$$

$$\varphi_{3t} = 1 - \varphi_{2t}$$

Логлинеаризация (14b) тогда будет выглядеть так:

$$(1 + \theta\omega) \hat{x}_t = \hat{C}_t - \hat{D}_t, \quad (23b)$$

что можно решить относительно $\hat{\pi}_t$, используя (6b):

$$\hat{\pi}_t = \rho(\hat{\pi}_{t-1} - \hat{g}_t^{\bar{\pi}}) + \frac{\varphi_{0t}}{(1 + \theta\omega)} (\hat{C}_t - \hat{D}_t). \quad (24b)$$

Инфляционная динамика

Уравнения (24b), (20b) и (21b) представляют собой обобщение модели Кальво, выраженное в рекурсивной форме. Далее можно получить два уравнения:

$$\hat{\pi}_{t+1} - \rho \hat{\pi}_t = -\rho \hat{g}_t^{\bar{\pi}} + \tilde{\zeta}_t \hat{m}c_t + \lambda_t (\tilde{E}_t \hat{\pi}_{t+1} - \rho \hat{\pi}_t) + \gamma_t \hat{D}_t, \quad (25b)$$

$$\hat{D}_t = \varphi_{1t} \tilde{E}_t (\hat{q}_{t,t+1} + \hat{g}_{t+1}^y) + \varphi_{1t} (\theta - 1) \tilde{E}_t (\hat{\pi}_{t+1} - \rho \hat{\pi}_t) + \varphi_{1t} \tilde{E}_t \hat{D}_{t+1}, \quad (26b)$$

где коэффициенты определены следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}_t &= \chi_t \varphi_{3t} \\ \lambda_t &= \varphi_{2t} (1 + \varphi_{0t}) \\ \gamma_t &= \chi_t \frac{(\varphi_{2t} - \varphi_{1t})}{\varphi_{1t}} \\ \chi_t &= \frac{\varphi_{0t}}{(1 + \theta \omega)}. \end{aligned}$$

По определениям (22b), если трендовая инфляция равна 0 ($\bar{\Pi} = 1$), то $\gamma_t = 0$.

Подставим уравнение (26b) в (25b) и получим уравнение:

$$\hat{\pi}_{t+1} = \tilde{\rho}_t (\hat{\pi}_{t-1} - \hat{g}_t^{\bar{\pi}}) + \zeta_t \hat{m}c_t + \tilde{b}_{1t} \tilde{E}_t \hat{\pi}_{t+1} + \tilde{b}_{2t} \tilde{E}_t \sum_{j=2}^{\infty} \varphi_{1t} \hat{\pi}_{t+j} + b_{3t} \tilde{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{1t}^j (\hat{q}_{t+j,t+j+1} + \hat{g}_{t+1+j}^y) + u_t, \quad (27b)$$

коэффициенты которого являются следующими:

$$\begin{aligned} \Delta_t &= 1 - \rho \lambda_t + \gamma_t (\theta - 1) \rho \varphi_{1t}. \\ \tilde{\rho}_t &= \rho / \Delta_t \\ \zeta_t &= \tilde{\zeta}_t / \Delta_t \\ \tilde{b}_{1t} &= \frac{\lambda_t + \gamma_t (\theta - 1) (1 - \rho \varphi_{1t}) \varphi_{1t}}{\Delta_t} \\ \tilde{b}_{2t} &= \frac{\gamma_t (\theta - 1) (1 - \rho \varphi_{1t})}{\Delta_t} \\ b_{3t} &= \frac{\gamma_t \varphi_{1t}}{\Delta_t}. \end{aligned} \quad (28b)$$

Для получения этого результата мы предполагали: $\tilde{E}_t \prod_{k=0}^j \varphi_{1t+k} x_{t+j} = \varphi_{1t}^{j+1} \tilde{E}_t x_{t+j} \quad \forall x_{t+j}, \forall j$.

Уравнение (8a) было получено с помощью соотношений

$$\begin{aligned} \hat{q}_{t+j,t+1+j} &= \hat{Q}_{t+j,t+1+j} + \hat{\pi}_{t+j+1} \\ b_{1t} &= \tilde{b}_{1t} + b_{3t} \\ b_{2t} &= \tilde{b}_{2t} + b_{3t}. \end{aligned}$$

Приложение 3. Алгоритм моделирования выборки из апостериорной плотности распределения

Наш анализ строился на следующем VAR-процессе:

$$x_t = X_t' \mathcal{G}_t + R_t^{1/2} \xi_t,$$

где x_t включает четыре переменные: инфляцию, прокси для предельных издержек, разрыв выпуска и процентные ставки, матрица X_t включает сами переменные и их лаги, ξ_t – это стандартная нормальная ошибка, а R_t – стохастическая матрица дисперсий. При этом

$$R_t = B^{-1} H_t B^{-1},$$

где H_t – диагональная матрица, элементы которой независимы и меняются по закону:

$$\ln h_{it} = \ln h_{it-1} + \sigma_i \eta_{it}.$$

Ошибки η_{it} имеют стандартное нормальное распределение, независимы, а также предполагаются некоррелированными, следовательно, независимыми с ошибками ξ_t и v_t .

Матрица B – нижняя треугольная с единицами на главной диагонали.

Обозначим через матрицу $H^T = [\text{diag}(H_1)', \dots, \text{diag}(H_T)']'$ историю изменения параметров h_{it} , через матрицу $\mathcal{G}^T = [\mathcal{G}_1', \dots, \mathcal{G}_T']'$ историю изменения коэффициентов модели \mathcal{G}_t . Через ψ обозначим вектор не меняющихся параметров Ω ($\psi = [\alpha, \rho, \theta]'$), $b = \text{vec}(B)$, $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_N)$, в нашем случае $N=4$.

Составим массив из параметров модели, меняющихся со временем: $\theta^T = [\mathcal{G}^T, H^T]$.

Апостериорная плотность тогда выглядит как

$$p(\theta^T, \psi | X^T)$$

и описывает все ожидаемые значения меняющихся во времени θ^T и постоянных параметров ψ . Эта плотность может быть смоделирована с помощью Markov Chain Monte Carlo algorithm, предложенного в статье (Cogley, Sargent, 2004).

Они показали, что

$$p(\theta^T, \psi | X^T) \propto I(\theta^T) f(\theta^T, \psi | X^T),$$

где $f(\theta^T, \psi | X^T)$ – апостериорная плотность распределения, согласующаяся с моделью, однако на которую не наложено условие стабильности, исключающее взрывную динамику VAR. Таким образом, выборка из $p(\theta^T, \psi | X^T)$ может быть сделана с помощью моделирования $f(\theta^T, \psi | X^T)$ и исключения тех реализаций, которые не удовлетворяют

условию стабильности. В той же статье был предложен алгоритм под названием “Metropolis-within-Gibbs” для моделирования $f(\theta^T, \psi | X^T)$, включающий пять шагов.

1. Нужно сделать выборку \mathcal{G}^T из $f(\mathcal{G}^T | X^T, H^T, \Omega, \sigma, b)$, используя алгоритмы фильтрации вперед (forward-filtering) и выборки назад (backward-sampling), предложенные в (Cogley, Sargent, 2004). Этот шаг основан на применении фильтра Кальмана и рекурсивном аналоге Кальмановского сглаживания для пересчета условных средних и дисперсий коэффициентов.
2. Нужно сделать выборку H^T с помощью нескольких итераций из $f(h_{it} | X^T, h_{-it}, \mathcal{G}^T, \Omega, \sigma, b)$, где h_{-it} представляет собой вектор h_{it} без наблюдения в момент t . Вычисления на этом шаге делаются с помощью алгоритма, представленного в статье (Jacquier, Polson, Rossi, 1994).
3. Нужно сделать выборку Ω из $f(\Omega | X^T, H^T, \mathcal{G}^T, \sigma, b)$. Это стандартная задача выборки из плотности обратного распределения Вишарта (inverse-Wishart).
4. Нужно сделать выборку σ из $f(\sigma | X^T, H^T, \mathcal{G}^T, \Omega, b)$. Это также стандартная задача выборки из плотности обратного гамма-распределения (inverse-gamma).
5. Сделать выборку b из $f(b | X^T, H^T, \mathcal{G}^T, \Omega, \sigma)$. Это стандартная регрессия Байеса.

Последовательность этих выборок формирует цепь Маркова, которая сходится к совместной плотности $f(\theta^T, \psi | X^T)$. Выборка из $p(\theta^T, \psi | X^T)$ получается с помощью проверки ограничения, налагаемого условием стабильности. От последнего условия также можно отказаться, так как в российской действительности допустимы и взрывные решения.

Ponomareva, E. About the sources of the inflation persistence in Russia: Working paper WP2/2012/02 [Text]/E. Ponomareva; National Research University "Higher School of Economics". – Moscow : Publishing House of the Higher School of Economics, 2012. – 46 p. (in Russian)

The standard way to obtain the equation of New Keynesian Phillips curve is to linearize the equilibrium conditions of the Calvo model around a steady state with zero inflation. This approach is appropriate only in the low-inflation economics. This paper considers New Keynesian Phillips curve derived by linearizing the same equilibrium conditions around the time varying inflation trend. This model explains observed inflation persistence in different way and gives the different view on the ratio of agents with backward- and forward-looking expectations. In the paper estimated New Keynesian Phillips curve with time varying coefficients. This model shows that in Russia exist at least two sources of the inflation persistence.

JEL classification: E12, E31, E52.

Keywords: New Keynesian Phillips Curve, backward- and forward-looking expectations, inflation persistence, Bayesian VAR.

Препринт WP2/2012/02
Серия WP2
Количественный анализ в экономике

Пономарева Екатерина Александровна

Об источниках инфляционной инерции в России